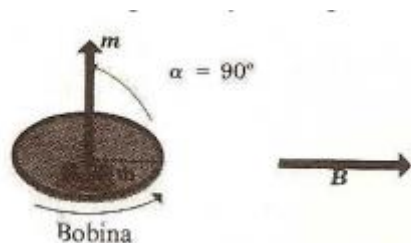


5. Una bobina de cable de 0,05 m de radio, que tiene 30 vueltas, yace en un plano horizontal, como se muestra en la figura. Transporta una corriente de 5 A, en sentido contrario al de las agujas del reloj visto desde arriba. La bobina está en un campo magnético de magnitud 1,2 T, dirigido hacia la derecha. Hállense el momento magnético y el torque sobre la bobina.



En el problema 5 la situación planteada es la de la figura. El radio de la espira es de 0,05 metros, por lo tanto el área de la espira, que es lo que entra en la expresión del momento dipolar magnético, es:

$$A = \pi \cdot (0,05 \text{ m})^2 = 7,85 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

El módulo del vector momento magnético será:

$$|\mathbf{m}| = N \cdot i \cdot A$$

donde N es el número de espiras (30), i es la intensidad de la corriente eléctrica (5 A), y A es el área, que ya calculamos como $2,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$.

La dirección del vector momento magnético es perpendicular al plano de la espira. En este caso como la espira está horizontal, el vector \mathbf{m} es vertical. Para saber su sentido, es decir si apunta hacia arriba o hacia abajo, recurrimos a la regla de la mano derecha: con la palma Y Los 4 dedos representamos el sentido de la corriente, en este caso antihorario visto desde arriba, y así el pulgar marcará el sentido del vector momento magnético: **hacia arriba**. A veces se habla también de la regla del sacacorchos.

El módulo del momento vale, entonces:

$$|\mathbf{m}| = 30 \cdot 5 \text{ A} \cdot 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 = \mathbf{1,18 \text{ A} \cdot \text{m}^2}$$

Lo siguiente es calcular el torque (τ). Recuerden que un torque, que tiene unidades de momento de fuerza, es decir N.m (pero no Joule), provoca un giro alrededor de un eje. En este caso, provocará el giro de la espira. Pero la fuerza total aplicada sobre la espira será nula. Por eso la espira no se desplazará, sino que girará.

La expresión para el torque es:

$\tau = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$. Es un vector que se calcula como el producto vectorial del momento magnético, recién calculado, y el campo magnético \mathbf{B} . Recuerden que en el caso del producto vectorial, el orden del producto determina el sentido del vector resultante.

Su módulo es entonces: $|\tau| = 1,18 \text{ A.m}^2 \cdot 1,2 \text{ T} \sin(90^\circ)$ con T=Tesla, la unidad de campo magnético

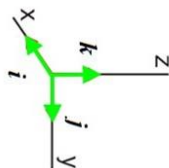
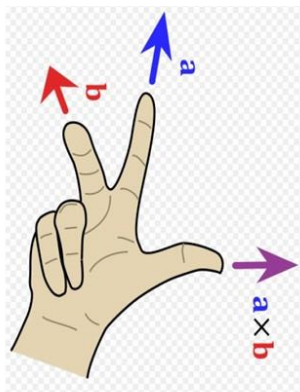
Como \mathbf{m} y \mathbf{B} son perpendiculares entre sí en este momento (después ya no lo serán porque la espira girará), el seno del ángulo entre ellos vale 1.

Entonces el módulo del torque es: $|\tau| = 1,42 \text{ A.m}^2 \cdot \text{T}$

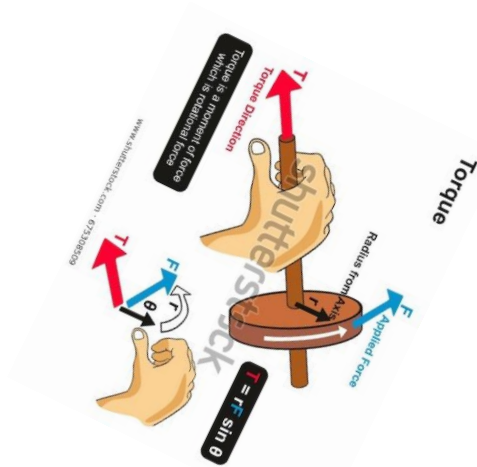
Como la unidad Tesla es $\text{T} = \text{kg}/(\text{s}^2 \cdot \text{A})$, las unidades del torque T quedan: $\text{A.m}^2 \cdot \text{kg}/(\text{A.s}^2) = \text{kg.m}^2/\text{s}^2$ que también puede escribirse como: N.m.

Así es que el módulo del torque es: $|\tau| = 1,42 \text{ N.m}$

Falta decir la dirección y sentido del vector torque. Para ello recurrimos a la regla de la mano derecha para el producto vectorial. El dedo índice de la mano derecha apunta en la dirección y sentido de \mathbf{m} (hacia arriba), el dedo mayor de esa mano apunta en la dirección y sentido de \mathbf{B} (hacia la derecha). El dedo pulgar apuntará en la dirección y sentido del torque: **entrante en la hoja**. La espira comenzará a girar alrededor de un eje perpendicular a la hoja o al pizarrón, en sentido horario (la parte derecha de la espira bajará y la izquierda subirá).



Ésta imagen debería rotarse alrededor del índice, vertical, hasta que el dedo mayo apunte hacia la derecha. Entonces, el pulgar marcaría la dirección y sentido del torque: entrante.



La relación entre la dirección y sentido del torque, y el movimiento.

El mismo resultado con el sentido de giro de la espira se puede deducir calculando la fuerza magnética sobre cada parte del conductor como:

$\mathbf{F} = q \cdot \mathbf{v} \times \mathbf{B}$: en la parte derecha de la espira esa fuerza resulta hacia abajo, en la parte izquierda resulta hacia arriba. Allí \mathbf{v} es la velocidad de movimiento de las cargas, cuyo sentido es el de la corriente i .

6) En el problema 6 se pide calcular cuánto varía la energía potencial del campo magnético desde la posición inicial utilizada en el problema 5 hasta una situación final en que la espira ha girado un cuarto de vuelta. Recuerden que el momento magnético no cambiará su módulo mientras la intensidad de corriente siga estable, pero la dirección de \mathbf{m} cambiará al girar la espira. Siempre la dirección de \mathbf{m} será perpendicular al plano de la espira.

El giro de la espira se producirá en el sentido en que dijimos en el ejercicio 5: sobre un eje entrante a la hoja/pizarrón (es la dirección y sentido del torque), y el giro será en sentido de las agujas del reloj visto desde nuestra posición.

La energía potencial almacenada se define como: $U = -\mathbf{m} \cdot \mathbf{B}$, esa energía es un escalar. En nuestro caso, en que \mathbf{m} y \mathbf{B} tienen módulo constante, sólo depende del ángulo entre ellos y va cambiando periódicamente con el coseno del ángulo al girar la espira.

En la posición inicial, \mathbf{m} y \mathbf{B} son perpendiculares. Por lo tanto $U_{\text{inicial}} = 0$. Al girar, como todo sistema físico, tiende espontáneamente a posiciones de menor energía potencial. Al dar un cuarto de giro, \mathbf{m} y \mathbf{B} serán paralelos entre sí. Por lo tanto $U_{\text{final}} = -1,18 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot 1,2 \text{ T}$.

$$U_{\text{final}} = -1,42 \text{ A} \cdot \text{m}^2 \cdot 1,2 \text{ kg} / (\text{s}^2 \cdot \text{A}) = -1,42 \text{ J}$$

Ese es el valor mínimo de energía potencial posible. Y allí, además, el torque que produce el giro $\tau = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$ se anula. Por lo tanto, si ese movimiento se hiciera de manera muy lenta, esa sería la posición de equilibrio final y la espira se quedaría allí.

El cambio en la energía potencial es: $\Delta U = U_{\text{final}} - U_{\text{inicial}} = -1,42 \text{ J}$