

FUNDACIONES SUPERFICIALES ESPECIALES

PLATEAS DE FUNDACION

1. Conceptos

Se denominan plateas de fundación a una base superficial o directa general para toda una estructura o edificio.

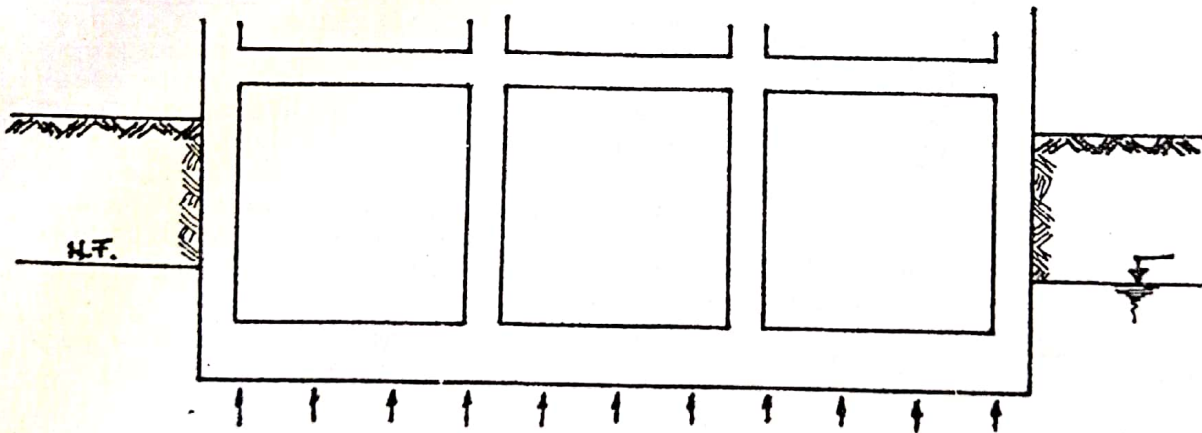
Reciben el nombre de plantillas de fundación a las bases generalizadas para una serie de columnas ubicadas aproximadamente en una misma línea.

Se recurre al sistema de fundación mediante plateas cuando el terreno en el plano de apoyo y hasta bastante profundidad es de poca resistencia y cuando las cargas actuantes son grandes y las superficies de las bases aisladas cubren más del cincuenta por ciento de la superficie abarcada por la estructura.

También se aconseja recurrir a las fundaciones mediante plateas cuando los terrenos son un tanto heterogéneos y es posible temer asentamientos diferenciales entre columnas.

Un caso frecuente de uso de plateas se presenta en edificios con ambientes ubicados por debajo del nivel de la napa freática.

En tales casos las losas de los pisos del subsuelo deben rigidizarse y vincularse a la estructura del edificio para poder absorber los esfuerzos provocados por la subpresión. Se convierten así en estructuras de fundación que por sus características son verdaderas plateas y así se las debe calcular.



2. Los asentamientos en fundaciones mediante plateas

Las cimentaciones con plateas de fundación admiten asentamientos totales mayores que las bases aisladas y evitan mejor que éstas los asentamientos diferenciales.

En plateas apoyadas sobre arenas las cimentaciones con plateas admiten asentamientos totales máximos de 5 cm. y cuando se apoyan en arcillas 7,5 cm.

Cuando la platea se ubica en un suelo arenoso a profundidades superiores a los 2,50 m los asentamientos resultan uniformes por el confinamiento del suelo.

En cambio si la profundidad es inferior a los 2,50 m. se pueden producir asen-

tamientos mayores en los bordes por el escurrimiento lateral de las arenas. En general los asentamientos en arenas son bastante uniformes.

3. Determinación de la tensión admisible (σ_{t-adm})

En el caso de suelos granulares (arenosos) la determinación de la tensión admisible debe efectuarse mediante ensayos dinámicos. Como la influencia del bulbo de presiones en el caso de plateas es grande, por lo menos igual al ancho "B" de la plata, se deben efectuar los sondeos a bastante profundidad y como en general se trata de suelos no muy homogéneos los sondeos deben multiplicarse. En general se toma como tensión admisible σ_t , hasta una profundidad B, el valor que promedie los valores más bajos de tensiones admisibles de un mismo horizonte.

N_1	N_2	N_3	N_4	horizonte 1
N'_1	N'_2	N'_3	N'_4	horizonte 2
N''_1	N''_2	N''_3	N''_4	horizonte 3
N'''_1	N'''_2	N'''_3	N'''_4	horizonte 4
N^{IV}_1	N^{IV}_2	N^{IV}_3	N^{IV}_4	horizonte 5

Para obtener el valor de la tensión admisible en cada horizonte por ej. en el 3. se deben promediar los valores menores obtenidos en cada sondeo en dicho horizonte desachando aquellos valores altos que puedan llegar a resultados no correctos. Terzaghi aconseja para el caso de plateas tomar los siguientes valores de la tensión admisible según el número de golpes del ensayo de penetración standard.

Para $N \leq 10$ se aconseja compactar el suelo
 $10 < N < 30$ σ_t de 0,7 a 2,5 kg/cm²
 $30 < N < 50$ σ_t de 2,5 a 4,5 kg/cm²
 $N > 50$ $\sigma_t > 4,5$ kg/cm².

Para el caso de suelos cohesivos como las arcillas no debe recurrirse a ensayos dinámicos sino a muestras inalteradas en cada horizonte determinando los valores de las tensiones admisibles en base a los ensayos de laboratorio y fórmulas estáticas.

Si los valores en un mismo horizonte no fueran muy diferentes se tomará los promedios, en caso contrario se promediarán los mínimos.

4. Cálculo de la presión de una placa sobre un suelo a los fines de la determinación de los asentamientos

La carga total que transmite una platea sobre un plano de apoyo a los fines de determinar los asentamientos y deformaciones es la suma de las cargas que transmite la estructura más el peso propio de la platea menos el peso del volumen de tierra excavado.

$$Q_t = Q_{est} + Q_{pp} - Q_s$$

siendo Q_t carga total

Q_{est} cargas que transmite la estructura

Q_{pp} peso propio de la platea

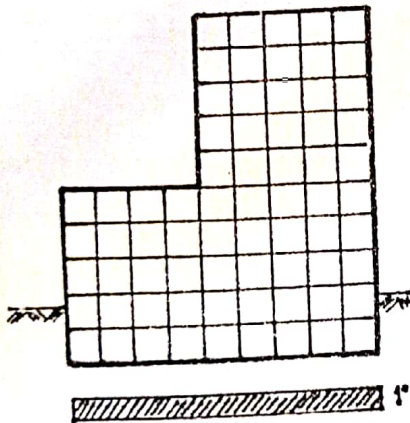
Q_s peso del suelo excavado

$\sigma_t = \frac{Q_t}{A}$ en donde σ_t será el valor con que se calcularán los asentamientos y A el area de la platea.

5. Problemas de asentamientos en edificios de distinta altura

Las fundaciones con plateas en edificios de distinta altura plantea serios problemas dada las distintas magnitudes que transmiten las columnas de cada cuerpo del edificio. Si la fundación se resuelve mediante el uso de platea deben tenerse en cuenta algunas de las siguientes soluciones y optar en su caso por la más conveniente.

A. Ejecutar una platea única y rígida para todo el edificio

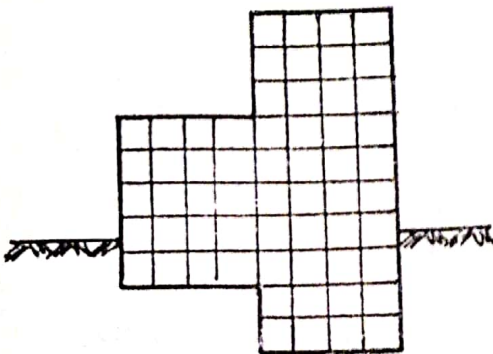


Como la platea deberá absorber momentos flectores muy grandes y diferentes, la platea rígida única deberá ser muy robusta, de grandes dimensiones y consiguientemente antieconómica. Solo podrá aceptarse cuando las diferencias de altura no sean significativas y la superficie de apoyo relativamente reducida.

B. Ejecutar una platea única flexible con capacidad de deformación sin sufrir grandes asentamientos y consecuentes daños estructurales. Generalmente presentan soluciones estructurales un tanto complicadas

C. Disponer subsuelos con distintas profundidades para absorber mediante los

distintos pesos del suelo excavado, las distintas cargas que transmiten los cuerpos del edificio. Así tendremos plateas independientes a distintas profundidades para cada cuerpo del edificio procurando alcanzar en cada uno el mismo asentamiento.



Por ej., se excavamos 3 m de profundidad para un suelo de $\delta = 1,6 \text{ t/m}^3$ habremos aliviado la carga en un peso de $3 \times 1,6 = 4,8 \text{ t/m}^2$ y si el sótano tiene $10 \times 10 = 100 \text{ m}^2$, el suelo excavado pesará $4,8 \times 100 = 480 \text{ t}$.

si dispusiéramos 3 pisos de sótanos, la parte excavada significará un peso de $480 \times 3 = 1440$ t, que equivale a nueve pisos altos y 3 sótanos ya que cada piso transmite aproximadamente 1200 kg/m^2 o sea $1,2 \text{ t/m}^2$. En 100 m^2 , 120 ton. En doce pisos, la carga total será $120 \times 12 = 1440$ t. De esta manera tres pisos de sótanos permitirían evitar asentamientos en el cuerpo de edificio de 12 pisos (3 sótanos y 9 en altura).

Estas plateas en que el peso del suelo excavado es igual al peso que transmite la estructura son las que se denominan plateas flotantes.

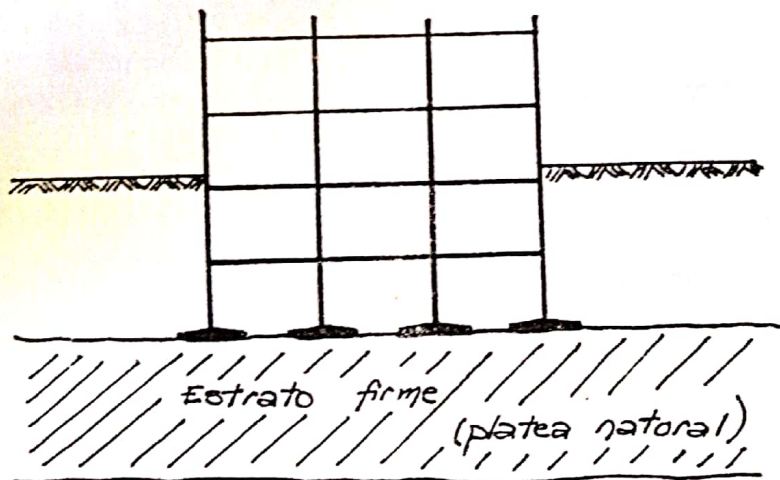
Volviendo al ejemplo se advierte que por cada piso de subsuelo podemos tener tres más en altura sin provocar asentamientos. De esta manera es posible hacer jugar la profundidad de las excavaciones como un dato importante para estudiar una solución razonable en casos de edificios donde las diferencias de altura entre los distintos cuerpos son muy significativas.

Cuando se recurre a soluciones como la del presente caso hay que tomar especial cuidado en disponer juntas que independicen los cuerpos del edificio.

6. Plateas naturales

Cuando la estructura de un edificio descansa en un espeso estrato firme debajo del cual hay otros estratos considerablemente blandos o compresibles, el estrato firme cumple la función de platea natural y distribuye el peso del edificio en forma uniforme sobre el estrato blando. En este caso pueden usarse

bases aisladas como fundación mas conveniente, aunque el bulbo de presiones sobrepase el estrato firme



Suelo blando

7. Plateas rígidas y plateas elásticas

La platea es una estructura que se apoya sobre un suelo que es esencialmente elástico. Por ello, suponer una distribución uniforme de tensiones en el suelo no se compadece con la realidad.

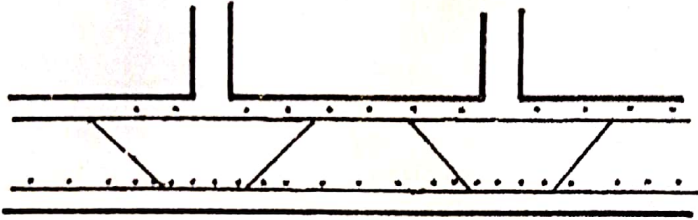
Así que, si se calculara la estructura de la platea como un elemento rígido con una tensión del suelo constante, nos dará como resultado una cimentación de grandes dimensiones. En cambio, si se parte del supuesto que la platea es también

un cuerpo un tanto elástico y que se apoya sobre un medio elástico las tensiones serán proporcionales a las presiones y las dimensiones de la platea resultarán sensiblemente inferiores a las anteriores. Las primeras son las plateas rígidas (robustas), las segundas, elásticas.

8. Distintos tipos constructivos de plateas (rígidas o elásticas)

Los tipos constructivos de plateas más frecuentes son los siguientes:

A. Losa de espesor constante y vigas de igual altura

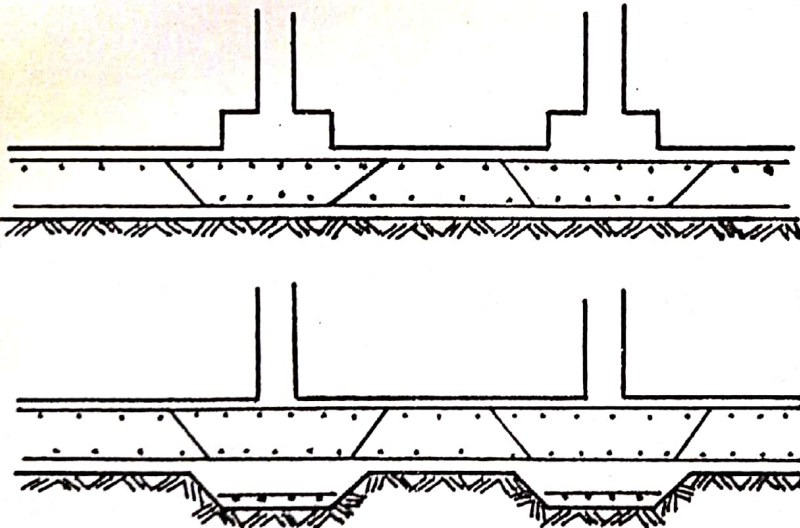


Son muy sencillas, de fácil ejecución. Se usan cuando las cargas y luces no son muy importantes. El mayor volumen de hormigón es compensado por la eliminación de encofrado para la ejecución de la obra.

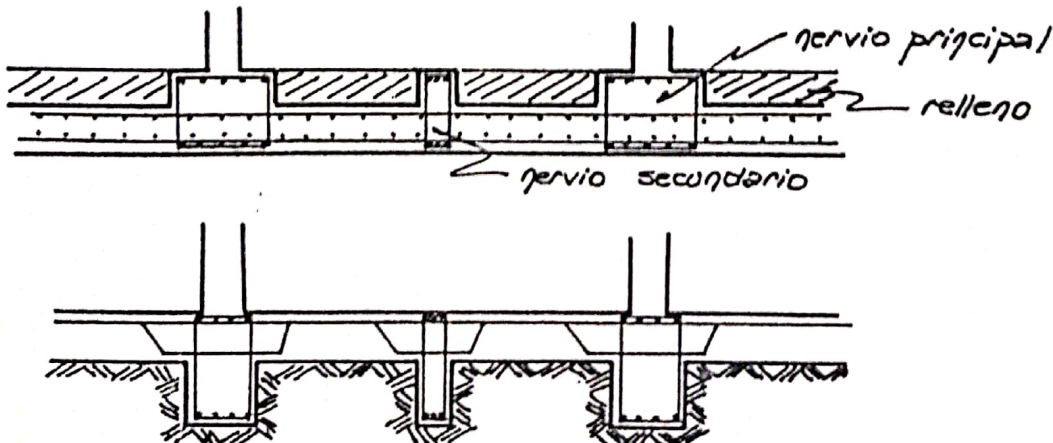
B. Losa con capiteles para aumentar el espesor bajo las columnas mejorando la

resistencia a la flexión, al corte y al punzonamiento.

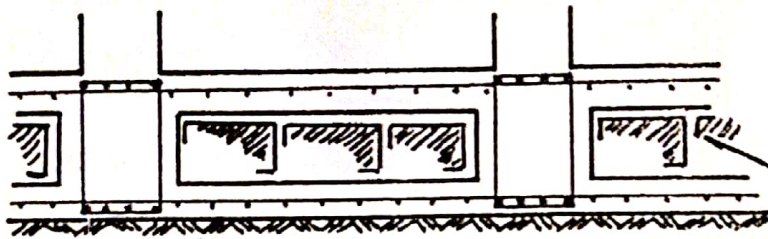
Los capiteles de forma cuadrada pueden ser superiores o inferiores, siendo estos últimos más ventajosos por no necesitar encofrados especiales.



C. Losas nervadas, con nervios principales bajo las columnas y otros secundarios. Los nervios pueden ser inferiores o superiores. En este último caso requieren encofrados y llenado de espacio entre nervios para dejar un solo plano como piso.

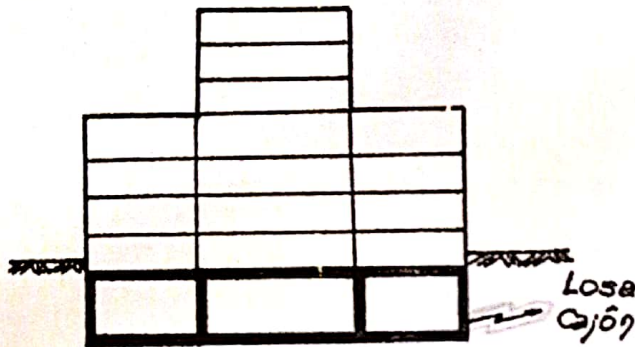


D. Losa aligerada de espesor constante. Es igual a la anterior pero usando piezas huecas de hormigón de otro material para relleno como elementos inertes desde el punto de vista estructural.



estas huecas evitan el relleno

E. Losa cajón. Para conseguir una gran rigidez se puede formar una losa de uno o mas pisos de altura en los que colaboran muros perimetrales e interiores de hormigón armado. De esta manera la platea será una estructura aporticada múltiple.



En este caso el cajón tiene una altura que equivale a dos pisos de sótano.

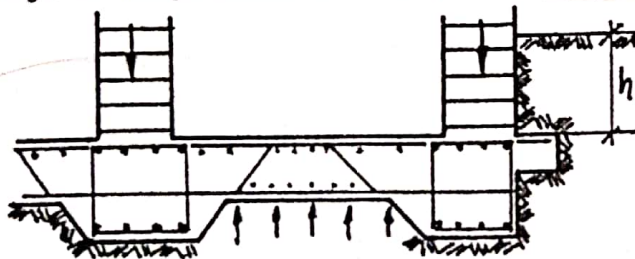
9. Caso de plateas para edificios de mampostería de hasta dos plantas

Se usan cuando las luces no son muy grandes ya que las cargas no son significativas y consecuentemente las estructuras no resultarán muy gravosas. En general las losas se hacen de espesor constante y se adoptan con variaciones entre 12 a 15 cm.

Debajo de los muros se ejecuta una especie de viga invertida de rigidez capaz de absorber las flexiones y cortantes que transmite el muro.

Se calcula la carga que transmite cada muro y el edificio en su totalidad, se le suma el peso de la platea, se divide por la superficie total y se tendrá la tensión que transmite al terreno.

$\sigma_t = \frac{P}{A}$ esta tensión debe ser inferior a la tensión admisible del suelo. En cada ambiente se calcula la losa como en el caso de losas de entrepiso con carga de abajo hacia arriba y con armadura en la parte superior y una malla en la parte inferior.



La profundidad debe tomarse teniendo en cuenta las siguientes criterios:

- Que se evite en lo posible el escurrimiento lateral del suelo y la acción de las heladas.
- Que permita el desplazamiento por encima de la platea de las cañerías de desagües pluviales y cloacales que hubiera sin afectar para nada los nervios.

Además se aconseja, en general que la viga que soporta los muros perimetrales sea invertida (ver figura) y en general más profunda que las interiores, así contribuirá a evitar el escurrimiento lateral del suelo.

Además se debe evitar unificar las plateas con edificios colindantes. En general se aconseja separar la platea y el edificio del eje medianero.

10. Plateas rígidas para edificios con estructura de hormigón armado

La primera condición es que el centro de presiones debe coincidir con el centro de reacciones o estar muy próximo. Como la superficie de la platea no puede diferir mucho de la superficie del edificio, la condición esencial es que la resultante de las acciones caiga dentro del núcleo central de la platea. De lo contrario hay posibilidades serias de asentamientos diferenciales e inclinación del edificio.

El cálculo exacto de una platea rígida es extremadamente complejo y choca con la realidad de que al suponer tensiones uniformes en el terreno, las resultantes de las reacciones aplicadas en las columnas, no coinciden con las magnitudes que éstas transmiten a la platea.

Por lo que puede aceptarse un cálculo más sencillo y con valores más "gruesos" De allí que estas plateas se utilicen en edificios con luces entre columnas no superiores a 5 metros y variaciones en las cargas - en su distribución y magnitud - no muy significativas.

Si se presentaran sectores del edificio con magnitudes de cargas muy diferentes se aconseja independizar sus plateas procediendo a usar juntas entre ellas.

11. Pasos para el cálculo de una Platea Rígida:

Para proceder al cálculo de una platea rígida debemos asegurarnos de que la solución adoptada es relativamente conveniente. En este sentido, Timoshenko brinda un criterio que señala cuando es conveniente calcular una platea como rígida, y cuando como elástica. Para ello usa la fórmula $\beta \cdot L$ en que β es un coeficiente que depende del módulo de balasto del suelo, del ancho de la faja de la platea, del módulo de elasticidad del material y del momento de inercia de la sección transversal, y L es la longitud de la faja: todo lo cual se verá más adelante al tratar el tema de plateas elásticas. Ahora suponemos que nos encontramos en el caso de conveniencia de platea rígida y los pasos de su cálculo son los siguientes:

- 1º Se proyecta en planta el área de la platea y se calcula su centro de gravedad y el núcleo central.
- 2º Ubicadas las cargas de cada columna se determina su resultante y se verifica si cae dentro del núcleo central. Si así no fuere, se modifica la planta de la platea hasta lograr que la resultante de las cargas se ubique dentro del núcleo central.
- 3º Se calcula el peso del suelo excavado, el peso de la platea -aproximadamente- y se determina el peso total:

$$Q_t = Q_{\text{estr.}} + Q_{\text{pp}} - Q_s$$

con esto se determinan las magnitudes de los futuros asentamientos.

4° Sin restar el peso del suelo, cuantificamos la carga que transmite la platea Q'_t . Siendo $Q'_t = Q_{estr} + Q_s$. Se calcula la tensión media sobre el suelo:

$$\sigma_t = \frac{Q'_t}{A}$$

Esta tensión en general debe ser superior a la tensión admisible del suelo calculado según los criterios ya expuestos.

5° Si optáramos por una platea de espesor constante - que se adecúa a este tipo de solución ya que las luces son pequeñas - y capiteles, procedemos a prefijar el espesor de la losa, tomando algunos de los siguientes criterios que dependerán de las magnitudes de las cargas y de las luces entre columnas.

A: $d = 8 \times l + 30 \text{ cm}$

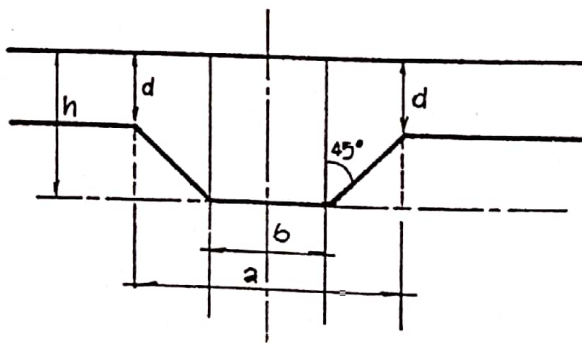
en que d = espesor de la losa
 l = luz máxima entre columnas menos el espesor de los capiteles expresados en m.

B: $d = l' \times 8,5$ ó
 $d = l' \times 10$

l' = luz máxima entre columnas sin considerar los capiteles.

6° Se dimensionan los capiteles los cuales pueden ubicarse sobre las losas o debajo de ellas siguiendo estos criterios:

- Que su altura " h " pueda absorber el punzonamiento.
- Que disminuyan sensiblemente el efecto de los Momentos flectores en los apoyos, y los esfuerzos cortantes.
- Su ancho " a " debe partir del mismo criterio que el de los pilares fungiformes (ángulo de 45°).

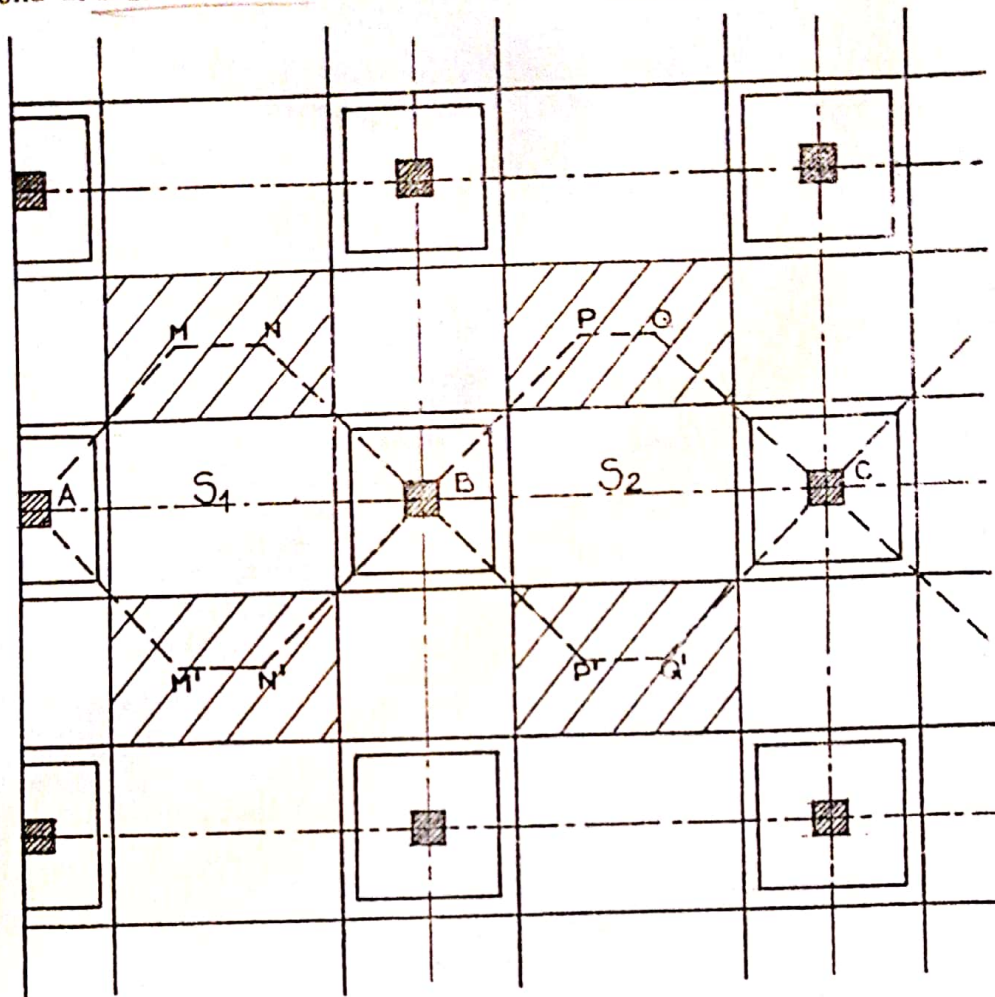


$a = b + 2(h-d)$
 siendo " h " la altura que se ha fijado para absorber el punzonamiento y " d " el espesor de la losa.

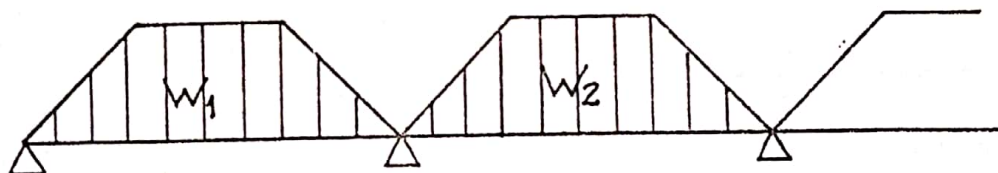
7° Se procede a delimitar las fajas soportes. (vigas placas) que serán un poco más anchas que los capiteles, pero que no se toque entre ellas. (figura)

8° La parte rayada que corresponde a la losa entre fajas se calculan como losa con armadura en ambos sentidos o en uno según las dimensiones. Además se aconseja calcularlas primero como empotradas en las fajas y luego como simplemente apoyados. Con los valores de los momentos se determinan las armaduras, ya que la altura " d " es dato. Las armaduras principales van en la parte superior y cruzan las fa

jas. Una armadura secundaria va en la parte inferior



9º Las fajas se las calculan como vigas placas con cargas variables ...
Veamos la faja A B C ...



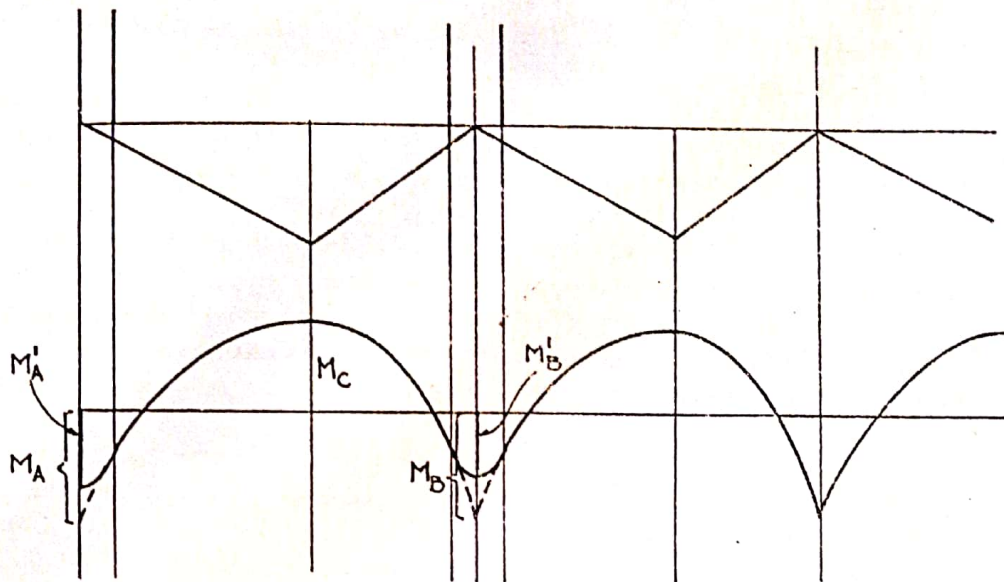
La carga del trapecio se calcula suponiendo que la reacción del terre no es constante en la figura, $A M N B N' M' = S_1$ esa superficie S_1 multiplicada por σ_t nos da el valor W_1 y S_2 multiplicada por σ_t nos da el valor W_2 y así sucesivamente.

Los momentos flectores se calculan por formulas simplificadas

$$\begin{aligned} M_A = M_B &= 0,104 W_1 L_1 \quad (L_1 \text{ luz entre columnas A y B}) \\ M_{AB} &= 0,063 W_1 L \\ M'_B &= 0,104 W_2 L_2 = M_C \quad (L_2 \text{ luz entre columnas B y C}) \end{aligned}$$

El momento definitivo M_B , es el promedio de los obtenidos tomando cada tramo. (se promedian M_B y M'_B).

10° El diagrama de Momentos en los apoyos puede disminuirse por la presencia de los capiteles de las columnas.



11° Con los valores de M_A , M_B y M_C , se verifica la altura y determinan las armaduras de gran diámetro. Se verifica al Corte y al punzonamiento en cada columna.

12° Igual criterio se fija para las fajas en sentido contrario.

13° Este sistema se aplica siempre y cuando la variación de las columnas con respecto a los ejes no difiera de $1/10$ de l .

Detalles Constructivos

- ① En losas cruzadas la separación de barras en la dirección menos solicitada debe ser:

$$\begin{cases} > 2d (\varnothing) \\ < 25 \text{ cm} \end{cases} \quad d = \text{diámetro de las barras}$$
- ② En losas armadas en una dirección se debe prever armadura de repartición de aprox. 20 % de la armadura principal. Como mínimo = 3 \varnothing u p/m (AB 420 III)
- ③ Debajo de las columnas se deberá colocar una armadura transversal del 60% de la armadura principal.
- ④ Recubrimiento mínimo: 4 cm es muy importante respetarlo.
- ⑤ Las directivas de armado de las vigas y losas son las ya vistas en H° A° I (CIRSOC 201- DIN 1045)
- ⑥ Si las cargas y luces no son importantes, el recurrir a losas de espesor constante tiene la ventaja de la gran sencillez de ejecución; y el ahorro de encofrado compensa el mayor volumen de hormigón.

12.- Placas flexibles:

Si la placa es relativamente flexible y la separación entre columnas es grande, los asentamientos ya no serán uniformes o lineales. Por un lado las columnas más cargadas producirán mayores asentamientos y por lo tanto, mayores reacciones de balasto que los poco cargados. Por otro lado como las secciones de la placa situadas a igual distancia de dos columnas inmediatas se deformarán hacia arriba, proporcionalmente a la carga de los mismos, el asentamiento y por lo tanto la reacción de balasto, será menor en estos puntos que debajo de la columna. En este caso no puede suponerse que la reacción de balasto es constante. Debe recurrirse entonces al cálculo exacto utilizando la teoría de vigas sobre fundación elástica. Para este fin se divide la placa en dos grupos perpendiculares de tandas, de ancho igual a la distancia entre puntos medios de los vanos adyacentes y cargadas con la carga total.

13.- RESOLUCION MEDIANTE EL METODO DE TIMOSHENKO.-

De acuerdo a Timoshenko, las condiciones bajo las cuales se puede considerar una placa como rígida de modo que puede suponerse una distribución de presiones uniforme o lineal es cuando se emplee

$$L\beta < 0.6$$

donde L: longitud total de la faja considerada.-

β : longitud característica.-

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{c \cdot b}{4EJ}}$$

c: módulo de balasto $[tn/m^3]$ - $c = \frac{1}{k}$

b: ancho de la faja considerada $[m]$.-

E: módulo elasticidad del material de la placa $[tn/m^2]$

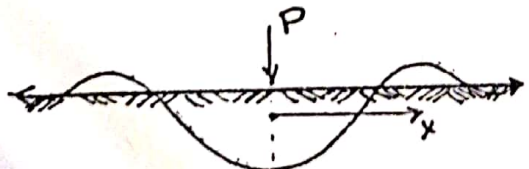
J: momento de inercia de la sección transversal de la faja. $[m^4]$.-

Si $L\beta > 0.6$ se considera la faja como una viga elástica finita sobre fundación elástica.-

Si $L\beta > 5.0$ la faja se calcula como viga infinita s/fundación elástica.

Para el caso de viga infinita, al analizar un extremo de la viga, no tiene influencia lo que sucede en el otro extremo.

Timoshenko forma una tabla para calcular los montos, cortes y deformaciones, debidas a fuerzas o momentos; en distintos puntos de la viga situados a x.-

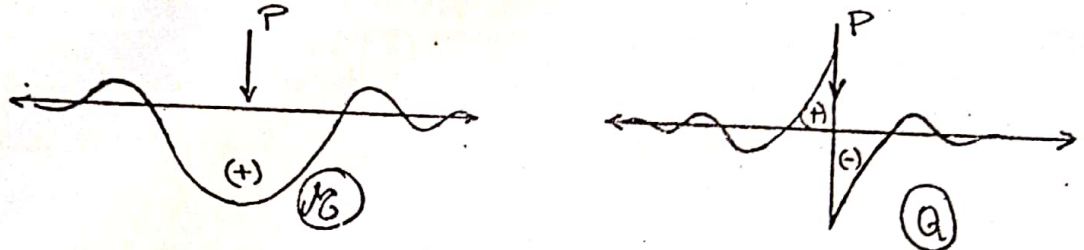


$$M = \frac{P}{4\beta} \psi(\beta x)$$

$$Q = -\frac{P}{2} \theta(\beta x)$$

$$y = -\frac{P\beta^2}{k} \phi(\beta x)$$

Estos signos son considerando que la fuerza P actúa hacia abajo y considerando el origen de coordenadas en el punto de aplicación de la carga, y x se mide a partir del origen. Por simetría se considera sólo la 1/2 derecha de la viga, teniendo la precaución que el diagrama de corte de la 1/2 izquierda es antisimétrico al de la 1/2 derecha.



los valores de ψ , θ y ξ están tabulados para distintos βx . Si sobre la viga actúa un monto M_0



$$M = \frac{M_0}{2} \theta (\beta x)$$

$$Q = -\frac{M_0}{2} \beta \psi (\beta x) \quad y = \frac{M_0 \beta^2}{k} \xi (\beta x)$$

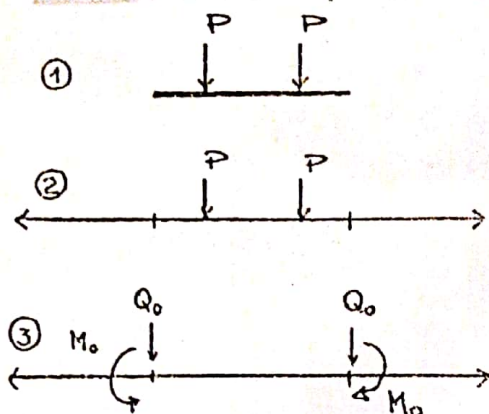
en este caso es el diagrama de momentos el que es antisimétrico y no el de corte.

Para cualquier carga, por superposición se puede resolver.

FUNCIONES φ , ψ , θ y ξ

βx	φ	ψ	θ	ξ	βx	φ	ψ	θ	ξ
0	1,0000	1,0000	1,0000	0	3,6	-0,0360	-0,0124	-0,0245	-0,0121
0,1	0,9907	0,8100	0,9003	0,0003	3,7	-0,0311	-0,0079	-0,0210	-0,0131
0,2	0,9051	0,8398	0,3024	0,1627	3,8	-0,0314	-0,0040	-0,0177	-0,0137
0,3	0,9267	0,4838	0,7077	0,2189	3,9	-0,0280	-0,0008	-0,0147	-0,0140
0,4	0,3784	0,3564	0,6174	0,2610	4,0	-0,0254	0,0019	-0,0120	-0,0139
0,5	0,8231	0,2415	0,5323	0,2908	4,1	-0,0231	0,0040	-0,0095	-0,0136
0,6	0,7623	0,1431	0,4530	0,3090	4,2	-0,0204	0,0057	-0,0074	-0,0131
0,7	0,6997	0,0699	0,3793	0,3193	4,3	-0,0179	0,0070	-0,0054	-0,0125
0,8	0,6354	-0,0093	0,3131	0,3223	4,4	-0,0155	0,0079	-0,0038	-0,0117
0,9	0,5712	-0,0657	0,2527	0,3185	4,5	-0,0132	0,0085	-0,0023	-0,0108
1,0	0,5043	-0,1108	0,1938	0,3096	4,6	-0,0111	0,0089	-0,0011	-0,0100
1,1	0,4476	-0,1457	0,1510	0,2967	4,7	-0,0092	0,0090	0,0001	-0,0091
1,2	0,3899	-0,1716	0,1091	0,2807	4,8	-0,0075	0,0089	0,0007	-0,0082
1,3	0,3355	-0,1897	0,0729	0,2628	4,9	-0,0059	0,0087	0,0014	-0,0073
1,4	0,2849	-0,2011	0,0419	0,2430	5,0	-0,0046	0,0084	0,0019	-0,0065
1,5	0,2384	-0,2068	0,0158	0,2226	5,1	-0,0033	0,0080	0,0023	-0,0057
1,6	0,1959	-0,2077	-0,0069	0,2018	5,2	-0,0023	0,0075	0,0026	-0,0049
1,7	0,1578	-0,2047	-0,0235	0,1812	5,3	-0,0014	0,0069	0,0028	-0,0042
1,8	0,1244	-0,1985	-0,0476	0,1610	5,4	-0,0006	0,0064	0,0029	-0,0035
1,9	0,0932	-0,1899	-0,0784	0,1415	5,5	0,0000	0,0058	0,0029	-0,0029
2,0	0,0667	-0,1794	-0,1064	0,1230	5,6	0,0005	0,0052	0,0029	-0,0023
2,1	0,0439	-0,1675	-0,1318	0,1057	5,7	0,0010	0,0046	0,0023	-0,0018
2,2	0,0244	-0,1548	-0,1532	0,0895	5,8	0,0014	0,0041	0,0027	-0,0014
2,3	0,0080	-0,1416	-0,1693	0,0744	5,9	0,0015	0,0036	0,0028	-0,0010
2,4	-0,0056	-0,1282	-0,1809	0,0613	6,0	0,0017	0,0031	0,0024	-0,0007
2,5	-0,0165	-0,1149	-0,1864	0,0492	6,1	0,0018	0,0026	0,0022	-0,0004
2,6	-0,0254	-0,1019	-0,1860	0,0383	6,2	0,0019	0,0022	0,0020	-0,0002
2,7	-0,0320	-0,0895	-0,1808	0,0287	6,3	0,0019	0,0018	0,0018	+0,0001
2,8	-0,0369	-0,0777	-0,1673	0,0204	6,4	0,0018	0,0015	0,0017	0,0003
2,9	-0,0407	-0,0666	-0,1544	0,0132	6,5	0,0015	0,0012	0,0015	0,0004
3,0	-0,0425	-0,0563	-0,1429	0,0070	6,6	0,0017	0,0009	0,0013	0,0005
3,1	-0,0431	-0,0469	-0,1330	0,0019	6,7	0,0016	0,0008	0,0011	0,0006
3,2	-0,0431	-0,0383	-0,1247	-0,0024	6,8	0,0015	0,0004	0,0010	0,0006
3,3	-0,0422	-0,0306	-0,1184	-0,0033	6,9	0,0014	0,0002	0,0008	0,0006
3,4	-0,0408	-0,0237	-0,1121	-0,0045	7,0	0,0013	0,0001	0,0007	0,0006
3,5	-0,0389	-0,0177	-0,1058	-0,0059					

Ahora bien, en el caso de viga finita, una fuerza aplicada en un extremo, si influye en el otro extremo. Este caso se resuelve en forma similar al de viga infinita, pero superponiéndole fuerzas y montos (Q_0 y M_0) en los extremos, de forma que se cumplan las condiciones de los extremos.



Por ej.: la viga finita de 1) es similar (en lo que a esfuerzos se refiere) a la superposición de 2) y 3), tal que Q_0 y M_0 anulen el corte y monte en los extremos.

Con esta condición se determina entonces Q_0 y M_0 .

si las cargas P originan Q' y M' 2)

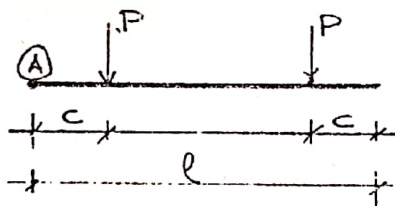
y las $Q_0 - M_0$ originan Q'' y M'' 3)

se debe cumplir en los extremos que

$$\begin{cases} Q' + Q'' = 0 \\ M' + M'' = 0 \end{cases}$$

Conocidos Q_0 y M_0 , los esfuerzos en la

viga finita 1) se obtiene superponiendo los esfuerzos originados por P en la viga de 2) y los esfuerzos originados por Q_0 y M_0 en la viga de 3). Para el caso particular de carga iguales y simétricas los valores de Q'' y M'' vienen dados por



Ⓐ Origen de coordenadas.

$$\begin{cases} M'' = \frac{Q_0}{4\beta} [1 + \psi(\beta l)] + \frac{M_0}{2} [1 + \theta(\beta l)] \\ Q'' = -\frac{Q_0}{2} [1 - \theta(\beta l)] - \frac{M_0\beta}{2} [1 - \psi(\beta l)] \end{cases} \text{ en } \textcircled{A}$$

Si bien esta forma para determinar los esfuerzos en la placa elástica es sencilla, es muy laborioso e insume mucho tiempo.

Resolución aproximada mediante el método de Levinton.-

Para el caso de viga finita, se puede resolver en forma aproximada mediante el método de Levinton, pero que puede resultar tan o más laborioso que el método exacto mediante las tablas de Timoshenko, si no se cuenta con calculadoras programables.

Dicho método, denominado por su autor "redundant reactions method" y, que podríamos llamar "método de la superposición de reacciones", es sumamente sencillo, y analiza el fenómeno total descomponiéndolo en elementos simples de fácil apreciación y objetivación.

Las hipótesis de cálculo para el desarrollo del método son las siguientes:

- 1.- La fundación (suelo) es elástica, o sea que los desplazamientos en cada punto son proporcionales a la presión existente en el punto:

$$y = k.p \quad (49)$$

(ecuación o hipótesis de Winkler).-

- 2.- El módulo de fundación (k) en tracción es igual que en compresión.

El módulo de fundación ya lo hemos definido anteriormente en concordancia con la expresión (49). Algunos valores importantes de k se hallan tabulados en la tabla A (pag. 200).

En la fig. 50, AB es una viga o solera de ancho unitario y longitud l , apoyada sobre una fundación elástica continua. En ella $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ y $M_1, M_2, M_3, \dots, M_n$ significan un sistema de cargas y momentos que actúan sobre la viga.

Supongamos una distribución de presiones en la fundación, dada por las ordenadas de la curva CC , ordenadas proporcionales a la presión y al desplazamiento (asentamiento o levantamiento), en cada punto.

Si se divide la luz total l en tres tramos iguales a , la curva total de presiones puede substituirse por la quebrada 1-2-3-4, de ordenadas p_1 y p_4 en los extremos, p_2, p_3 en los otros puntos. La superficie del diagrama de presiones puede dividirse en los triángulos numerados 1 a 6 en la fig. 50.

DIAGRAMA DE PRESIONES (a)

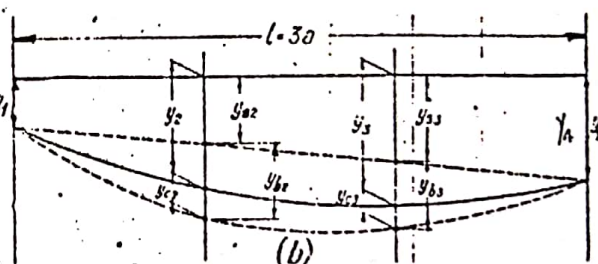
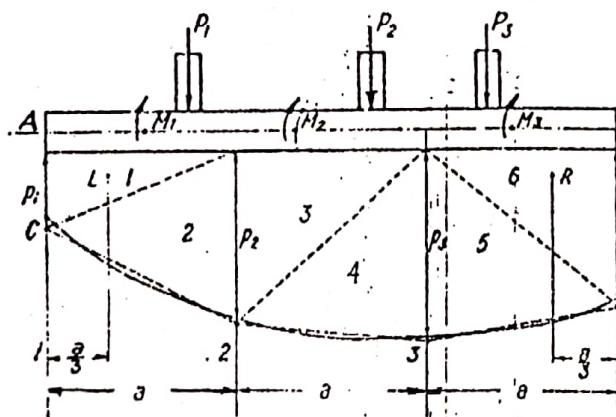


DIAGRAMA DE DESPLAZAMIENTOS
Fig. 50

La viga puede considerarse como una viga simple, apoyada en áreas unitarias en los extremos, con reacciones que son las presiones de intensidades p_1 y p_4 , apoyos que actúan como soportes elásticos deslizables uno con respecto al otro, consistiendo la carga de la viga en el sistema P_i y M_i ($i = 1, 2, 3, 4, \dots, n$), juntamente con las seis cargas triangulares que representan el diagrama de presiones en el terreno.

Utilizaremos la siguiente convención de signos: las cargas exteriores P son positivas cuando actúan hacia abajo; los momentos M son positivos cuando actúan en sentido horario, tal como el indicado en la figura; la compresión en el terreno es positiva y los desplazamientos o deflexiones hacia abajo también son positivos.

Refiriéndonos a la elástica trazada en la fig. 50 b, el desplazamiento total en el punto 2 es:

$$y_2 = k \cdot p_2$$

en la cual k es el módulo de fundación.

El desplazamiento total y_2 se halla compuesto de tres partes:

$$y_{s2}; y_{b2}; y_{c2}$$

siendo:

1.- y_{s2} : el desplazamiento debido a los asentamientos de los apoyos extremos de la viga que, en caso de ser ésta rígida, asume el valor:

$$y_{s2} = \frac{1}{3} y_4 + \frac{2}{3} y_1 = \frac{1}{3} k p_4 + \frac{2}{3} k p_1 \quad (50)$$

2.- y_{b2} : el desplazamiento por la flexión de la viga simple, originado por el sistema de cargas exteriores P_i y M_i . Este desplazamiento se puede obtener para cualquier estado de cargas, por fórmulas comunes de manuales, por integración, o mediante el método del diagrama de momentos reducido.

3.- y_{c2} : desplazamiento que representa el efecto de las seis cargas triangulares de la presión en el terreno.

Por ejemplo, es fácil obtener en la forma explicada (y según puede verse al final de los ejemplos), la deflexión en el punto 2 debida a la carga triangular 1:

$$y_{1,2} = \frac{94 a^4}{1080 E I} p_1 \quad (51 a)$$

En la cual E , es el módulo de elasticidad del material de la viga de fundación; I , el momento de inercia por unidad de ancho de la viga; a , es el tercio de la luz total 1; p_1 la altura del triángulo de carga.

De igual manera pueden obtenerse los desplazamientos en el punto 2, que originan las cargas triangulares 2,3,4,5 y 6. Estos valores son:

$$y_{2,2} = \frac{176 a^4}{1080 E I} p_2 \quad (51 b)$$

$$y_{3,2} = \frac{253 a^4}{1080 E I} p_2 \quad (51 c)$$

$$y_{4,2} = \frac{242 a^4}{1080 E I} p_3 \quad (51 d)$$

$$y_{5,2} = \frac{148 a^4}{1080 E I} p_3 \quad (51 e)$$

$$y_{6,2} = \frac{77 a^4}{1080 E I} p_4 \quad (51 f)$$

Sumando las expresiones. (51) se tiene el desplazamiento total en el punto 2, ocasionado por la carga total que representa el diagrama de presiones sobre toda la viga simple:

$$y_{c,2} = \frac{94 a^4}{1080 E I} p_1 + \frac{429 a^4}{1080 E I} p_2 + \frac{390 a^4}{1080 E I} p_3 + \frac{77 a^4}{1080 E I} p_4 \quad (52)$$

Teniendo en cuenta ahora la convención de signos adoptada, el desplazamiento total en el punto 2 vale:

$$y_2 = \frac{1}{3} k p_4 + \frac{2}{3} k p_1 + y_{b2} - \frac{94}{1080} \frac{a^4}{E I} p_1 - \frac{429}{1080} \frac{a^4}{E I} p_2 - \frac{390}{1080} \frac{a^4}{E I} p_3 -;$$

$$; - \frac{77}{1080} \frac{a^4}{E I} p_4 = k p_2 \quad (53)$$

A fin de simplificar la expresión, podemos hacer:

$$N = \frac{1080}{a^4} E I k \quad (54)$$

con lo cual la ecuación queda:

$$(94 - \frac{2}{3} N) p_1 + (429 + N) p_2 + 390 p_3 + (77 - \frac{1}{3} N) p_4 = \frac{1080 E I y_{b2}}{a^4} \quad (55a)$$

De idéntica manera se tendrá para el punto 3:

$$(77 - \frac{1}{3} N) p_1 + 390 p_2 + (429 + N) p_3 + (94 - \frac{2}{3} N) p_4 = \frac{1080 E I y_{b3}}{a^4} \quad (55 b)$$

Las ecuaciones obtenidas (55 a) y (55 b), tienen cuatro incógnitas, de manera que para poder determinar éstas, necesitamos dos ecuaciones más, las que obtenemos de la estática del sistema. Para ello tomamos momentos con respecto a los puntos R y L indicados en la fig. 50 a, centros de gravedad de los triángulos 6 y 1 respectivamente. Así, con respecto al punto R, se tiene:

$$7p_1 + 10p_2 + 4p_3 = \frac{-6M_R}{a^2} \quad (55'c)$$

y con respecto al punto L:

$$4p_2 + 10p_3 + 7p_4 = \frac{6M_L}{a^2} \quad (55 d)$$

en las cuales M_R y M_L son los momentos de todas las cargas exteriores respecto de los puntos R y L, juntamente con los momentos aplicados M_i .

Poseemos ahora, con el sistema de ecuaciones (55), el medio para determinar las cuatro incógnitas, p_1, p_2, p_3, p_4 .

Si existe alguna inseguridad en el valor de k por no haberse podido determinar en forma directa en el terreno, pueden calcularse las constantes del problema y_{b2}, y_{b3}, M_R y M_L y con ellas ajustar los coeficientes de las incógnitas en el sistema de ecuaciones para cada valor de N, determinado por un dado o supuesto valor de k.

La solución puede repetirse así para varios valores de k, permitiendo ello estudiar el comportamiento de la estructura en un amplio campo de terrenos de fundación.

Este método es especialmente apto para calcular casos del grupo 3, de vigas de mediana longitud, según la clasificación efectuada.

En el caso de cargas simétricas, la solución se simplifica notablemente. Resultan ahora $p_2 = p_3$, $y_{b2} = y_{b3}$, con lo que el sistema de ecuaciones (55) se reduce a sólo las dos siguientes:

$$(19 - N_s)P_1 + (91 + N_s)P_2 = \frac{120 E I y_{b2}}{a^4} \quad (56 a)$$

$$P_1 + 2P_2 = \frac{\sum P}{a} \quad (56 b)$$

en las que $\sum P$ es la suma total de las cargas exteriores P_i actuantes simétricamente sobre la viga, como muestra la figura 51 a y siendo N_s :

$$N_s = \frac{120 E I k}{a^4} \quad (57)$$

Soluciones más aproximadas.-

Es evidente que puede obtenerse una mayor aproximación a la curva de presiones en el terreno, con sólo dividir la luz total de la viga en un mayor número de tramos, hallando las ecuaciones de los desplazamientos de los nuevos puntos divisorios las que, juntamente con las dos ecuaciones proporcionadas por la estática del sistema, nos darán un número de ecuaciones igual al número de incógnitas del problema.

TABLA A. — Valores aproximados de $k = \frac{1}{K}$, para grupos de suelos, según la clasificación de Casagrande, por el U. S. Engineers Department

División principal	Grupos de suelos y descripción	Símbolo del grupo	Valores aproximados de k para cada grupo
Grava y suelos pedregosos	Gravas bien graduadas y mezclas de arena y grava. Poco o nada de finos.	G. W.	0,0722 a 0,0516 ó menores
	Buena graduación en mezcla de grava, arena, arcilla. Excelente capa de apoyo de caminos.	G. C.	0,0903 a 0,0516 ó menores
	Graduación pobre de grava y mezcla de grava y arena. Poco o nada de finos.	G. P.	0,1204 a 0,0722
	Grava con finos fangosos, gravas arcillosas; graduaciones pobres en mezclas de grava, arena, arcilla.	G. F.	0,1445 a 0,0722
Arenas y suelos arenosos	Arenas bien graduadas y gravas arenosas. Poco o nada de finos.	G. W.	0,1445 a 0,0628
	Mezcla bien graduada de arena y arcilla. Excelente capa de apoyo de caminos.	S. C.	0,1445 a 0,0628
	Arenas pobremente graduadas. Poco o nada de finos.	S. P.	0,1805 a 0,1110
	Arenas con finos, arenas muy fangosas, arenas arcillosas; mezcla de pobre graduación de arena y arcilla.	S. F.	0,2065 a 0,1110

Suelos con granos finos que tienen baja a media compresibilidad	Fango (inorgánico) y arenas muy finas, polvo de rocas, arenas finas fangosas o arcillosas con débil plasticidad.	M. L.	0,2410 a 0,1201
	Arcilla (inorgánica) de baja o media plasticidad, arcillas arenosas, arcillas fangosas, arcillas margas.	C. L.	0,2890 a 0,1605
	Fangos orgánicos e inorgánicos, fangos arcillosos de baja plasticidad.	O. L.	0,3608 a 0,2065

Suelos con granos finos de alta compresibilidad	Arenas finas micáceas o diatomeáceas, suelos fangosos y fangos elásticos.	M. H.	0,7225 a 0,2065
	Arcillas (inorgánicas) de alta plasticidad, arcillas grasas.	C. H.	0,7225 a 0,2410
	Arcillas orgánicas de media a alta plasticidad.	O. H.	0,7225 a 0,2890

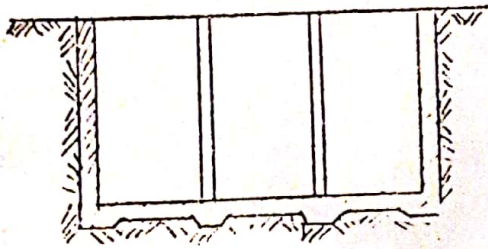
NOTACION

- k Módulo de fundación (foundation modulus) (cm³/kg).
- K Coeficiente de reacción de la subrasante.
- G Grava.
- S Arena.
- M Arena muy fina, fango y polvo de rocas.
- C Arcilla.
- F Finos, material menor de 0,1 mm de diámetro.
- O Orgánico.
- W Bien graduado.
- P Pobremente graduado.
- L Baja a media compresibilidad.
- H Alta compresibilidad.

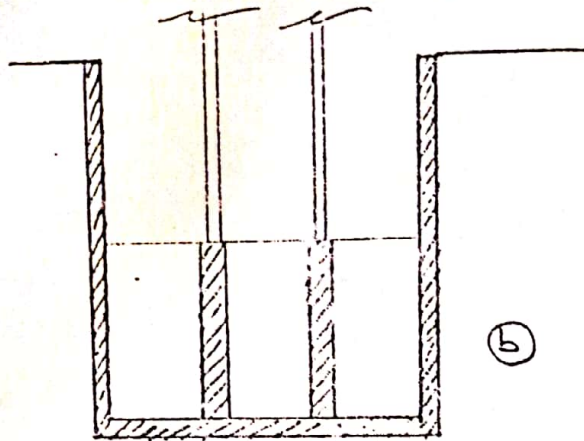
Además de los esfuerzos obtenidos por los métodos ya establecidos, las vigas o paredes laterales de una platea - cajón, (vigas y losas) se deben verificar generalmente como muros de sostenimiento, en voladizo con apoyo propio, aunque finalmente pueden ser apuntalados por la estructura del piso y conseguir una estabilidad adicional contra el vuelco, dada por la carga de la superestructura en la parte superior de las paredes. No es conveniente, y con frecuencia tampoco es posible, disponer temporalmente unos puntales inclinados para sujetar un muro de contención de la platea, hasta tanto sea completada la sujeción proporcionada por el piso bajo o por un piso intermedio. Por lo tanto los muros han de ser estables frente al vuelco y deslizamiento.

Las losas del piso de la platea se diseñan de manera de que sean capaces de resistir las presiones en la parte inferior de la losa junto con los esfuerzos provocados por un asentamiento diferencial, las cargas desiguales en las columnas y las reacciones de los muros de sostenimiento.

Para presiones de apoyo reducidas, la losa de la base puede constar de una losa de espesor uniforme o una losa plana con áreas de mayor espesor bajo las columnas (a). Para presiones de apoyo elevadas es frecuentemente necesario disponer de un emparrillado de vigas armadas (b).



(a)



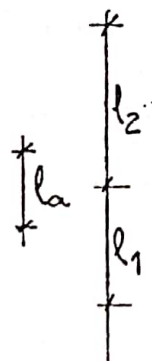
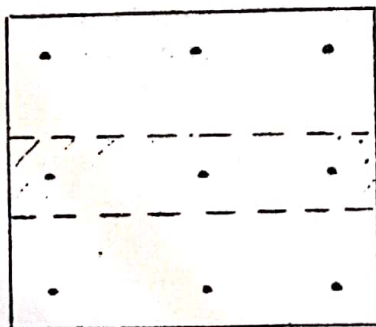
(b)

En cuanto al dimensionado de la platea se procede en general de la siguiente forma:

1.- Suponiendo que sea una platea con vigas y losas, las vigas se calculan con los esfuerzos obtenidos de considerar las fajas con las columnas como vigas sobre medio elástico. Como la viga debe tener la misma curvatura que la banda de placa adyacente, el momento en ella será mayor cuanto mayor sea su rigidez. Como en general la rigidez de la viga es >> que la rigidez de la placa, los momentos en esta son <<y podemos considerar que todo el momento lo absorbe la viga. Las losas se calculan como losas continuas cargadas uniformemente con q (tn/m^2).

q se puede tomar igual a la máxima presión obtenida en las fajas, o poniéndonos aún más del lado de la seguridad tomar $q = \sigma_{adm}$

2.- Si la platea es plana, es decir, sin vigas o estas son de sección muy reducida, los esfuerzos obtenidos como faja sobre fundaciones elásticas, son absorbidos con las armaduras colocadas en una faja l_a , y en el resto de la losa se coloca la armadura correspondiente a considerar la losa como continua. En esta faja l_a se supone que el momento es constante en todo su ancho.



h : altura losa
 l_1, l_2 = distancia entre ejes de columnas.

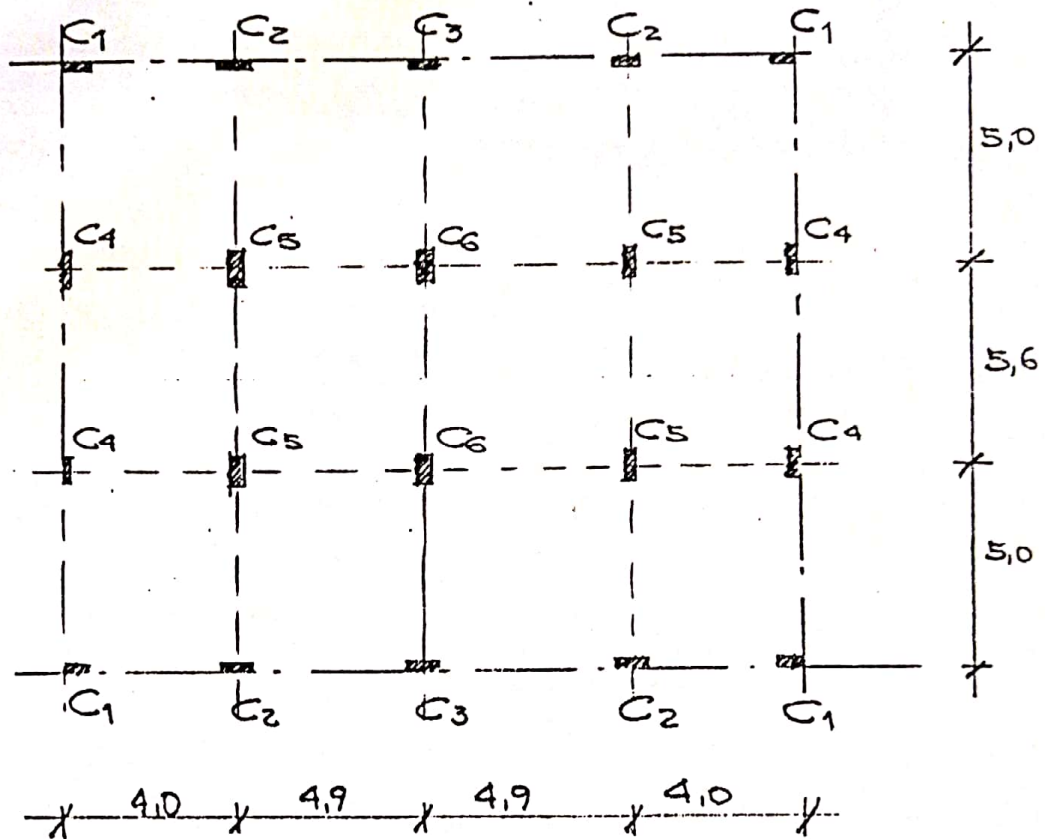
$$l_a = l_{1a} + l_{2a}$$

$$l_{1a} \leq \begin{cases} 1/4 l_1 \\ 4h \end{cases}$$

$$l_{2a} \leq \begin{cases} 1/4 l_2 \\ 4h \end{cases}$$

Ejemplo:

Suponiendo la siguiente planta:



- $C_1 = 84 \text{ Tn}$
- $C_2 = 96 \text{ Tn}$
- $C_3 = 114 \text{ Tn}$
- $C_4 = 111 \text{ Tn}$
- $C_5 = 140 \text{ Tn}$
- $C_6 = 167 \text{ Tn}$

$$\sigma_{adm} = 1.5 \text{ kg/cm}^2$$

$$C = 1670 \text{ tn/m}^3$$

$$\sigma_{bk} = 170 \text{ kg/cm}^2$$

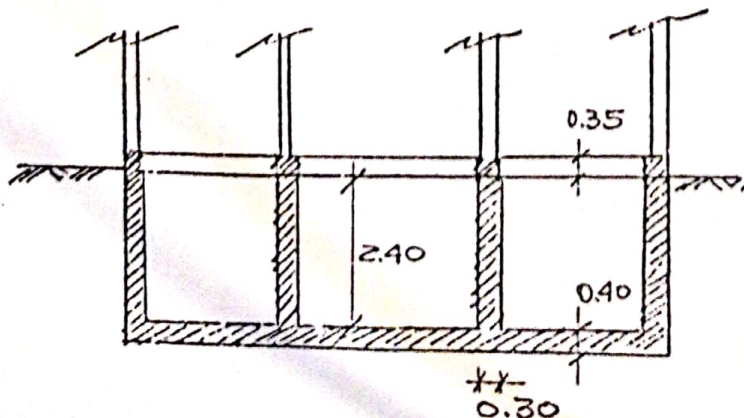
$$\sigma_{ek} = 4400 \text{ kg/cm}^2$$

$$E_{horm.} = 2100000 \text{ tn/m}^2$$

$$\sigma_{adm b} = 94 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_a = 2400 \text{ kg/cm}^2$$

Suponiendo que la PB del edificio se destinarán a locales comerciales, se hará un subsuelo ($h = 2,40 \text{ m}$) en todo el edificio, que servirá de depósito de los locales.



Ante esta situación aprovechamos para hacer una plataforma - cajón con vigas altas de 30 x 315.-

La $\Sigma P = 2286 \text{ tn}$.

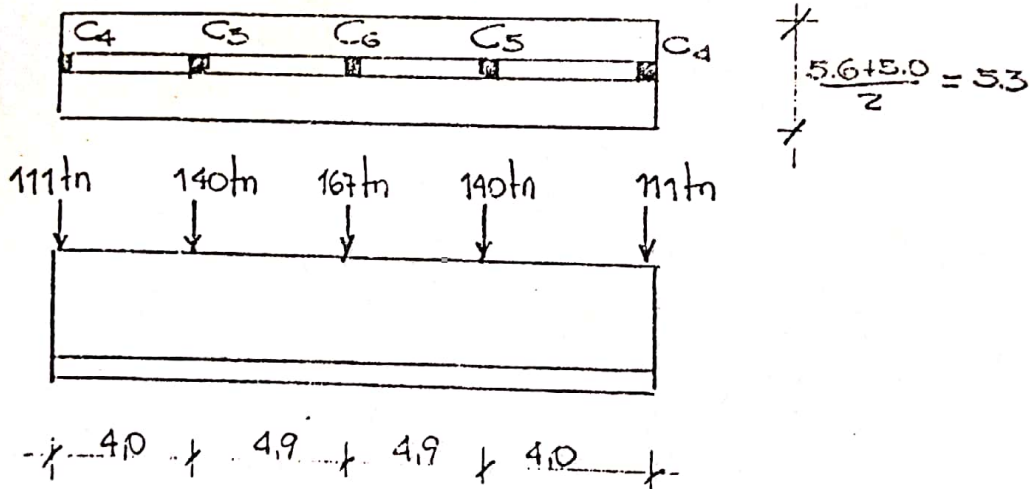
Si se hubiera planteado la solución mediante zapatas independientes se hubiera obtenido un área de bases

$$A = \frac{2286 \text{ tn}}{10 \text{ tn/m}^2} = 228,6 \text{ m}^2.$$

la planta del edificio tiene = $277,7 \text{ m}^2$.

se hubiera cubierto una superficie mayor del 60 %.

- 1) Primero procederemos al cálculo de la faja $C_4-C_5-C_6-C_5-C_4$ y lo haremos por los distintos métodos mencionados.



$$j_{cg} = 30 \times 275 \times 177,5 + 530 \times 40 \times 20 = 64,12 \text{ cm}.$$

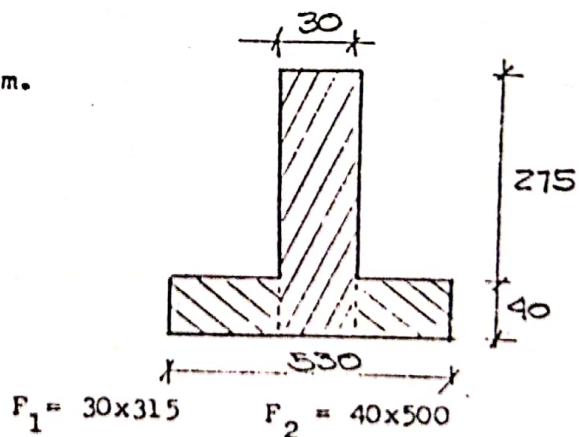
$$j_{cg} = j_1 + j_2 + F_1 e_1^2 + F_2 e_2^2$$

$$e_1 = \frac{3,15}{2} - 64,1 = 0,945 \text{ m}.$$

$$e_2 = \frac{40}{2} - 64,1 = 0,44 \text{ m}.$$

$$j_1 = \frac{30 \times 3,15}{12} \quad j_2 = \frac{500 \times 40}{12}$$

$$j_{cg} = 2,02 \text{ m}^4.$$

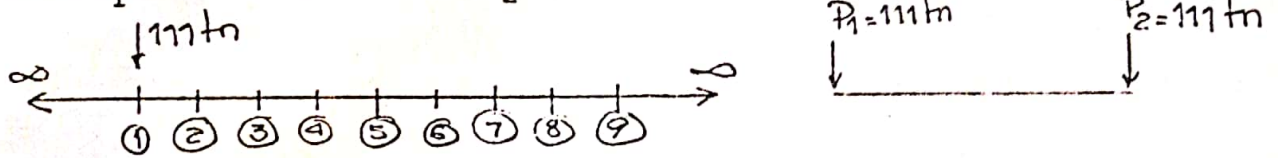


$$\beta = \sqrt[4]{\frac{1670 \times 5,3}{4 \times 2100000 \times 2,02}} = 0,15$$

$$L\beta = 0,15 \times 17,8 = 2,67 \text{ ---- viga de long. finita.}$$

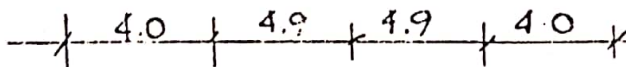
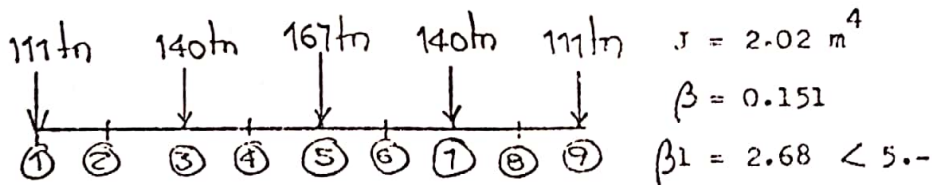
I) Resolvemos la viga de acuerdo a la teoría de Timoshenko, usando sus fórmulas y tablas.

Como las cargas son simétricas, obtenemos los valores para una sola carga $C_1 = 111 \text{ tn}$ y una sola $C_2 = 140 \text{ tn}$.



El momento que produce P_1 en el punto (4) es de igual valor al que produce P_2 en (6); en el punto (3) P_1 origina el mismo momento que P_2 en el punto (7), ... etc.-

A su vez por ser cargas simétricas, el sistema de M y Q a aplicar en los extremos viene dado ya por Timoshenko con las fórmulas (a).



Punto	x	βx	ψ	M	θ	Q
1	0	0	1.0	183.8	1.0	-55.5
2	2.0	0.3	0.4888	89.8	0.7077	-39.3
3	4.0	0.6	0.1431	26.3	0.4530	-25.1
4	6.45	0.97	0.0972	-17.9	0.20	-11.1
5	8.9	1.34	-0.1943	-35.7	0.0605	-3.4
6	11.35	1.72	-0.2035	-37.4	-0.028	1.6
7	13.8	2.08	-0.1700	-31.2	-0.061	3.4
8	15.8	2.39	-0.128	-23.5	-0.0669	3.7
9	17.8	2.68	-0.092	-16.9	-0.0610	3.4

111 tn.-

140 tn.-

Punto	x	βx	ψ	M	θ	Q
1	4.0	0.6	0.1431	33.2	0.4530	-31.7
2	2.0	0.3	0.4888	113.3	0.7077	-49.5
3	0	0	1.0	231.8	1.0	-70
4	2.45	0.37	0.3961	91.8	0.6445	-45.1
5	4.9	0.74	0.0322	7.5	0.3531	-24.7
6	7.35	1.11	-0.1457	-33.8	0.151	-10.6
7	9.8	1.48	-0.2050	-47.5	0.0210	-1.5
8	11.8	1.78	-0.1995	-46.24	-0.0348	+2.4
9	13.8	2.08	-0.170	-39.4	-0.061	+4.3

Punto	x	βx	ψ	M	e	Q
9/1	8.9	1.34	-0.1943	-53.7	0.0605	-5.1
8/2	6.9	1.04	-0.13	-35.9	0.17	-14.6
7/3	4.9	0.74	0.0322	8.9	0.3531	-29.5
6/4	2.45	0.37	0.3961	109.5	0.6445	-53.8
5	0		10	276.5	10	-83.5

167 tn

$$M_1 = 183.8 + 33.2 - 53.7 - 39.4 - 16.9 = 107.4 \text{ tn}$$

$$Q_1 = -55.5 - 3.4 + 31.7 - 4.3 + 5.1 = -26.4 \text{ tn}$$

$$M'' = \frac{Q_0}{4.0,15} (1 + (-0.092)) + \frac{M_0}{2} (1 + (-0.061)) = 1.502 Q_0 + 0.4695 M_0$$

$$Q'' = -\frac{Q_0}{2} (1 + 0.061) - \frac{M_0}{2} (1 + 0.031) = -0.5305 Q_0 - 0.0778 M_0 - 107 + 1.5 Q_0 + 0.4695 M_0 = 0$$

$$-26.4 - 0.5305 Q_0 - 0.0778 M_0 = -111$$

$$Q_0 = \frac{-107 - 0.4695 M_0}{1.5} = -71.33 - 0.313 M_0$$

$$-26.4 - 0.5305(-71.33 - 0.313 M_0) - 0.0778 M_0 + 111 = -26.4 + 37.84 + 0.166 M_0 -$$

$$-0.0778 M_0 + 111 = 122.45 + 0.0882 M_0 = 0$$

$$M_0 = \frac{-122.45}{0.0882} = -1388.3 \text{ tn}$$

$$Q_0 = -71.33 + 0.313 \times 1388.3 = 363.21 \text{ tn} = Q_0$$

Punto	x	βx	ψ	M	e	Q
1	0		1.0	601.34	1.0	-181.6
2	20		0.4888	+239.9	0.7077	-128.5
3	4.0		0.1431	+86.1	0.4530	-62.3
4	6.45		-0.0972	-58.5	0.20	-36.3
5	8.9		-0.1943	-116.8	0.0605	-11.0
6	11.35		-0.2035	-122.4	-0.028	5.1
7	13.8		-0.17	-102.2	-0.061	11.1
8	15.8		-0.128	-77.0	-0.0669	12.1
9	17.8		-0.092	-55.3	-0.061	11.1

$$Q_0 = 363.21 \text{ tn}$$

$$M_0 = 1388.3 \text{ tn}$$

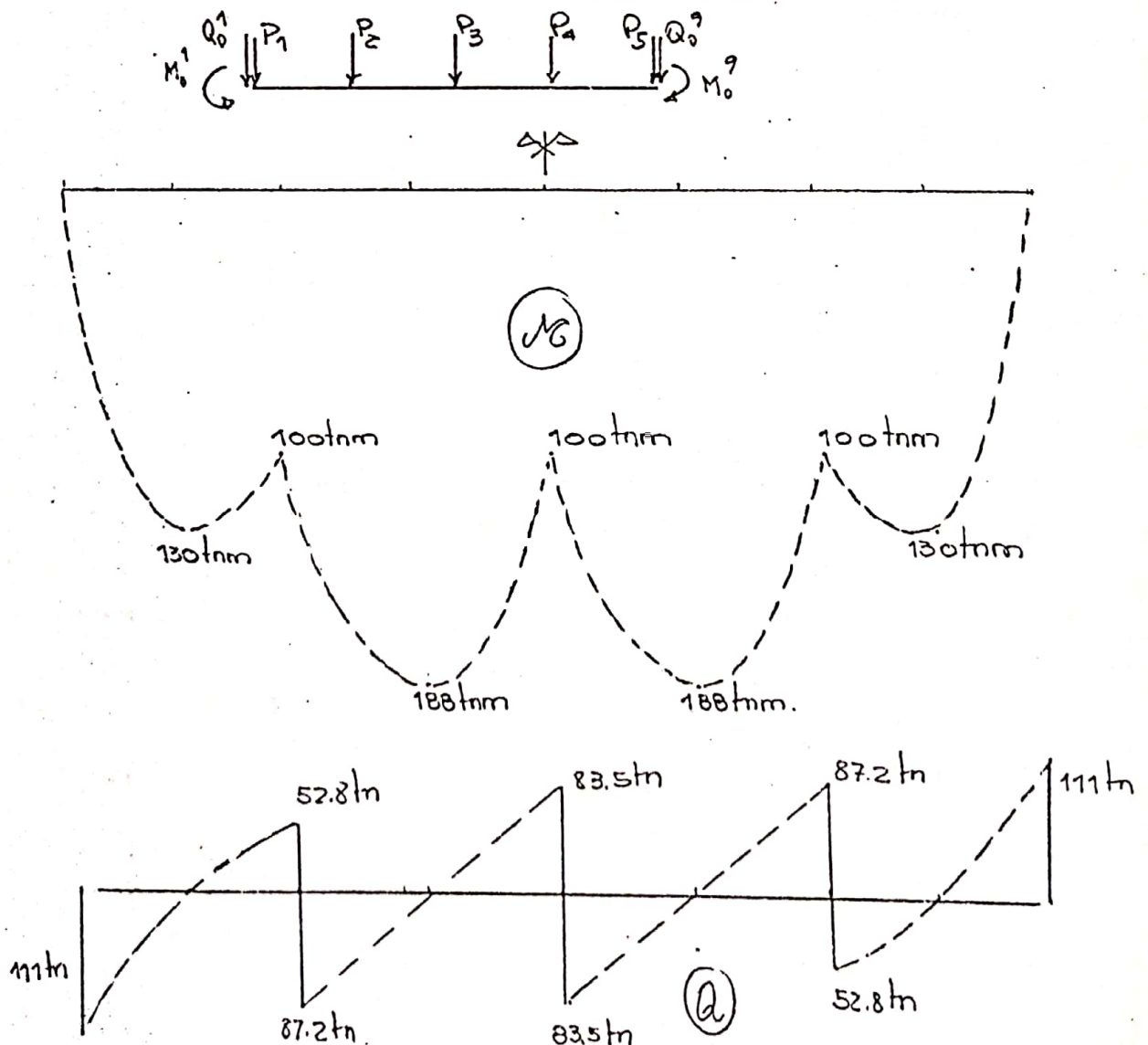
Punto	x	βx	θ	M	ψ	Q
1	0		1.0	-694.1	1.0	104.8
2	2		0.7077	-4.93	0.9267	97.1
3	4		0.4530	-314.4	0.7628	80.0
4	6.45		6.20	-138.8	0.520	54.5
5	8.9		0.0605	-42.0	0.3153	33.1
6	11.35		-0.028	19.4	0.154	16.1
7	13.8		-0.061	42.3	0.060	6.3
8	15.8		-0.0669	46.4	-0.005	-0.5
9	17.8		-0.061	42.5	-0.031	-3.2



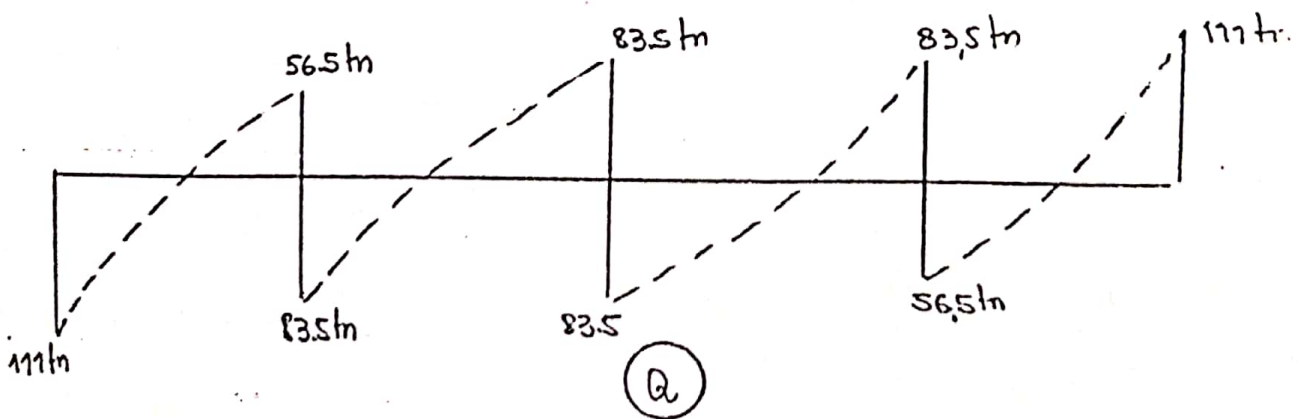
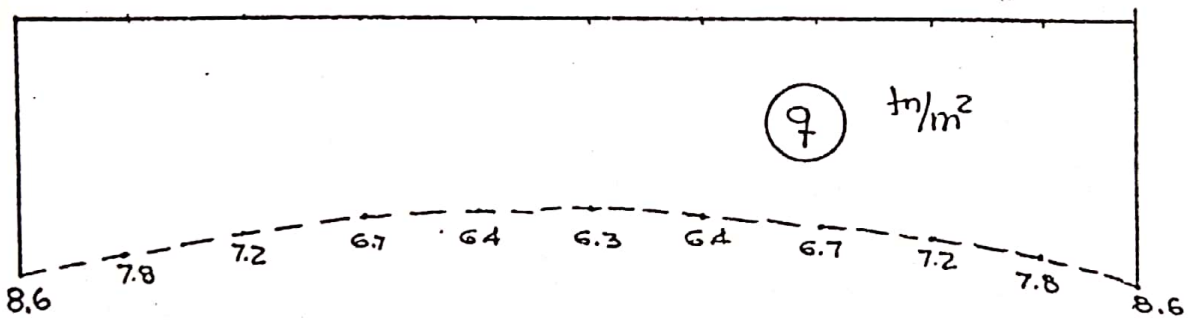
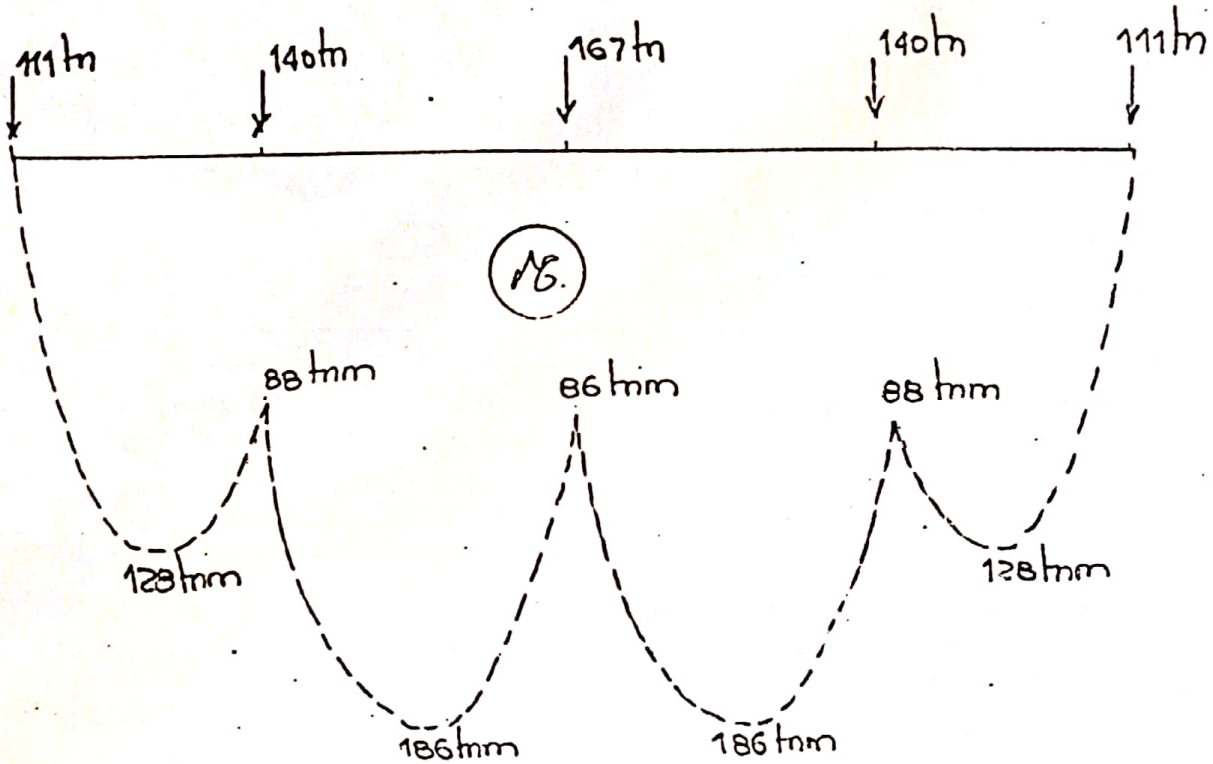
Punto	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	Q_0^1	Q_0^2	M_0^1	M_0^2	Σ
1	183.8	33.2	-53.7	-39.4	-16.9	601.34	-55.3	-694.1	42.3	1.2
2	89.8	113.3	-35.9	-46.24	-23.5	293.9	-77.0	-491	46.4	-130
3	26.3	231.8	8.9	-47.5	-31.2	86.1	-102.2	-314.4	42.3	-100
4	-17.9	91.8	109.5	-33.8	-37.4	-58.5	-122.4	-138.8	19.4	-188
5	-35.7	7.5	276.5	7.5	-35.7	-116.8	-116.8	-42	-42.0	-98
CORTE										
1	-55.5	+31.7	5.1	-4.3	-3.4	-181.6	-11.1	104.8	+3.2	-111
2	-39.3	+49.5	+14.6	-2.4	-3.7	-128.5	-12.1	97.1	+0.5	-24.4
3	-25.1	-70	29.5	+1.5	-3.4	-82.3	-11.1	80	-6.3	-87.2
4	-11.1	-45.1	53.8	10.6	-1.6	-36.3	-5.1	54.5	-161	3.6
5	-3.4	-24.7	-83.5	+24.7	3.4	-11	11.0	33.1	-33.1	-83.5

MOMENTOS

(der.)

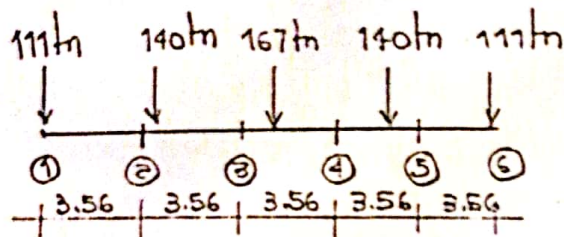


II) Utilizando la teoría exacta de Hetenyi -



III) Resolución del mismo caso mediante Levinton.

Dividiendo en 5 tramos (esq. simétrico), tenemos 3 incógnitas



$$J = 2.02 \text{ m}^4$$

$$a = \frac{17.8}{5} = 3.56 \text{ m}$$

Para el cálculo de y_b usamos: (Timoshenko)

$$EJy = \frac{Pb}{6I} (1^2 - x^2 - b^2) \quad x < a$$

$$EJy = \frac{Pb}{6I} (1^2 - x^2 - b^2) + \frac{P}{6} (x-a)^3 \quad x > a$$

$$EJy_{b2} = \frac{140 \times 13.80 \times 3.56}{6 \times 17.8} (17.8^2 - 13.8^2 - 3.56^2) + \frac{167 \times 8.9 \times 3.56}{6 \times 17.8} (17.8^2 - 8.9^2 - 3.56^2) + \frac{140 \times 4.0 \times 3.56}{6 \times 17.8} (17.8^2 - 4.0^2 - 3.56^2) = 23848$$

$$EJy_{b3} = \frac{167 \times 8.9 \times 7.12}{6 \times 17.8} (17.8^2 - 8.9^2 - 7.12^2) + \frac{140 \times 4 \times 7.12}{6 \times 17.8} (17.8^2 - 4^2 - 7.12^2) + \frac{140 \times 13.8 \times 7.12}{6 \times 17.8} (17.8^2 - 13.8^2 - 7.12^2) + \frac{140(7.12-4)^3}{6} = 38321$$

El valor de N_s , por ser carga simétrica será =

$$N_s = \frac{120 \text{ FJ } k}{a^4} = \frac{120 \text{ FJ}}{a^4 \text{ C}} = \frac{120 \times 21000000 \times 2.02}{3.56^4 \times (2500 \times 0.67)} = 1892$$

Como el J debe ser por unidad de ancho se divide por 5.3 = $\frac{357}{5.3} = N_s$

Los términos independientes del sistema de ecuaciones vale =

$$\frac{120 EJy_{b2}}{a^4} = \frac{120 \times 23848}{3.56^4 \times 5.3} = 3362 \text{ tn/m}^2 = 336.2 \text{ kg/cm}^2$$

$$\frac{120 EJy_{b3}}{a^4} = \frac{120 \times 38321}{3.56^4 \times 5.3} = 5402 \text{ tn/m}^2 = 540 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\sum \frac{P}{a} = \frac{(111+140)2+167}{5.3} \frac{1}{3.56} = 35.46 \text{ tn/m}^2 = 3.546 \text{ kg/cm}^2$$

también se divide por 5.3 para que sea J/m

De acuerdo a la tabla z, tenemos las siguientes ecuaciones:

$$1) (39 - 357)p_1 + (211 + 357)p_2 + 330 p_3 = 336.2$$

$$2) (59 - 357)p_1 + 330 p_2 + (541 + 357)p_3 = 540$$

$$3) p_1 + 2p_2 + 2p_3 = 3.546$$

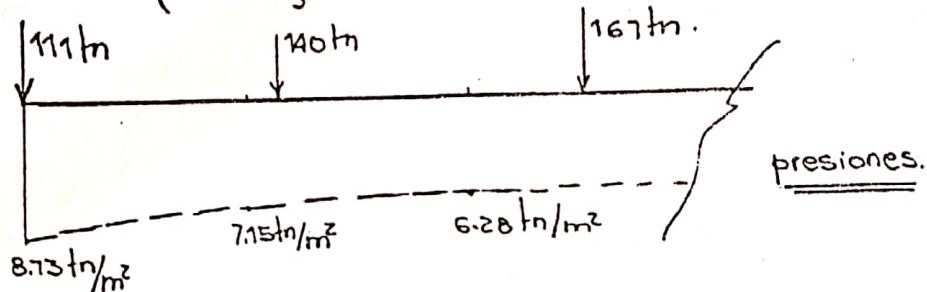
$$-318 p_1 + 568 p_2 + 330 p_3 = 336.2$$

$$-298 p_1 + 330 p_2 + 898 p_3 = 540$$

$$1 p_1 + 2 p_2 + 2 p_3 = 3.56$$

ya resueltas estas
ecuaciones se obtie
ne =

$$\left\{ \begin{array}{l} p_1 = 0.873 \text{ kg/cm}^2 \\ p_2 = 0.715 \text{ kg/cm}^2 \\ p_3 = 0.628 \text{ kg/cm}^2 \end{array} \right.$$



$$M_6 = 111 \times 2.0 - (8.73 + 7.15) \times 5.3 \times 2.0 \times 1.05 = 133 \text{ tm.}$$

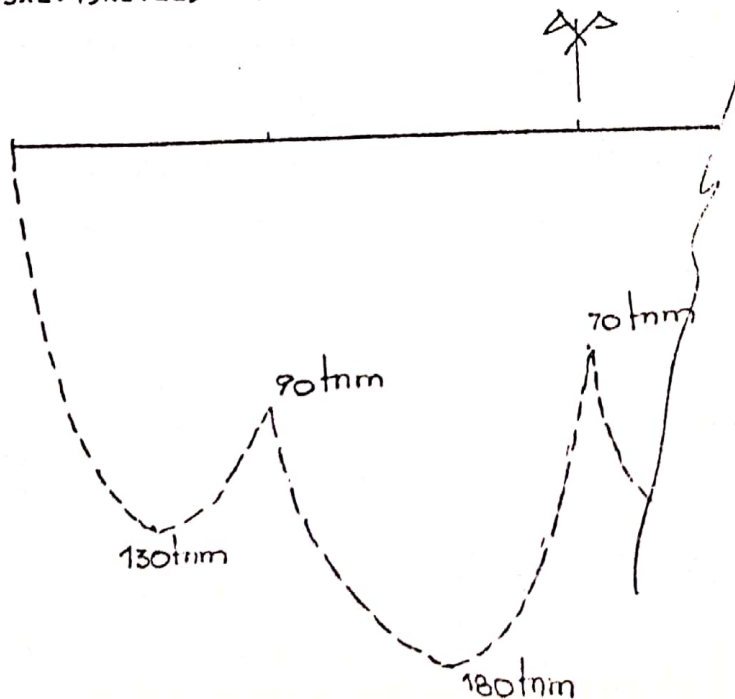
$$M_2 = 111 \times 4.0 - \frac{(8.73 + 7.15)}{2} \times 4.0 \times 5.3 \times 2.1 = 90 \text{ tm.}$$

$$M_7 = 111 \times 6.45 + 140 \times 2.45 - \frac{(8.73 + 7.15)}{2} \times 4 \times 5.3 \times 4.55 - \frac{(7.15 + 6.28)}{2} \times 2.45 \times 5.3 \times 1.3 = ;$$

; = 180 tm.

$$M_3 = 111 \times 8.9 + 140 \times 4.9 - \frac{(8.73 + 7.15)}{2} \times 4 \times 5.3 \times 7.0 - \frac{(7.15 + 6.28)}{2} \times 2.45 \times 5.3 \times 3.75 - ;$$

$$; - 6.28 \times 5.3 \times 2.45 \times 1.225 = 70 \text{ tm.}$$



IV) Si consideráramos que la presión del suelo es uniforme, o sea si hubiéramos hecho el cálculo como viga rígida se obtendría:

$$\sum P = (111 + 140) \times 2 + 167 = 669 \text{ tn.}$$

$$q = \frac{\sum P}{\sum L} = 7.09 \text{ tn/m}^2$$

$$\Omega = 17.8 \text{ m} \times 5.3 \text{ m} = 94.34 \text{ m}^2$$

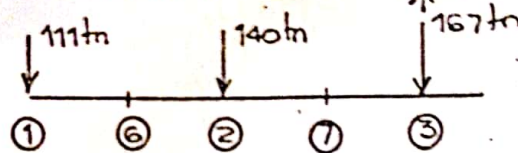
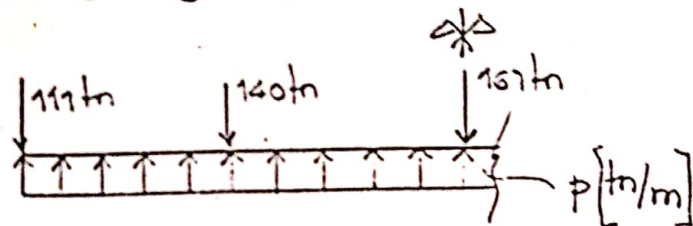


Diagrama de carga =



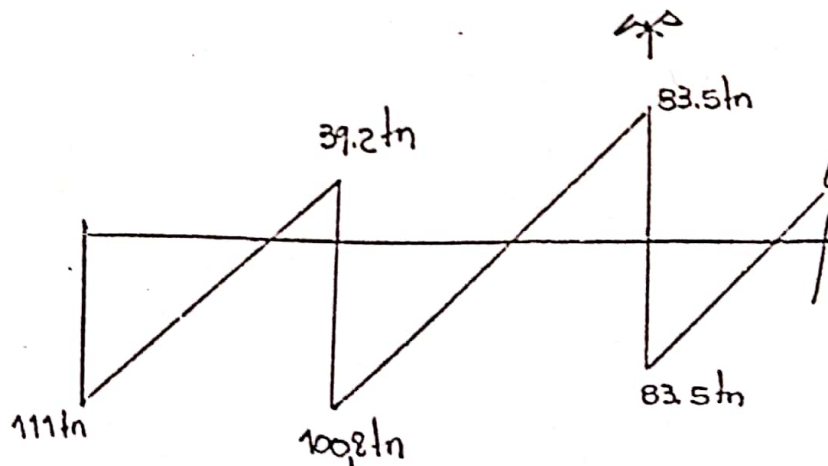
$$p = q \cdot b = 7.09 \text{ tn/m}^2 \times 5.3 \text{ m} = 37.54 \text{ tn/m}$$

$$M_6 = 111 \text{ tn} \times 2.0 \text{ m} - 37.54 \text{ tn/m} \times 2.0 \times 1.0 = 147 \text{ tn.}$$

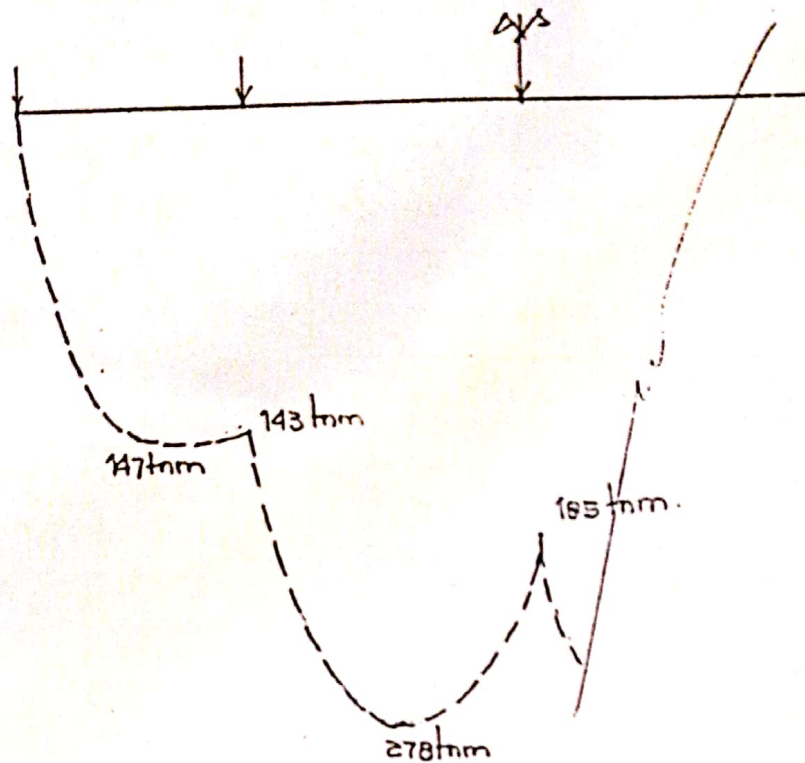
$$M_2 = 111 \text{ tn} \times 4.0 - 37.54 \times 4.0 \times 2.0 = 143 \text{ tn.}$$

$$M_7 = 111 \text{ tn} \times 6.45 - 37.54 \times 6.45 \times 3.225 - 140 \times 2.45 = 278 \text{ tn.}$$

$$M_3 = 111 \text{ tn} \times 8.9 + 140 \times 4.9 - 37.54 \times 8.9 \times 4.45 = 185 \text{ tn.}$$



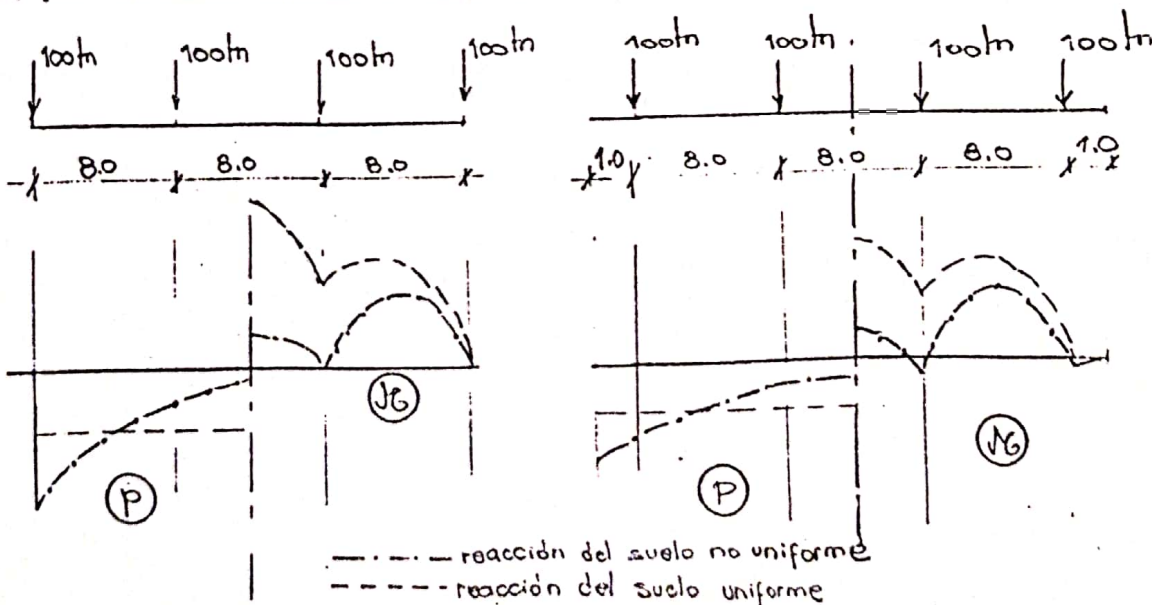
(a)

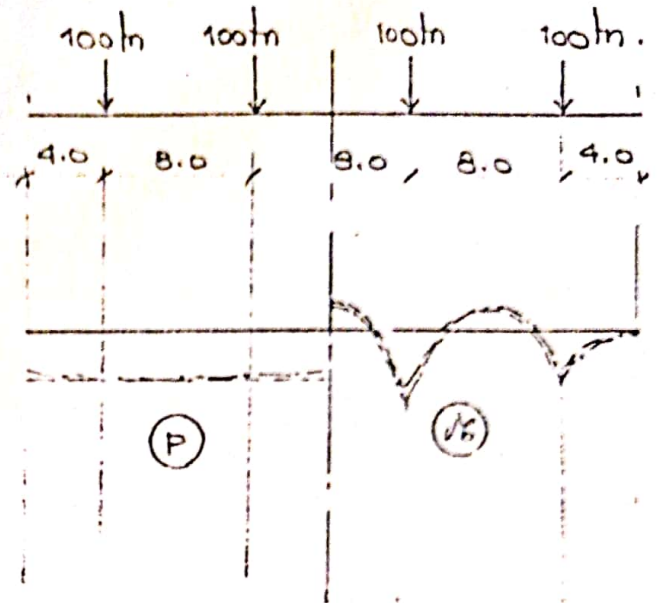
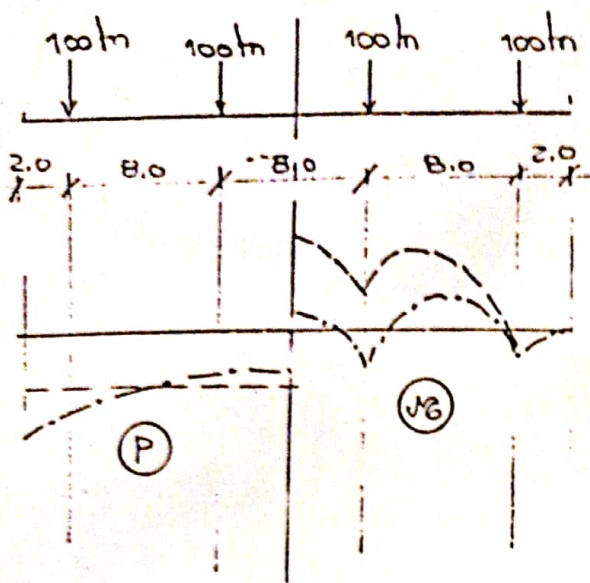


Vemos como conclusión que los valores obtenidos por las tablas de Timoshenko, por el método de Levinton y por la teoría de Hetenyi, son muy semejantes, no así los valores obtenidos al considerar la fundación como rígida que vemos que son muy superiores a los que se obtienen de tener en cuenta la flexibilidad de la fundación.

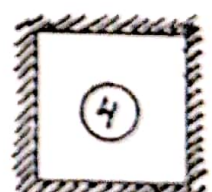
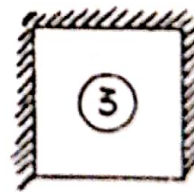
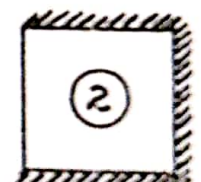
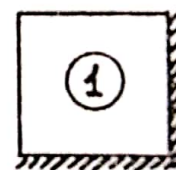
La idealización de que la reacción del suelo es uniforme en toda la losa, se aproxima a la realidad sólo si se dimensionan voladizos a en la placa, de tal modo que las sumas parciales de las presiones del suelo en los pilares de borde coincidan con las cargas procedentes de arriba. Así suponemos que la superestructura y la fundación son muy flexibles y además que existe un buen terreno de fundación. De no ser así, debe considerarse, como ya se ha visto, la rigidez de la fundación, ya que esto origina presiones mayores en los bordes de la placa.

EJ.: para el mismo sistema de carga y distintos voladizos =





Para obtener los esfuerzos en las losas, recurrimos a las tablas de L6ser
se considera σ_{adm} y el siguiente esquema de apoyo



Los momentos a soportar en los apoyos serán el procedio lineal de los momentos
obtenidos para los apoyos de ambas losas, ya que las luzes de las mismas son re-
lativamente uniformes

Las armaduras se obtienen de

$$F_e = \frac{M_l}{\underbrace{0.9h}_{z} \beta_s}$$

Las armaduras se colocan :

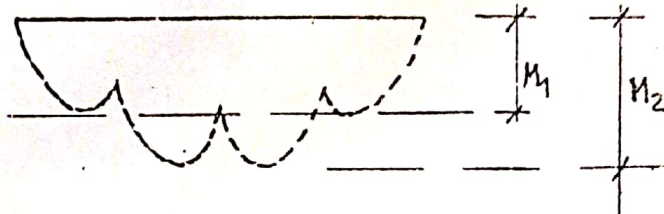
-En los apoyos o sea en la zona de columnas en la cara inferior de la placa

-En los tramos internos de las losas: se coloca en la cara superior

También se debe verificar el IIº para el máximo momento.

Resta ahora dimensionar las armaduras de las vigas.

En nuestro caso, en todas ellas los diagramas de flexión son de la forma:



Con las tracciones en la zona superior. Para esta variación de diagrama de momento, podemos adoptar una armadura que se mantiene en todo lo largo de la viga reforzando en la zona central.

Así la armadura correspondiente a M_1 la mantenemos constante de punta a punta, y en la zona central se adiciona la armadura necesaria para absorber $(M_2 - M_1)$.

En base a los momentos obtenidos verificamos para el M máx. ya que la sección de todas las vigas es la misma.

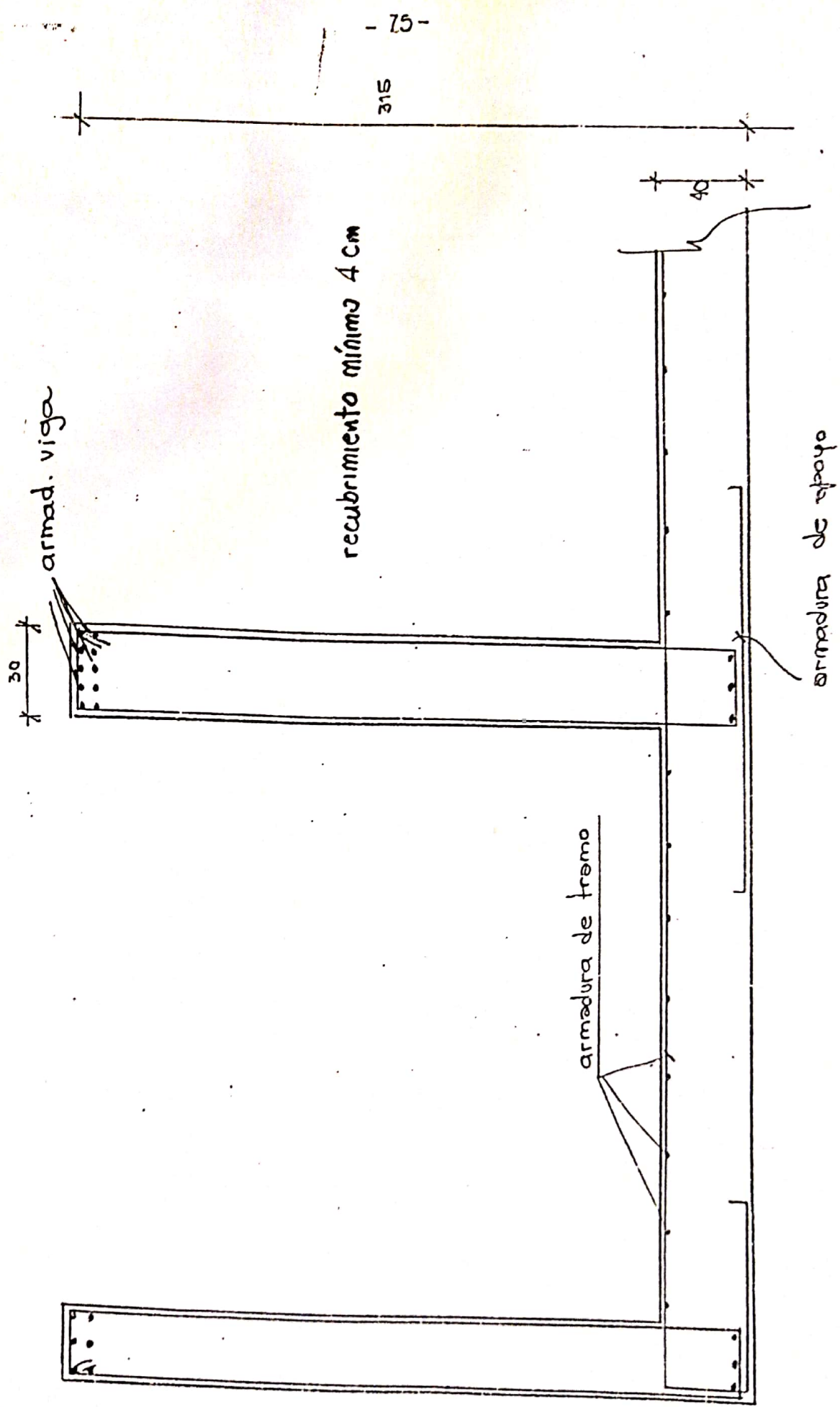
$$M_{\text{máx}} = 186 \text{ tnm} \quad (\text{solución exacta Hetenyi})$$

$$Q = 111 \text{ tn}$$

$$M = \frac{0.338 b h^2 \beta_R}{\nu} = \frac{0.338 \times 0.3 \times 310^2 \times 0.105}{1.75} = 584 \text{ tnm}$$

$$M_{\text{máx}} = 186 \text{ tnm} < M \quad (\text{verifica})$$

$$\tau = \frac{110.000}{0.9 \times b \times h} = \frac{110.000}{0.9 \times 30 \times 310} = 13,1 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} \left. \begin{array}{l} < \tau_{03} \\ > \tau_{02} \end{array} \right\}$$



. Método de Bleich.

Consideremos una viga AB de longitud finita L solicitada por cargas cualesquiera P_1, P_2, M_1, \dots (Fig. 1.3).

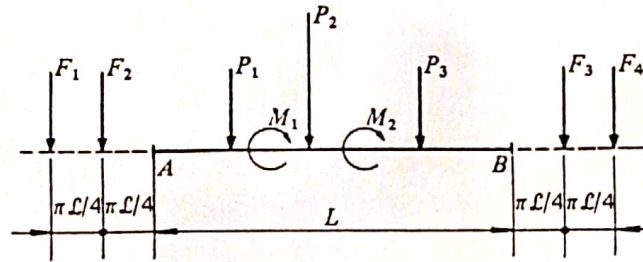


Figura 1

En principio se calcula la viga de longitud infinita hallando en A y B los momentos y los cortantes M_A, M_B, Q_A y Q_B . Se determinan a continuación las fuerzas F_1, F_2, F_3 y F_4 que aplicadas a la viga de longitud infinita dan, superponiendo sus efectos a aquéllos de P_1, P_2, \dots , los momentos y cortantes en A y en B iguales a cero, lo que equivale a las condiciones de extremo de la viga de longitud finita.

Para obtener, por ejemplo, $M_A = 0$, se considera la línea de influencia de los momentos en un punto cualquiera O de la viga infinita. Se superpone la viga finita AB de longitud L colocando A en O , con lo que el extremo B queda a una distancia relativa del origen O igual a L/L . Las fuerzas auxiliares F pueden colocarse de una manera arbitraria, pero los cálculos se simplifican eligiendo posiciones particulares tales que las líneas de influencia tengan ciertas ordenadas nulas. Bleich coloca las fuerzas F de tal manera que la abscisa de F_2 sea $-\pi L/4$ (con lo cual el momento flector en A es nulo) y la de F_1 $-\pi L/2$ (con lo que el cortante en A es nulo). F_3 y F_4 ocupan posiciones simétricas respecto a AB .

Se expresa que $M_A = M_B = 0$ sumando los momentos obtenidos para todas las cargas P y M y todas las F . Al considerar las líneas de influencia de Q , pueden escribirse de la misma manera las ecuaciones que expresen que $Q_A = Q_B = 0$. Las cuatro ecuaciones así obtenidas permiten determinar las cuatro fuerzas F y resolver el problema. El trozo AB de la viga infinita cargada con las fuerzas P, M, F , es idéntico a la viga finita AB cargada con P, M .

Se observa por el examen de las líneas de influencia de la viga de longitud infinita que cuando $L > \pi L$, hay en cada una de las ecuaciones términos despreciables porque el efecto de las fuerzas auxiliares llega a ser muy pequeño en las extremidades opuestas, con lo que sus valores pueden hallarse directamente mediante las expresiones

$$F_1 = \frac{1}{0,05197} \frac{M_A}{L} \quad (1.37.1)$$

$$F_2 = \frac{-1}{0,16120} Q_A \quad (1.37.2)$$

$$F_3 = \frac{1}{0,16120} Q_B \quad (1.37.3)$$

$$F_4 = \frac{1}{0,05197} \frac{M_B}{L} \quad (1.37.4)$$

Valores del módulo de deformación E_0 y coeficiente de Balasto K_s

TIPO DE SUELO	Módulo de deformación E_0 (kg/cm ²)	Coeficiente de balasto Placa de 1 pie ² K_s (kg/cm ²)
** Suelo fangoso	11,00 a 33,00	0,50 a 1,50
* Arena seca o húmeda, suelta (N_{SPT} 3 a 9)	0,16H a 0,48H	1,20 a 3,60
* Arena seca o húmeda, media (N_{SPT} 9 a 30)	0,48H a 1,60H	3,60 a 12,00
* Arena seca o húmeda, densa (N_{SPT} 30 a 50)	1,60H a 3,20H	12,00 a 24,00
* Grava fina con arena fina	1,07H a 1,33H	8,00 a 10,00
* Grava media con arena fina	1,33H a 1,60H	10,00 a 12,00
* Grava media con arena gruesa	1,60H a 2,00H	12,00 a 15,00
* Grava gruesa con arena gruesa	2,00H a 2,66H	15,00 a 20,00
* Grava gruesa firmemente estratificada	2,66H a 5,32H	20,00 a 40,00
** Arcilla blanda (q_u 0,25 a 0,50 kg/cm ²)	15 a 30	0,65 a 1,30
** Arcilla media (q_u 0,50 a 2,00 kg/cm ²)	30 a 90	1,30 a 4,00
** Arcilla compacta (q_u 2,00 a 4,00 kg/cm ²)	90 a 180	4,00 a 8,00
Arcilla margosa dura (q_u 4,00 a 10,00 kg/cm ²) ...	180 a 480	8,00 a 21,00
Marga arenosa rígida	480 a 1000	21,00 a 44,00
Arena de miga y tosco	500 a 2500	22 a 110
Marga	500 a 50000	22 a 2200
Caliza margosa alterada	3500 a 5000	150 a 220
Caliza sana	20000 a 800000	885 a 36000
Granito meteorizado	700 a 200000	30 a 9000
Granito sano	40000 a 800000	1700 a 36000

H = Profundidad del pozo de cimentación en «cm»

* = Los terrenos granulares si están sumergidos se tomarán con una E_0 o K_s igual a los de la tabla multiplicados por 0,60.

** = Los valores considerados corresponden a cargas de corta duración.

Si se consideran cargas permanentes que produzcan Q y M y ha de tener lugar la consolidación, se multiplicarán los valores E_0 y K_s de la tabla por 0,25.

ξ	ψ_1	ψ_2	ψ_3	ψ_4
3.2	-0,04307	-0,00238	-0,03831	-0,04069
3.4	-0,04079	-0,00853	-0,02374	-0,03227
3.6	-0,03659	-0,01209	-0,01241	-0,02450
3.8	-0,03138	-0,01369	-0,00401	-0,01769
$5\pi/4$	-0,02786	-0,01393	0	-0,01393
4.0	-0,02583	-0,01386	0,00189	-0,01197
4.2	-0,02042	-0,01307	0,00572	-0,00735
4.4	-0,01546	-0,01168	0,00791	-0,00377
4.6	-0,01112	-0,00999	0,00886	-0,00113
$3\pi/2$	-0,00898	-0,00898	0,00898	0
4.8	-0,00748	-0,00820	0,00892	0,00072
5.0	-0,00455	-0,00646	0,00837	0,00191
5.2	-0,00229	-0,00487	0,00746	0,00258
5.4	-0,00062	-0,00349	0,00636	0,00287
$7\pi/4$	0	-0,00290	0,00579	0,00290
5.6	0,00053	-0,00233	0,00520	0,00287
5.8	0,00127	-0,00141	0,00409	0,00268
6.0	0,00169	-0,00069	0,00307	0,00238
6.2	0,00185	-0,00017	0,00219	0,00202
2π	0,00187	0	0,00187	0,00187
6.4	0,00184	0,00019	0,00146	0,00165
6.6	0,00172	0,00042	0,00087	0,00129
6.8	0,00152	0,00055	0,00042	0,00097
7.0	0,00129	0,00060	0,00009	0,00069
$9\pi/4$	0,00120	0,00060	0	0,00060
7.2	0,00105	0,00059	-0,00014	0,00045
7.4	0,00082	0,00055	-0,00028	0,00027
7.6	0,00061	0,00048	-0,00036	0,00013
7.8	0,00043	0,00041	-0,00039	0,00002
$5\pi/2$	0,00039	0,00039	-0,00039	0

ξ	ψ_1	ψ_2	ψ_3	ψ_4
0	1,00000	0	1,00000	1,00000
0.1	0,99065	0,09033	0,80998	0,90032
0.2	0,96507	0,16266	0,63975	0,80241
0.3	0,92666	0,21893	0,48880	0,70773
0.4	0,87844	0,26103	0,35637	0,61741
0.5	0,82307	0,29079	0,24149	0,53228
0.6	0,76284	0,30988	0,14307	0,45295
0.7	0,69972	0,31991	0,05990	0,37981
$\pi/4$	0,64479	0,32240	0	0,32240
0.8	0,63538	0,32233	-0,00928	0,31305
0.9	0,57120	0,31848	-0,06575	0,25273
1.0	0,50833	0,30956	-0,11079	0,19877
1.1	0,44765	0,29666	-0,14567	0,15099
1.2	0,38986	0,28072	-0,17158	0,10914
1.3	0,33550	0,26260	-0,18970	0,07290
1.4	0,28492	0,24301	-0,20110	0,04191
1.5	0,23835	0,22257	-0,20679	0,01578
$\pi/2$	0,20788	0,20788	-0,20788	0
1.6	0,19592	0,20181	-0,20771	-0,00590
1.7	0,15762	0,18116	-0,20470	-0,02354
1.8	0,12342	0,16098	-0,19853	-0,03756
1.9	0,09318	0,14154	-0,18989	-0,04835
2.0	0,06674	0,12306	-0,17938	-0,05632
2.1	0,04388	0,10571	-0,16753	-0,06182
2.2	0,02438	0,08958	-0,15479	-0,06521
2.3	0,00796	0,07476	-0,14156	-0,06680
$3\pi/4$	0	0,06702	-0,13404	-0,06702
2.4	-0,00562	0,06128	-0,12817	-0,06689
2.5	-0,01664	0,04913	-0,11489	-0,06576
2.6	-0,02536	0,03829	-0,10193	-0,06364
2.7	-0,03204	0,02872	-0,08948	-0,06076
2.8	-0,03693	0,02037	-0,07767	-0,05730
2.9	-0,04026	0,01316	-0,06659	-0,05343
3.0	-0,04226	0,00703	-0,05631	-0,04929
π	-0,04321	0	-0,04321	-0,04321

ξ	x_1	x_2	M	Q
0	1,57079	1,57079	0	0
0.1	1,50526	1,52337	-0,00003	-0,00069
0.2	1,44210	1,48145	-0,00027	-0,00275
0.3	1,38145	1,44550	-0,00091	-0,00616
0.4	1,32347	1,41594	-0,00210	-0,01085
0.5	1,26828	1,39310	-0,00398	-0,01675
0.6	1,21601	1,37718	-0,00658	-0,02373
0.7	1,16679	1,36819	-0,00990	-0,03167
$\pi/4$	1,12724	1,36583	-0,01322	-0,03909
0.8	1,12071	1,36590	-0,01382	-0,04041
0.9	1,07785	1,36981	-0,01819	-0,04976
1.0	1,03829	1,37914	-0,02279	-0,05954
1.1	1,00206	1,39287	-0,02738	-0,06953
1.2	0,96916	1,40980	-0,03176	-0,07955
1.3	0,93957	1,42869	-0,03574	-0,08940
1.4	0,91323	1,44832	-0,03924	-0,09889
1.5	0,89005	1,46766	-0,04219	-0,10788
$\pi/2$	0,87548	1,48070	-0,04395	-0,11386
1.6	0,86990	1,48587	-0,04461	-0,11623
1.7	0,85260	1,50239	-0,04653	-0,12384
1.8	0,83797	1,51689	-0,04803	-0,13065
1.9	0,82579	1,52925	-0,04916	-0,13663
2.0	0,81581	1,53951	-0,05001	-0,14178
2.1	0,80778	1,54780	-0,05062	-0,14613
2.2	0,80145	1,55435	-0,05106	-0,14973
2.3	0,79657	1,55938	-0,05136	-0,15265
$3\pi/4$	0,79438	1,56164	-0,05149	-0,15402
2.4	0,79290	1,56316	-0,05156	-0,15496
2.5	0,79022	1,56590	-0,05170	-0,15676
2.6	0,78833	1,56783	-0,05178	-0,15811
2.7	0,78704	1,56913	-0,05183	-0,15911
2.8	0,78622	1,56996	-0,05185	-0,15982
2.9	0,78574	1,57044	-0,05186	-0,16031
3.0	0,78549	1,57069	-0,05187	-0,16063
π	0,78539	1,57079	-0,05187	-0,16089

ξ	x_1	x_2	M	Q
3.2	0,78540	1,57078	-0,05187	-0,16095
3.4	0,78554	1,57065	-0,05187	-0,16103
3.6	0,78569	1,57050	-0,05188	-0,16103
3.8	0,78577	1,57042	-0,05189	-0,16101
$5\pi/4$	0,78578	1,57040	-0,05190	-0,16101
4.0	0,78578	1,57041	-0,05191	-0,16101
4.2	0,78573	1,57045	-0,05193	-0,16102
4.4	0,78567	1,57052	-0,05194	-0,16105
4.6	0,78559	1,57059	-0,05195	-0,16108
$3\pi/2$	0,78555	1,57063	-0,05195	-0,16110
4.8	0,78553	1,57066	-0,05195	-0,16112
5.0	0,78548	1,57071	-0,05196	-0,16114
5.2	0,78544	1,57074	-0,05196	-0,16116
5.4	0,78542	1,57077	-0,05196	-0,16118
$7\pi/4$	0,78541	1,57077	-0,05196	-0,16118
5.6	0,78540	1,57078	-0,05196	-0,16118
5.8	0,78540	1,57079	-0,05196	-0,16119
6.0	0,78539	1,57079	-0,05196	-0,16119
6.2	0,78539	1,57079	-0,05196	-0,16119
2π	0,78539	1,57079	-0,05196	-0,16119
6.4	0,78539	1,57079	-0,05196	-0,16119
6.6	0,78539	1,57079	-0,05196	-0,16119
6.8	0,78539	1,57079	-0,05196	-0,16119
7.0	0,78539	1,57079	-0,05196	-0,16119
$9\pi/4$	0,78539	1,57079	-0,05196	-0,16119
7.2	0,78539	1,57079	-0,05196	-0,16119
7.4	0,78539	1,57079	-0,05196	-0,16119
7.6	0,78539	1,57079	-0,05196	-0,16119
7.8	0,78539	1,57079	-0,05196	-0,16119
$5\pi/2$	0,78539	1,57079	-0,05196	-0,16119