



CONTROL DE CALIDAD DEL HORMIGÓN



1º - CALIDAD. CONCEPTOS GENERALES

“*Calidad*” de un producto, es la aptitud para el uso que tiene dicho producto. Dicho de otra manera, un producto es de calidad cuando además de estar libre de deficiencias, posee un conjunto de características o cualidades que satisfacen las necesidades del usuario.

Un concepto general de “calidad”, aplicado a las obras, es el “cumplimiento de las especificaciones técnicas” de la misma.

“*Producto*” es el resultado de un proceso. Pueden ser: mercancías, software o servicios.

“*Deficiencias del Producto*”; también se denominan disconformidades. Se trata del incumplimiento con alguna característica del producto o con las especificaciones técnicas del mismo.

Las “deficiencias” del producto ocasionan disgustos al usuario y quebrantos económicos al productor o fabricante; dan lugar a quejas, devoluciones, reclamos, reparaciones, etc. y lo más grave es que el usuario puede dejar de adquirir ese producto.

Las deficiencias pueden adoptar diferentes formas: fallas en fabricación; fallos de funcionamiento; retraso en la entrega; mala atención; errores de especificación; etc.

Gestión de la calidad: La necesidad de obtener productos “libres de deficiencias” dio origen a una actividad especial dentro de las organizaciones: la “*gestión de la calidad*”, que se define como el conjunto de todas las actividades a través de las cuales se alcanza la aptitud de uso del producto. La gestión de la calidad involucra a toda la organización y no solamente al “departamento de calidad” de la misma.

Sistema de calidad: La gestión de la calidad comienza a desarrollarse a partir de un propósito de la Dirección de la Organización, en el sentido de obtener ciertas cualidades idóneas en el producto. Este propósito se manifiesta a través del enunciado de la “Política de Calidad” de la Organización. Luego se identifican los diferentes aspectos que hacen a la calidad del producto, tales como, especificaciones técnicas, metodologías de fabricación o construcción, capacitación de la mano de obra; puesta a punto de las máquinas de fabricación; calibración de los equipos de medición; control de la materia prima; calificación de proveedores; etc. A la identificación de los diferentes aspectos, sigue la optimización de los mismos y lo más importante, el mantenimiento y perfeccionamiento de aquellos, a través del tiempo. Cuando se logra esto, se dice que la Organización tiene implementado un “*Sistema de Calidad*”.

Dentro de la gestión de la calidad, se distinguen las siguientes funciones:

Garantía de calidad: Son acciones y decisiones organizativas y técnicas orientadas al logro de la calidad. En otras palabras: “garantía de calidad” significa “asegurar” la calidad de un producto

Control de calidad: Se trata de técnicas y actividades de carácter operativo, referidas a la “medición” de las cualidades o características del producto. Para hacer “control de calidad” es necesario “medir”, “hacer ensayos”, “verificar o probar el producto”, “medir el proceso”, etc.



Herramientas de la calidad: son instrumentos que se emplean habitualmente para gestionar la calidad. Algunos de ellos son:

Manual de la Calidad : toda la información referida a la calidad, comenzando por la política de calidad, siguiendo por la organización para la calidad, normas operativas, procedimientos internos, acciones correctivas, gestión con los proveedores, capacitación del personal, etc., toda esta información, se reúne de manera ordenada en un documento que se denomina “*Manual de la Calidad*”. Este es un documento interno de la Organización, no obstante su contenido general está a disposición de quien lo necesite conocer a fin de calificar a la misma, desde el punto de vista de la calidad.

El “*Manual de la Calidad*” elimina ambigüedades en la producción; asegura la continuidad y repetibilidad de las operaciones, independientemente de la rotación del personal; ayuda a la realización correcta de tales operaciones; ayuda a la formación e instrucción del personal. El *Manual de la Calidad* no es un documento estático. Por el contrario, se revisa, amplía y modifica constantemente a fin de mejorar el sistema de calidad o adecuarlo a nuevos requerimientos de la producción.

Evidencia objetiva: el resultado de las mediciones del control de calidad, cualquiera sea, debe registrarse en un documento (planilla; informe; etc) el cual recibe el nombre genérico de “evidencia objetiva. Este documento es probatorio de que se ha realizado un determinado control con el resultado allí consignado.

Control estadístico de la calidad: se trata de principios y métodos estadísticos aplicados al control de calidad, es decir a la medición.

2º.- CONTROL DE CALIDAD

Como se dijo más arriba, el “control de calidad” trata de técnicas y actividades de carácter operativo, referidas a la “medición” en general. La medición es necesaria para verificar si el producto cumple con los requerimientos o especificaciones técnicas. En este caso, el vocablo “medición” se utiliza en su más amplia acepción, esto es, la determinación de las características o cualidades de un producto. Tales cualidades pueden o no cuantificarse. Las cualidades o características cuantificables se denominan “*variables*”. Las otras características cuya variación no se puede cuantificar se llaman “*atributos*”.

Son *variables*: el peso; las dimensiones; el volumen; la temperatura; la resistencia mecánica; la densidad; etc.

Son *atributos*: el acabado; el color; el confort; la apariencia; la facilidad de manejo; etc.

Cualquier característica “variable” puede procesarse como “atributo”. En cambio no es posible expresar “atributos” como características variables. Sustituir “variables” por “atributos” tiene ventajas y desventajas. Como ventajas mencionamos: menor costo de la medición; menor tiempo; mayor sencillez en la medición (Vg. Una determinada dimensión se puede verificar mediante un calibre del tipo “pasa – no pasa”). Como principal desventaja se tiene la pérdida de información pues no se cuantifica la variación.



El control por “variables” requiere utilizar instrumentos de medición adecuados a las características a medir. En el caso de los atributos, los instrumentos son más simples o no son necesarios, en cuyo caso puede tener mucha influencia en el resultado, la subjetividad de quien realiza la medición. Por tanto se debe definir muy bien los criterios de aceptación o rechazo para evitar la preponderancia de la subjetividad en el resultado de la medición.

Independientemente se trate de mediciones por variables o por atributos, la aceptación de un determinado producto se puede realizar por “*inspección al 100%*” o por “*inspección por muestreo*”. En el primer caso, es necesario inspeccionar todos y cada uno de los elementos o productos que integran el “lote”. En el segundo caso, se examina un grupo reducido de elementos llamado “*muestra*”, que se extrae del lote. La inspección al 100% es útil para lotes pequeños o cuando se deban evitar defectos críticos. La inspección por muestreo es útil para lotes grandes. Resulta más económico y más rápido, aunque se corre el riesgo de equivocaciones.

Tanto en la inspección por muestreo como en la inspección al 100%, se aplican técnicas estadísticas para valorar la calidad del lote.

Todos los conceptos vistos hasta acá son perfectamente aplicables a la “construcción” en general y al control de la calidad del hormigón en particular.

3°.- CONTROL DE CALIDAD DEL HORMIGÓN ESTRUCTURAL

3.1.- Objeto del control de calidad del hormigón estructural

Podemos sintetizar el objeto del control de calidad del hormigón en los siguientes puntos:

- a) Cumplimiento con las especificaciones técnicas
- b) Obtención de estructuras seguras
- c) Economía de la obra

3.2.- Recursos necesarios para llevar a cabo el control de calidad del hormigón en la obra

Para materializar el control de calidad en la obra es necesario disponer de los siguientes recursos:

- a) Recursos humanos : Laboratorista capacitado; Ayudantes de laboratorio
- b) Infraestructura: lugar físico adecuado tipo recinto, habitación, casilla, etc.; mesadas de trabajo; pileta o cámara de curado de probetas; lugar para estacionamiento de muestras.
- c) Equipos e instrumental: prensa de ensayo hasta 100 Tn; aparato Washington; molde troncocónico de Abrams; balanzas; básculas; hormigonera para pastones de prueba; etc.
- d) Equipos y elementos auxiliares: crisol para preparar pasta de encabezado; encabezador de probetas; recipientes metálicos varios; bandejas de chapa de diferentes tamaño; estufa; anafe; etc.
- e) Moldes para probetas de H°: de $\Phi 15$ cm por 30 cm de altura o de $\Phi 10$ cm por 20 cm de altura, en cantidad suficiente para el muestreo. Moldes para probetas prismáticas; etc.



- f) Mobiliario y elementos de oficina: escritorio; armario; sillas; ordenador; etc.
- g) Formularios varios para registrar la información.

3.3.- Formularios de trabajo

Los formularios de laboratorio deben diseñarse conforme a las necesidades de la obra y a las características del suministro del hormigón. Los principales formularios son:

- a) Registro de Ingreso de Muestras
- b) Parte de Muestreo del Hormigón
- c) Resistencias a Compresión del hormigón
- d) Agenda de Ensayos
- e) Análisis granulométrico
- f) Otros

El formulario “Registro de Ingreso de Muestras”, también llamado “Libro de Entrada de Muestras”, constituye la piedra angular de la organización del laboratorio. Todas las muestras que ingresan al laboratorio de cualquier naturaleza, (salvo las probetas de hormigón moldeadas), se registran correlativamente en este libro. El “Registro de Ingreso de Muestras” pone en evidencia la actividad del laboratorio. A medida de que ingresan las diferentes muestras, se les asigna un número identificador. Este número también se coloca en una etiqueta adosada a la muestra en cuestión. El Formulario N° 1, es un típico “Registro de Ingreso de Muestras”.

Al pie de obra, es decir en el mismo lugar en donde se cuela el hormigón, se requiere registrar toda la información relativa al muestreo, ensayos sobre el hormigón fresco y probetas que se moldean para verificar más tarde la resistencia mecánica. En este caso se utiliza el “Parte de Muestreo del Hormigón” cuyo modelo se aprecia en el Formulario N° 2.

Cuando las probetas moldeadas son llevadas al laboratorio para su procesamiento, antes de desmoldarlas se les asigna un número correlativo. Este número, junto a una serie de datos del pastón de donde se extrajo la muestra, se registra en el libro “Resistencias a Compresión del Hormigón”

El Formulario N° 3, es un ejemplo del libro mencionado. Necesariamente este libro queda incompleto hasta tanto se cumplan las fechas de ensayos de las probetas (a los 7 días, 28 días, etc). En el libro “Resistencias a Compresión del Hormigón”, se registran correlativamente todas las probetas moldeadas, aunque pertenezcan a diferentes clases de hormigones.

Simultáneamente con el registro anterior, es necesario “asentar” las probetas a ensayar en una agenda del tipo perpetua, es decir solamente figura la fecha de ensayo. De esta manera, el laboratorista diariamente consulta esta agenda y sabe que probetas debe ensayar ese día. El Formulario N° 4, muestra un tipo de “Agenda de Ensayos”

Finalmente decimos que es posible preparar un programa de computadora para llevar a cabo los diferentes registros de las probetas y sus resultados, partiendo del “Parte de Muestreo del Hormigón” que se confecciona manualmente al pie de la estructura que se cuela.



FORMULARIO 1

EMPRESA CONSTRUCTORA	CONTROL DE CALIDAD	HOJA N°
	LABORATORIO DE HORMIGON	HABILITACIÓN:
	REGISTRO DE ENTRADA DE MUESTRAS	FECHA:

MUESTRA N°	INGRESO			MATERIAL (DESCRIPCION GRAL)	TIPO O CLASE	DESIGNACION	PROCEDENCIA	PROVEEDOR	LUGAR DE EXTRACCION	CANTIDAD	OPERADOR	OBSERVACIONES
	DD	MM	AA									



Notas de cátedra. Tecnología de los Materiales de Construcción
CONTROL DE CALIDAD

**FORMULARIO
N° 2**

Empresa Constructora	Obra:	PARTE DIARIO DE CONTROL DE CALIDAD DEL HORMIGÓN <i>(FORMULARIO N° 2)</i>	Parte Diario N° Fecha: Hoja N° de
Edificio:	Sector:	Planta de H°	
Sector:	Estructura:	Dosificación:	
Estructura:	Zona:	Estado del Tiempo:	
Zona:		Laboratorista:	

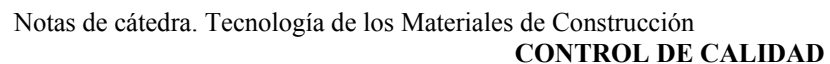
Orden de Llegada	Camión Mixer N°	Volumen de H° (m3)		Horarios de Descarga		Probetas Moldeadas (N°deMoldes)				Asentam. cm	Densidad Kg/m3	Aire Incorp. %	Temperaturas (°C)		Zona de Colado	Observaciones
		Parcial	Acumulado	Inicio	Finaliza	7 días	28 días	otra	Total				H°	Amb.		

Observaciones:

Firma del
Laboratorista

Firma del Inspector

Firma del Director Técnico



FORMULARIO N° 3

Ing. Ricardo Rissi



PLANILLA N° 4

Ing. Riccardo Rissi



3.4.- Aspectos sujetos al control de calidad

La obtención de estructuras aptas y seguras requiere de un concienzudo control de calidad tanto del proceso productivo como así también de los materiales (materiales componentes del hormigón; hormigón propiamente dicho; acero de refuerzo; etc.).

En lo que se refiere al hormigón exclusivamente, los principales aspectos sujetos al control de calidad son los siguientes:

❖ Proceso Productivo

- Equipos de producción (Planta de H°; camiones motohormigoneros; etc.)
- Elaboración de la mezcla (errores de pesada; correcciones por humedad; etc)
- Colado del H° (metodología; ausencia de segregación; compactación; etc)
- Curado del H° in situ (equipamiento; metodología; eficiencia del curado; etc)
- Protección del H° in situ (de la temperatura ambiente; de acciones mecánicas; etc)

❖ Materiales Componentes del hormigón

- Agregados: (idoneidad y vigilancia de las partidas que ingresan y de los acopios)
- Cemento pórtland (idoneidad de las partidas que ingresan; temperatura; etc)
- Agua de amasado (idoneidad y vigilancia de la fuente de abastecimiento)
- Aditivos químicos (idoneidad y vigilancia de las diferentes partidas)

❖ Hormigón fresco

- Consistencia (asentamiento; extendido; etc.)
- Densidad
- Porcentaje de aire intencionalmente incorporado
- Temperatura
- Moldeo de probetas en cantidad necesaria para valorar la resistencia mecánica
- Otros

❖ Hormigón endurecido

- Resistencia mecánica (a compresión; a tracción; a flexión; etc.)
- Eficiencia del curado de la estructura a través de ensayos de probetas
- Terminación superficial de la estructura.
- Otros

En lo que sigue describiremos brevemente algunos de los controles que se realizan sobre los diferentes aspectos mencionados y en mayor profundidad trataremos el control de calidad del hormigón endurecido, a través de la resistencia mecánica a compresión, que es el principal parámetro que se verifica en las obras.



4°.- CONTROL DE LA PLANTA HORMIGONERA

4.1.- Medición de los materiales componentes

La planta hormigonera debe ser capaz de medir con precisión las cantidades de los materiales componentes del hormigón que intervienen en la dosificación teórica racional estudiada en el laboratorio. De acuerdo con el actual proyecto de Reglamento CIRSOC 201 del año 2002, para hormigones de clase igual o menor que H-20, las mediciones de los materiales pueden realizarse en peso o en volumen. En cambio, para hormigones de clase mayor que H-20, las mediciones del cemento pórtland y de los áridos, deben realizarse exclusivamente de manera gravimétrica, es decir en peso. El agua y los aditivos químicos se pueden medir indistintamente en peso o en volumen.

Según el actual proyecto de Reglamento CIRSOC 201 del año 2002, los errores tolerables de las mediciones son los siguientes:

- Cemento pórtland: $\pm 1,0 \%$
- Agregados pétreos: $\pm 2,0 \%$ (para c/u de las fracciones)
- Agua de mezcla: $\pm 1,0 \%$
- Aditivos químicos: $\pm 3,0 \%$

4.2.- Contrastación de las tolvas balanzas de la planta hormigonera

Atendiendo a este requerimiento, el mismo Reglamento prescribe que las tolvas balanzas, en donde se pesan c/u de estos materiales, deben contrastarse por lo menos una vez por mes.

Para contrastar las tolvas balanzas se requiere disponer de un juego de pesas calibradas de aproximadamente 15 a 20 Kg c/u. Conviene disponer de una cantidad de pesas iguales, tal que permita cubrir entre el 70% y el 80% del rango de medición de las balanzas y el 100% del rango de trabajo.

El procedimiento general de contrastación es el siguiente:

- 1) Limpieza general de las balanzas y de sus mecanismos.
- 2) Puesta en “cero” de los instrumentos de medición (relojes; display; etc)
- 3) Colocación de una pesa patrón en la tolva pesadora.
- 4) Registro de la lectura (peso) acusada por el dispositivo de medición de la tolva balanza
- 5) Colocación de otra pesa patrón en la tolva pesadora
- 6) Nuevo registro del peso acumulado indicado
- 7) Repetición del procedimiento hasta totalizar el peso acumulado equivalente a la pesada máxima que se realizará en la planta (de acuerdo con el volumen de H° de la amasada). Lo óptimo es superar dicho valor de pesada máxima.
- 8) Descarga de la tolva balanza (no es necesario tomar lecturas durante la descarga)
- 9) Corrección del cero del indicador, si es necesario.
- 10) Repetición del procedimiento 1 ÷ 9 (es decir se realiza una segunda carrera)
- 11) Repetición del procedimiento 1 ÷ 9 (es decir se realiza una tercera carrera)
- 12) Cálculo de las pesadas promedios y del error que se comete respecto al peso real.

La contrastación se registra en una planilla adecuada, tal como el Formulario N° 5.



FORMULARIO 5

CONTRASTACIÓN DE TOLVA BALANZA DE PLANTA HORMIGONERA

Empresa: **Informe N°** **Fecha:**

Obra: **Ubicación de la Obra:**

Planta Hormigonera: (tipo, marca, N° etc):

Tolva Balanza que se contrasta: (de cemento Pórtland; de arena; de granza; de agua; de aditivo)

Dispositivo de lectura de la pesada: (reloj; display; pantalla de PC; etc)

Rango de medición de la tolva balanza : (v.g. 0 a 2000 Kg)

Menor división de la escala: (v.g. 1 Kg; 5 Kg; etc)

Apreciación de la escala: (v.g. 0,5 Kg)

Fecha de contrastación: **Fecha de próxima contrastación:**

Elementos de contrastación empleados: pesas calibradas de 15 Kg c/u

Operador: (Se refiere al nombre y apellido del responsable de la contrastación)

PLANILLA DE LECTURAS

N° de Orden	Peso Real (Kg)		Peso Indicado por el Instrumento (Kg)				Diferencia	Error ε (%)
	Individual	Acumul.	1° Carrera	2° Carrera	3° Carrera	Promedio		
0	0	0	0,00	0,00	0,00	0,00	----	----
1	15	15	14,5	14,0	15,0	14,5	+ 0,5	+3,3
2	15	30	28,5	29,0	28,0	28,5	+1,5	+5,0
3	15	45	42,5	44,0	43,0	43,2	+1,8	+4,0
....
....
49	15	685	705,0	706,5	701,5	704,3	-19,3	-2,8
50	15	700	710,5	712,0	708,5	710,3	-10,3	-1,5
....
....
100	15	1500	1485,0	1475,5	1495,0	1485,2	+14,8	+0,99
101	15	1515	1500,5	1495,5	1505,5	1500,5	+14,5	+0,96
102	15	1530	1516,0	1511,5	1518,5	1515,3	+14,7	+0,96



Tener en cuenta que toda actividad de control de calidad debe quedar registrada a efectos de tener una constancia de que se ha llevado a cabo y por supuesto de cuales han sido los resultados. Como ya se dijo, estos documentos o registros reciben el nombre de “evidencia objetiva”.

Es importante destacar que los porcentajes de error de pesada que fija el Reglamento, se refiere a pesadas dinámicas, es decir cuando la planta está en pleno funcionamiento. Para asegurar la magnitud de tales errores, es necesario que los errores de las tolvas balanzas, durante la contrastación (pesadas estáticas) no superen el 1%.

4.3.- Notas sobre el Formulario N° 5

- 1) Se observa que los errores de pesada en las lecturas 1,2,3, 49 y 50 superan el $\pm 1,0$ %. Luego, será necesario calibrar los dispositivos de medición para reducir este error. A continuación se debe hacer otra contrastación.
- 2) Los signos negativos indican que la tolva balanza, en general, pesa “de menos”. Los signos positivos indican que la tolva balanza pesa de más.
- 3) Los errores en los tramos siguientes son menores del 1% (aceptable)
- 4) Se debe confeccionar una planilla por cada una de las tolvas balanzas contrastadas.

El error de pesada se calcula con la siguiente fórmula:

$$\varepsilon(\%) = \frac{Pr - Pi}{Pr} 100 \quad (1)$$

En donde:

ε : error de pesada estática en %

Pi : Peso indicado por el instrumento de medición de la planta de hormigón

Pr : Peso real, correspondiente a la suma de las pesas patrones colocadas en la tolva balanza

Convención de signos: Según resulte el signo del resultado, se conviene en lo siguiente:

Signo negativo (+): La tolva balanza pesa de más (El peso indicado es menor que el peso real)

Signo positivo (-): La tolva balanza pesa de menos (El peso indicado es mayor que el real)

4.4.- Otros controles sobre la planta hormigonera

4.4.1.- Corrección del dosaje por variación de humedad de los áridos

En las cabinas de comando de las plantas de hormigón deben estar indicadas a la vista, las dosificaciones teóricas en uso. Esto es a efectos del autocontrol y también para facilitar el control de los inspectores, quienes pueden comprobar rápidamente si los valores de “pesadas” que se realizan se corresponden con los “pesos teóricos” de la dosificación. En las plantas modernas, controladas por ordenadores, esta información está guardada en las memorias respectivas. No obstante, es conveniente que las dosificaciones estén a la vista.

Diariamente el laboratorio de la obra debe determinar el porcentaje de humedad de los áridos a efectos de introducir las correcciones respectivas en las dosificaciones teóricas. La determinación de los porcentajes de humedad se realizan a primera hora del día y de la tarde y



cada vez que se considere necesario. Los porcentajes de humedad de cada material pétreo se determinan con la fórmula conocida:

$$Ht(\%) = \frac{Ph - Ps}{Ps} 100 \quad (2)$$

En donde : Ht : humedad total del material

Ph : peso en gramos de una muestra de material húmedo (tal como se encuentra en el acopio). Por lo general se toma 1000 g

Ps : peso en gramos de la muestra, luego de secada al horno o a la llama.

El valor Ht de humedad total se corrige por la absorción A (%). El valor de la absorción se toma constante para un mismo material. Luego, la humedad de corrección " Hc (%)" resulta:

$$Hc (\%) = Ht (\%) - A (\%) \quad (3)$$

En zonas de clima muy seco, la humedad total de los áridos puede ser inferior al valor de la absorción. En este caso, la humedad de corrección resulta negativa. Es decir se debe adicionar agua al material para cubrir la tasa de absorción.

Finalmente se corrige la dosificación teórica aplicando la siguiente fórmula:

$$Ph (Kg) = P_{sss} (Kg) (1 - Hc \%) \quad (4)$$

En donde: P_{sss} (Kg): es el peso del árido en condición saturado a superficie seca, correspondiente a la dosificación teórica.

Ph (Kg): es el peso del árido corregido por su condición actual de humedad.

Hc (%): es la humedad de corrección según visto más arriba

En el supuesto y más general caso, de que los áridos estén en condición húmedos, es decir, con una tasa de agua libre superior a la tasa de absorción, los valores de las fórmulas de corrección (4), indicarán valores mayores que los pesos teóricos de la dosificación. Esto significa que en la balanza se debe pesar una cantidad mayor, que corresponde al peso en condición saturado a superficie seca más una fracción de agua. Esta cantidad de agua que aportan los áridos, se debe restar de la cantidad teórica de agua de la dosificación teórica a efectos de mantener constante la relación agua / cemento de la dosificación.

4.4.2.- Tiempo de mezclado de los materiales dentro de la amasadora

También es necesario controlar el tiempo de mezclado de los equipos mezcladores de la planta (en el caso de que el mezclado se realice en la misma planta o en camiones motohormigoneros)

El Reglamento CIRSOC 201 – 2002, prescribe los siguientes tiempos de mezclado para las mezcladoras comunes:



Capacidad nominal de la hormigonera	Tiempo mínimo de mezclado
Igual o menor que 1 m³	90 segundos
Mayor que 1 m³ pero menor o igual que 2 m³	110 segundos
Mayor que 2 m³ pero menor o igual que 3 m³	130 segundos
Mayor que 3 m³ pero menor o igual que 4 m³	150 segundos
Mayor que 4 m³	180 segundos

El tiempo máximo de mezclado no debe superar para ningún equipo los cinco (5) minutos. Generalmente en las plantas hormigoneras actuales, de funcionamiento automático, el tiempo de mezclado una vez establecido, no se modifica. Por tanto, sólo se lo debe controlar esporádicamente.

5°.- CONTROLES SOBRE LOS CAMIONES MOTOHORMIGONEROS

Los camiones motohormigoneros deben cumplir algunos requisitos referentes a los siguientes aspectos:

- Velocidad de mezclado
- Velocidad de agitación
- Eficiencia del mezclado
- Contrastación de caudalímetros (para medir agua o aditivos químicos)
- Identificación del motohormigonero (tara; capacidad del tambor en m³ de H° fresco; etc)
- Otros

La velocidad de mezclado debe ser del orden de 15 a 20 vueltas por minutos. La de agitación entre 2 y 5 vueltas por minuto.

La eficiencia del mezclado está vinculada a la velocidad del tambor y también al estado de la hélice mezcladora que está adherida a la carcasa del tambor en su cara interior. Esta hélice está sometida a un trabajo de rozamiento muy intenso por lo cual se desgasta y deteriora luego de una cierta cantidad de horas de funcionamiento. Una inspección ocular frecuente permitirá conocer su estado.

La eficiencia del mezclado se comprueba mediante el ensayo de dos muestras de hormigón fresco tomadas una al principio de la descarga del H° fresco y otra al final de la misma. Se realizan sobre c/u de estas muestras una serie de ensayos: asentamiento; densidad; % de agregado grueso; % de aire incorporado; resistencias mecánicas del H° duro a 7 días; etc. Las diferencias entre los resultados de dos ensayos homólogos no debe superar las tolerancias establecidas en la normativa. Para mayor información, se remite al lector a la Norma IRAM 1666 "Hormigón Elaborado", Parte III.-

Finalmente, los caudalímetros del camión motohormigonero deben ser contrastados a efectos de conocer con precisión la cantidad de agua o de aditivo químico que eventualmente se autoriza agregar al H° fresco.

El agregado de agua al hormigón fresco, al pie de obra, para corregir su consistencia, es una práctica no recomendada pero que se realiza en la realidad. (Ver Norma IRAM 1666 Parte I)

Todos los requisitos señalados deben controlarse periódicamente y por supuesto, debe registrarse los resultados en formularios específicos (evidencia objetiva).



6º.- CONTROL DEL COLADO, CURADO Y PROTECCIÓN DEL Hº IN SITU

Se debe estar atento con las prácticas constructivas que se realizan en obra. Es conveniente conocer de antemano el equipamiento disponible para transportar, colar, compactar, curar y proteger al hormigón fresco. También se debe conocer de antemano, la técnica que se aplicará para el colado del hormigón fresco. Cada estructura requiere una cierta técnica de colado. Por ejemplo, se puede colar en capas (de espesor máximo 0,30 m); se puede colar en cascada; se puede colar con alturas libres de caída no superior a 1,50 m; se puede colar a través de tuberías o mangas; se puede colar con baldes o con bombas de hormigón; etc. En cualquier caso es necesario asegurar que el hormigón llegue al encofrado de manera homogénea, sin segregación. También se debe planificar el proceso de colado de tal forma que no se formen juntas entre tongadas y tongadas (juntas frías). Es decir, cada pastón de hormigón fresco que se cuele, debe entrar en contacto con el anterior antes de que este último comience a fraguar a fin de evitar la formación de las juntas mencionadas con pérdida del monolitismo de la estructura.

Es necesario disponer de los medios de curado y de protección del hormigón in situ, antes de comenzar con el hormigonado. Esta es una buena práctica a fin de evitar improvisaciones de última hora que seguramente afectarán la calidad final de la estructura (Por ejemplo: tener en cuenta que la falta de curado en los primeros días, del hormigón recién colocado en el encofrado, puede provocar una caída de resistencia mecánica de hasta el 30% respecto del valor potencial).

La protección del hormigón in situ se refiere al cuidado del mismo para que no resulte afectado por inclemencias climáticas (v.g. temperaturas ambientes menores de 0 °C o mayores de 30 °C); o por trepidaciones mecánicas que puedan provocarle dislocación cuando aún no posee suficiente resistencia mecánica.

7º.- CONTROL DE LOS MATERIALES COMPONENTES DEL HORMIGÓN

Nos referimos a los materiales pétreos, al cemento pórtland, al agua de empaste y a los aditivos químicos.

En obras de mucho volumen de hormigón, los materiales componentes, provenientes de fuentes aprobadas, ingresan a la obra en sucesivas partidas, a medida se vayan produciendo y necesitando para la construcción. Las diferentes partidas que ingresan deben controlarse conforme a un plan o programa de recepción de materiales confeccionado al respecto. Se realizan algunos ensayos llamados “ensayos de recepción” cuyos resultados deben ser rápidos y servir para aceptar o rechazar la partida en cuestión. Dentro de los ensayos de recepción debe incluirse el “examen visual” de la partida en cuestión. El examen visual nos da una impresión inicial muy valiosa sobre el estado del material, en especial los áridos, los que pueden acusar exceso de finos, suciedad, contaminación etc.

Los ensayos de recepción más comunes que se realizan son los siguientes:

Agregados finos

- Granulometría y Módulo de fineza
- Finos que pasan por tamiz IRAM 74 µm
- Contenido de materia orgánica

Agregados gruesos



- Granulometría y Módulo de Fineza
- Finos que pasan por tamiz IRAM 74 μm

Cemento pórtland

- Temperatura
- Ausencia de meteorización

Agua de empaste

- Aspecto visual (turbiedad; color; presencia de algas, etc.)
- Potencial de hidrógeno (PH)

Aditivos químicos

- Identificación (tipo de aditivo)
- Marca comercial
- Extracción de una muestra para control comparativo de propiedades.

Cuando se sospeche que los acopios de materiales están contaminados o afectados por alguna causa, es necesario repetir los ensayos de vigilancia que son los mismos que se realizaron para determinar la idoneidad de los mismos.

8º.- CONTROL DEL MATERIAL “HORMIGÓN DE CEMENTO PÓRTLAND”

8.1.- Organización del muestreo del hormigón fresco

El hormigón debe controlarse en sus dos estados: fresco y endurecido. El cumplimiento con las especificaciones técnicas en estado fresco asegura las condiciones óptimas para alcanzar los requerimientos especificados para el estado endurecido.

Para realizar el control del hormigón es necesario tomar muestras del mismo en el estado fresco. Es imposible muestrear todo el hormigón pues nos quedaríamos sin la obra. Por tanto, debemos realizar una apreciación de la calidad global del mismo a través del análisis de muestras, asignando los resultados de los ensayos realizados sobre las mismas, a todo el Hº de la estructura mediante técnicas estadísticas.

El muestreo debe ser representativo y aleatorio a fin de asegurar que los resultados representen efectivamente la calidad global de la estructura hormigonada. La representatividad del muestreo está dada por la cantidad de muestras que se tomen durante el hormigonado. Esta cantidad es función del volumen total del hormigón a colar. La “aleatoriedad” del muestreo se refiere a que cualquier unidad de producción, es decir cualquier pastón de hormigón fresco, debe tener la misma oportunidad de ser muestreado. Para cumplir con estas condiciones de borde, es necesario planificar el muestreo. Luego veremos como se establece la cantidad de muestras a extraer.

Suponiendo ahora que se trata de una estructura de 350 m³ de hormigón, que requerirá la preparación de 44 pastones de aproximadamente 8 m³ c/u y que la cantidad de muestras a extraer es 24, para asegurar la aleatoriedad del muestreo se puede aplicar algún método estadístico, por ejemplo empleando una tabla de números al azar.

Se procede como sigue:

- 1) Numeración de los pastones que se colarán cronológicamente en el encofrado de la futura estructura, desde el N° 1 al 44.



- 2) Elegir el arranque o número inicial de una tabla de números al azar. El arranque es arbitrario y puede emplearse cualquier método para seleccionar el arranque. También se debe prefijar el sentido de avance en la determinación de los números al azar: supongamos que este sentido lo fijamos de derecha a izquierda y de arriba hacia abajo. Ver Tabla N° 1 de números al azar del Anexo. (También se puede trabajar con los números de una guía telefónica o con una serie de números al azar generados por una minicalculadora o una PC). Volviendo a nuestra tabla, supongamos que elegimos como arranque, el número ubicado en la intersección de la fila 10 con la columna 8, es decir el número 11458 (ver Tabla N° 1).
- 3) Como nuestro “universo” está compuesto por sólo 44 pastones, los números a seleccionar deben estar contenidos en este rango ($1 \div 44$). Por tanto trabajaremos con las dos últimas cifras de los números de la tabla. El número de arranque 58 es mayor que 44, por tanto lo descartamos. Elegimos el número siguiente en el sentido de izquierda a derecha, esto es: 39. Este número está dentro del rango. Procedemos de igual forma, siempre en el sentido de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo. Si en el camino encontramos números mayores que 44 o menores de 44 pero repetidos, los descartamos. También descartamos el 00. De esta forma seleccionamos los números de las 24 muestras que debemos extraer, a saber: 39; 33; 10; 06; 36; 22; 03; 11; 34; 26; 13; 15; 17; 20; 04; 37; 07; 35; 16; 19; 01; 42; 44 y 08.
- 4) Ordenamos en sentido ascendente los números de los pastones de los cuales debemos extraer las muestras, teniendo en cuenta que en ese orden arribarán los camiones motohormigoneros. Del ordenamiento resulta que debemos muestrear los siguientes camiones: 01; 03; 04; 06; 07; 08; 10; 11; 13; 15; 16; 17; 19; 20; 22; 26; 33; 34; 35; 36; 37; 39; 42; 44.
- 5) Hemos determinado un muestreo al azar. Por supuesto, este orden de muestreo es conocido únicamente por el personal encargado de tomar las muestras a fin de evitar distorsiones en la calidad de los diferentes pastones.

8.2.- Estación de Control

La “Estación de Control” es un lugar físico ubicado al pié de la estructura a colar, que reúne condiciones mínimas para realizar el trabajo de muestreo, ensayos sobre el H° fresco y moldeo de probetas. En la Estación de Control se dispone de la aparatología e instrumental necesario para tomar las muestras y realizar los ensayos pertinentes sobre el hormigón fresco y también moldes para moldear las probetas a través de las cuales se verificará la resistencia del hormigón a la edad estipulada, por lo general 7 y 28 días. Por ejemplo, entre el equipamiento:

- Báscula de 120 Kg para determinar la densidad del hormigón fresco.
- Molde troncocónico de Abrams con varilla de compactación para medir el asentamiento
- Aparato Washington para medir el porcentaje de aire incorporado
- Termómetro tipo reloj o de mercurio graduado entre $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$ y $+50\text{ }^{\circ}\text{C}$
- Carretilla para tomar las muestras
- Recipiente de 20 litros con agua para el lavado del instrumental
- Moldes normalizados de 15 cm de diámetro por 30 cm de altura. El nuevo Reglamento CIRSOC 201 – 2002, también autoriza emplear moldes de 10 cm de alto por 20 cm de altura, siempre y cuando el diámetro máximo nominal del agregado grueso del hormigón a muestrear, sea menor o igual de 30 mm
- Una pala ancha; cucharas de almacenero y de albañil. Elementos auxiliares varios



8.3.- Tratamiento de la Muestra de Hormigón Fresco

Las muestras de hormigón fresco deben tratarse cuidadosamente a fin de no alterar al material. En primer lugar conviene que el volumen de la muestra resulte del orden de 30 a 50 litros. Para extraerlas, se emplean recipientes estancos, no absorbentes y humedecidos, que interfieran toda la vena de descarga del hormigón y no solamente una parte de la misma. De esta manera se evita la segregación del hormigón de la muestra. Lo mejor es una carretilla de chapa. Una vez tomada, la muestra se traslada a la estación de control en donde se procede a remezclarla con la pala, para asegurar su homogeneidad. Se protege la muestra de las inclemencias atmosféricas (sol, viento, etc.) cubriéndola con una lona arpillera húmeda a fin de evitar la evaporación del agua de mezcla. Se procede inmediatamente con la ejecución de los ensayos de control.

8.4.- Ensayos que se realizan sobre el hormigón fresco

Primero se introduce el termómetro en la masa de la muestra para determinar la temperatura de la mezcla; inmediatamente se mide la consistencia a través del ensayo de asentamiento con el molde tronco cónico de Abrams. Luego se determinan el % de aire incorporado (en el caso de mezclas con aire intencionalmente incorporado); con un recipiente estanco e indeformable o con el mismo recipiente del Washington se determina la densidad y finalmente se procede al moldeo de probetas para ensayar a 7 y a 28 días. Se hace notar que la medición del aire con el equipo Washington, se realiza únicamente cuando el hormigón en cuestión tiene aire intencionalmente incorporado.

La cantidad de probetas a moldear con hormigón procedente de una muestra es de 3 a 4 probetas: una o dos para ensayar a 7 días y siempre dos para ensayar a 28 días. Toda la información se registra en una planilla preparada especialmente (evidencia objetiva). El Formulario N° 2 del Anexo, ilustra un modelo de esta planilla. Es necesario adecuar la misma conforme a las necesidades de la obra. Esta planilla recibe distintos nombres, por ejemplo: “Parte de Muestreo del Hormigón” o “Parte Diario de Muestreo del Hormigón” o “Parte de Control de Calidad del Hormigón”; etc. Conviene numerar correlativamente estos formularios. Se prepara uno por cada sector de estructura colada. Los principales datos que se consignan son: fecha de colado; hora del muestreo; camión motohormigonero del cual se extrajo la muestra; sector de la estructura en donde se coló el pastón muestreado; resultados de los ensayos realizados sobre la muestra; número de los moldes de las probetas moldeadas; etc. Asimismo se deben registrar datos generales tales como el tipo de hormigón que se emplea, la designación de la obra; el estado general del tiempo; etc.

En el Parte de Muestreo del Hormigón, es útil registrar cronológicamente todos los camiones motohormigoneros que ingresan para el colado de la estructura, aunque no corresponda que se muestreen. Conviene, eso sí, asentar el lugar o sector de colado de c/u. Esto es una información fundamental en el caso de que la resistencia del hormigón de algún pastón no alcance los valores especificados.



8.5.- Ensayos que se realizan sobre el hormigón endurecido

El ensayo más común que se realiza sobre el hormigón endurecido es el de determinación de su resistencia potencial a la compresión. En algunas obras (v.g. losas de pavimentos) se solicitan ensayos de resistencia a flexión. También se sabe requerir la resistencia a la tracción. Otra determinación que eventualmente se solicita es la densidad del hormigón en estado endurecido.

El control de la resistencia a compresión, como se dijo, se realiza a través de ensayos de probetas moldeadas con hormigón fresco de una cierta cantidad de pastones representativos elegidos al azar. El conjunto de pastones seleccionados recibe el nombre de “muestra”. En el ejemplo dado más arriba, la muestra está constituida por 24 porciones de hormigón (sub-muestras), extraídas de otros tantos pastones.

Los resultados que se obtienen sobre la muestra (conjunto de ensayos) se procesan y se trasladan a la totalidad del hormigón de la estructura (universo), aplicando técnicas estadísticas apropiadas.

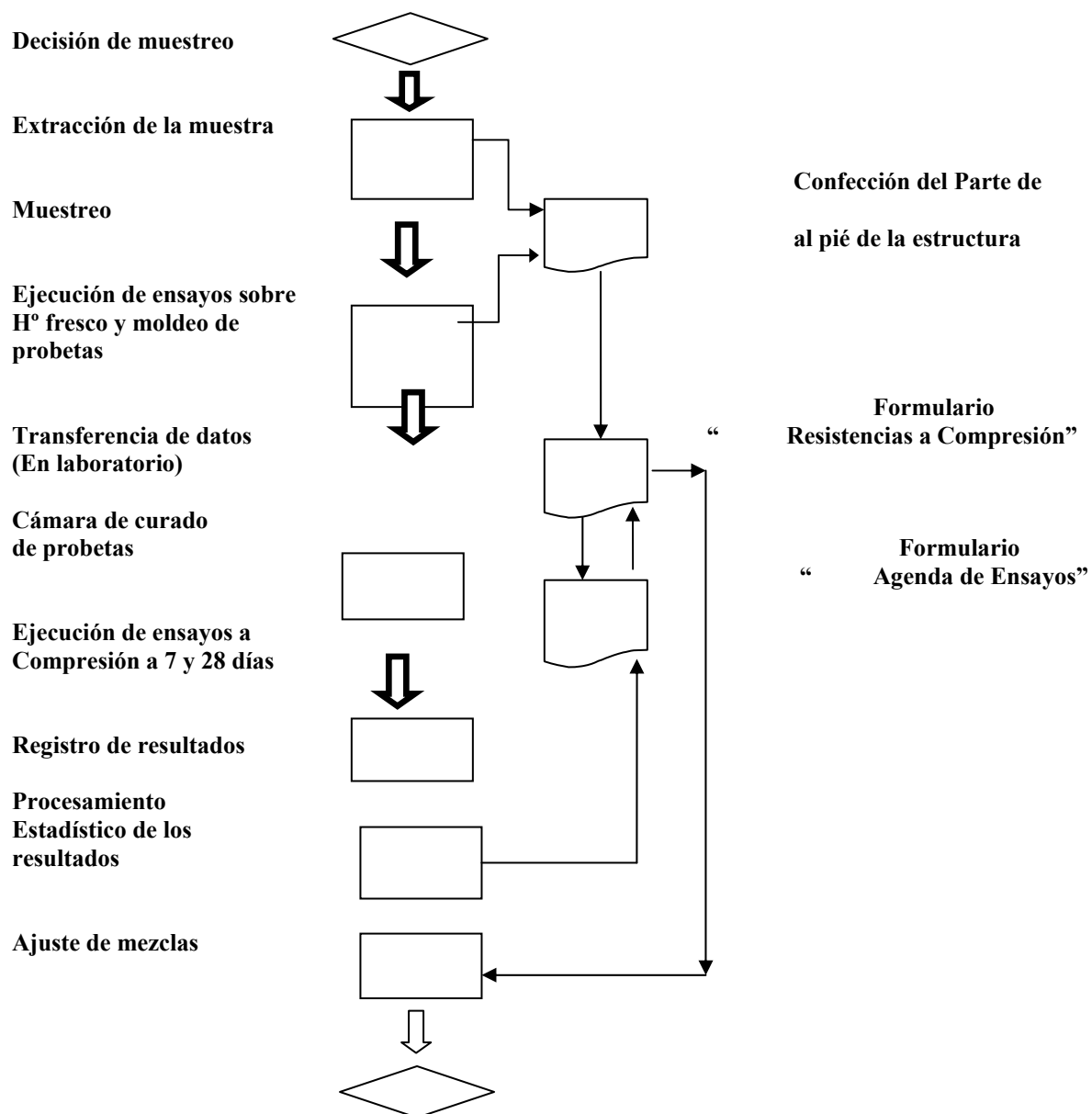
8.6.- Organización de los registros y de los resultados de los ensayos de compresión

El laboratorio de la obra debe organizarse a fin de registrar convenientemente tanto el muestreo como así también los resultados de los ensayos realizados sobre el H° fresco y del H° duro. La técnica manual requiere disponer de varios formularios, a saber (Ver parágrafo 3.3.-)

- 1) Parte de Muestreo del H° Fresco (Formulario N° 2 del Anexo)
- 2) Resistencias a Compresión del Hormigón (Formulario N° 3 del Anexo)
- 3) Agenda de Ensayos (Formulario N° 4 del Anexo) (Se agendan las probetas a ensayar diariamente)



El diagrama de flujo operativo es el siguiente:





9.- CONCEPTO DE RESISTENCIA MECÁNICA A COMPRESIÓN DEL HORMIGÓN

9.1.- Resistencia potencial a compresión

Es la resistencia que alcanza el hormigón en las condiciones ideales de compactación y curado. Este valor se determina ensayando probetas normalizadas de 15 cm de diámetro por 30 cm de altura o de 10 cm de diámetro por 20 cm de altura, moldeadas en obra bajo condiciones normalizadas, con hormigón proveniente del muestreo, curadas en laboratorio en cámara húmeda o sumergidas en agua ($H_r = 100\%$) y $20^\circ\text{C} \pm 3^\circ\text{C}$ de temperatura ambiente. Observar que se trata de condiciones ideales de compactación y curado, difíciles de obtener en la estructura. De todas maneras, la “resistencia especificada f'_c ”, que definiremos en seguida, se determina en base a resultados de las probetas mencionadas. La metodología de colado, compactación y curado del hormigón en obra, debe de aproximarse lo más posible a las condiciones ideales descritas.

La resistencia potencial a compresión del hormigón es una condición de máxima para la mezcla en cuestión. Es la mayor resistencia que se obtendrá del hormigón empleado en la estructura. De ninguna otra manera se podrá superar los resultados de la resistencia potencial.

9.2.- Resistencia efectiva o real del hormigón

Es la resistencia mecánica (a compresión, tracción o flexión) que realmente tiene el hormigón de la estructura a una determinada edad. La forma más segura de conocerla es ensayando probetas cilíndricas o prismáticas, extraídas de la misma estructura mediante equipos de calado adecuados. El Reglamento CIRSOC 201-2002, también acepta como “resistencia efectiva”, a la que se obtiene al ensayar probetas cilíndricas o prismáticas moldeadas y curadas en el campo (obra). Esta forma de determinar la resistencia efectiva es aproximada, por cuanto existen diferencias apreciables de volumen y masa entre el hormigón de la estructura y el hormigón de la probeta.

Para determinar la resistencia efectiva entonces, se puede seguir dos métodos: el primero consiste en moldear probetas en oportunidad del hormigonado, desmoldarlas a las 24 horas y dejarlas junto a la estructura en las mismas condiciones que ésta. Luego de transcurridos los días que correspondan, se ensayan las probetas. El promedio de los resultados, es la resistencia efectiva del hormigón. Este método se emplea cuando se quiere conocer la resistencia real aproximada del hormigón de la estructura a determinada edad, a efectos de conocer:

- Posibilidad de desencofrar
- Posibilidad de aplicarle cargas.
- Eficiencia del proceso de protección y curado
- Otros

El segundo método consiste en extraer probetas testigos o caladas de la misma estructura de hormigón armado. Se emplean máquinas caladoras rotativas con brocas con corona de diamante, cuidando de no afectar la armadura resistente. Los testigos se extraen cuando el hormigón tiene como mínimo 21 días de edad a fin de no provocar fisuras o disloques en las probetas extraídas. Por lo general las probetas testigos obtenidas con este método, son



cilíndricas y su altura se trata sea el doble que su diámetro. También se pueden extraer probetas prismáticas para ensayos de flexión, pero no es común. Este método se aplica en los siguientes casos:

- Para recepcionar pavimentos de hormigón (algunos organismos lo aplican a tal fin)
- Para investigar estructuras desconocidas
- Para verificar la resistencia cuando las probetas normales acusaron baja resistencia potencial

9.3.- Resistencia especificada o característica a la compresión del hormigón (f'_c)

Es el valor de resistencia que se emplea para el cálculo estructural. Es un valor probabilístico de la resistencia mecánica a compresión. Se define como un valor estadístico de la resistencia que, en una distribución normal, corresponde a la probabilidad de que un alto porcentaje todos los resultados de ensayos de la población, (hormigón de toda la estructura) supere dicho valor.

La resistencia especificada o característica se determina o se verifica a través de cálculos matemáticos a partir de los datos de la resistencia potencial, de acuerdo con las consideraciones que se verán a continuación

10°.- EVALUACIÓN DE LA RESISTENCIA A COMPRESIÓN ESPECIFICADA

En líneas generales existen y se aplican dos criterios para evaluar la resistencia a compresión especificada del hormigón que se emplea para el colado de una estructura, a saber:

- 1° Criterio: Determinación de la resistencia especificada, mediante cálculos matemáticos, aplicando fórmulas de la estadística.
- 2° Criterio: Verificación de la resistencia especificada mediante “estimadores estadísticos”

El 1° Criterio es aplicado, por lo general, por los “productores de hormigón” (puede ser la misma empresa constructora o un establecimiento de hormigón elaborado). Es un proceso permanente y continuo de muestreo y ensayo. Se obtienen muchos datos que se procesan estadísticamente y permiten conocer, mediante el cálculo, la resistencia potencial y especificada del hormigón. Se requieren muchas muestras a fin de determinar la desviación de los resultados y el grado de precisión de los mismos.

El 2° Criterio es aplicado, por lo general, por los “responsables de la recepción del hormigón” (Directores Técnicos; Inspectores; etc.). Se basa en el análisis de los resultados de pocas muestras. Como la representatividad del universo no está asegurada, el resultado de dicho análisis es muy conservador (del lado de la seguridad). El uso de los estimadores puede dar lugar al rechazo de una partida que en realidad cumple con la resistencia especificada.

Veremos en detalle c/u de estos criterios.



11°.- PRIMER CRITERIO: DETERMINACION DE LA RESISTENCIA ESPECIFICADA O RESISTENCIA CARACTERÍSTICA MEDIANTE CALCULO ESTADISTICO

11.1.- Antecedentes históricos

Históricamente las estructuras de hormigón se han recepcionado (aceptado) conforme con los resultados de resistencia a la compresión obtenidos a través del ensayo de probetas normalizadas moldeadas en oportunidad del colado de la estructura en cuestión.

El criterio para la valoración de dichos resultados de ensayos fue variando a través del tiempo y según quien tuviera a cargo esa responsabilidad. De esta manera, distintas administraciones tenían su propio pliego de especificaciones técnicas en donde se establecía una determinada metodología para evaluar los resultados de los ensayos a compresión con el cual se aceptaba o se rechazaba la estructura. Algunos de los criterios típicos de aquella época (década del 50), fueron los siguientes:

❖ Por “resistencia media de todas las probetas”

“Los resultados de los ensayos se promedian y la media aritmética no debe ser inferior a un determinado valor establecido en el pliego de especificaciones técnicas.

❖ Por “resistencia mínima” de todas las probetas

Ningún resultado de compresión de las probetas debe ser menor que un valor mínimo de resistencia establecido en el pliego de especificaciones técnicas o también:

Se admite que el 10% de resultados de compresión de las probetas estén por debajo de un valor mínimo de resistencia establecido en el pliego de especificaciones técnicas.

Como se comprende, los criterios de evaluación no tenían suficiente base tecnológica. Sin tener en cuenta que tampoco se requería un muestreo representativo, sino que sólo se indicaba extraer probetas de las coladas, dicho en forma ambigua.

Las maneras de recepción del hormigón, tanto por resistencia media como por resistencia mínima adolecían de los siguientes defectos:

Por resistencia media:

Significa que la mitad de los resultados están por encima del valor medio y la otra mitad por debajo del mismo. Podía ocurrir que la resistencia del hormigón colado en zonas críticas de la obra (v.g. vigas o losas) poseyera una resistencia menor que la media. Es decir, el coeficiente de seguridad se reducía en forma insospechada.

Por resistencia mínima:

El hecho de tener que alcanzar una resistencia mínima, la natural dispersión de resultados, obligaba al productor a trabajar con un valor de resistencia media muy alto, lo cual en primer lugar, resultaba antieconómico y en segundo lugar, se demuestra estadísticamente, que siempre es posible que ocurra un valor menor que un mínimo pre-establecido. También la estadística demuestra que ciertos valores de resistencias mínimas, requieren una resistencia media muy elevada, imposible de obtener en las obras con la tecnología y materiales comunes disponibles.

Por las razones expuestas, los tecnólogos, con ayuda de la estadística, se preocuparon de establecer métodos científicos racionales a fin de cuantificar y valorar la resistencia mecánica del hormigón de las estructuras. En nuestro País, el Proyecto de Reglamento Argentino de Estructuras de Hormigón del año 1964 (PRAEH 64), marcó un hito tecnológico. Se comenzó



con las técnicas de muestreo, cantidad de muestras a extraer, manera de realizar los ensayos, etc. Luego se estableció lo que se llamó “resistencia característica” cuyo concepto general, ya definido en el parágrafo 9.3, repetimos:

“Resistencia característica es un valor probabilístico de resistencia mecánica que, en una distribución estadística normal, tiene la probabilidad de ser superada por un porcentaje elevado de resultados de todos los ensayos”. Este porcentaje era del 95% (PRAEH-1964 y CIRSOC 201/1982) y actualmente es del 90% (CIRSOC 201/2002).

Se hace notar que la “resistencia característica” es un valor que está más próximo a la “resistencia mínima” que a la “resistencia media” de un conjunto de ensayos representativos de la estructura.

Como se dijo, el Reglamento CIRSOC 201 de 1982, establecía un fractil del 5%. En cambio el actual CIRSOC 201 de 2002, establece un fractil del 10%.

La práctica ha demostrado que la resistencia mecánica del hormigón se puede considerar una variable continua dentro de ciertos límites. Es decir, dentro de esos límites puede tomar cualquier valor. Asimismo, también se ha confirmado que se distribuye normalmente dentro del universo de valores en donde puede variar.

11.2.- Cantidad de muestras a extraer

Para calcular la resistencia característica se requieren muchos ensayos, del orden de 30 o más. A mayor cantidad de ensayos, mejor se conoce la distribución de resistencias del universo (es decir de todo el volumen de hormigón colado en la estructura). Entonces, la cantidad de ensayos se establece atendiendo a las siguientes circunstancias:

❖ En una obra nueva, con un productor de hormigón desconocido desde el punto de vista que no se sabe como trabaja ni como funcionan sus equipos, ni los materiales, etc., es conveniente intensificar los ensayos inicialmente (en las primeras coladas) a fin de obtener rápidamente los 30 o más ensayos que nos permitirán evaluar estadísticamente la calidad del hormigón colado. Tener en cuenta que los ensayos se comenzarán a procesar una vez cumplidos los 28 días de maduración del hormigón. Este criterio de máxima exigencia en el muestreo se conoce como “control riguroso”

❖ A medida de que avanza la obra y se conoce el grado de calidad satisfactorio del hormigón colado, es habitual distender el muestreo, es decir, distanciar la extracción de muestras o extraer menor cantidad de muestras para calcular la resistencia característica. Este criterio se conoce como “control razonable” y también es aplicado al inicio de obra cuando se conoce al productor de hormigón. También es aplicado por los establecimientos de “hormigón elaborado” a fin de la determinación estadística de la resistencia de c/u de las mezclas que producen y proveen.

No están normalizadas las frecuencias de extracción de muestras en ambos tipos de controles. La experiencia permite establecer los siguientes parámetros para c/u de ellos:

❖ Control riguroso

Extraer una cantidad de muestras de tal forma que finalmente, el cociente entre el volumen total de hormigón colado “ V_{th} ” y la cantidad de muestra extraídas “ n ”, este comprendido entre 15 y 25 m³, es decir,



$$\frac{V_{th}(m^3)}{n} = 15 \quad \text{a} \quad \frac{V_{th}(m^3)}{n} = 25 \quad (5)$$

Ejemplo: Determinar la cantidad de muestras a extraer de una hormigonada de 300 m³ para realizar un control riguroso a fin de calcular la resistencia característica o especificada de la mezcla. Se adopta una frecuencia promedio de muestreo de una muestra cada 15 m³. Luego la cantidad de muestras a extraer, resulta:

$$\frac{V_{th}(m^3)}{15} = n = \frac{300}{15} = 20$$

Se deben extraer 20 muestras de manera aleatoria según visto en el párrafo 8.1.-

❖ Control razonable

Extraer una cantidad de muestras de tal forma que finalmente, el cociente entre el volumen total de hormigón colado “V_{th}” y la cantidad de muestra extraídas, este comprendido entre 30 y 60 m³, es decir,

$$\frac{V_{th}(m^3)}{n} = 30 \quad \text{a} \quad \frac{V_{th}(m^3)}{n} = 60 \quad (6)$$

11.3.- Concepto de “Resistencia Especificada o Característica” (f’_c)

Como ya se dijo en el párrafo 9.3.- y 11.1.-, de acuerdo con el Reglamento Argentino de Estructuras de Hormigón, CIRSOC 201 del año 2002, se designa como resistencia especificada o resistencia característica de rotura a la compresión del hormigón, a un valor estadístico de la resistencia que, en una distribución estadística normal, corresponde a la probabilidad de que el 90% de todos los resultados de ensayos de la población supere dicho valor.

La resistencia especificada es una medida estadística de la resistencia del hormigón colocado en la estructura, que debe ser alcanzada a la edad de diseño (por lo general 28 días) bajo condiciones de curado normalizadas. Se expresa en megapascales (MPa)

En el Reglamento CIRSOC 201 – 1982, se designaba a la resistencia característica con la nomenclatura: “f’_{bk}”. En el actual Reglamento CIRSOC 201-2002, se designa con el símbolo: “f’_c”. En lo que sigue utilizaremos la nomenclatura del CIRSOC 201 -2002 y hablaremos indistintamente de resistencia especificada o resistencia característica, es decir con un fractil o cuantil del 10% en la distribución estadística de las resistencias.

11.4.- Concepto de “resultado de un ensayo” “f’_{ci}”

Se define como resultado de un ensayo “f’_{ci}” al valor que se obtiene como promedio de las resistencias de, como mínimo, dos (2) probetas cilíndricas normales, moldeadas con la misma porción de hormigón fresco y ensayadas a la misma edad.

$$f'_{ci} = \frac{f'_1 + f'_2 + \dots f'_j + \dots f'_m}{m} = \frac{\sum f'_j}{m} \quad (7)$$



En donde:

f'_{ci} : resultado de un ensayo de compresión a una determinada edad (por lo gral. 28 días), en MPa

f'_j : resultados de ensayos a compresión de probetas individuales, pertenecientes al mismo pastón y ensayadas a la misma edad, en MPa

m : cantidad de probetas normales moldeadas con la misma porción de hormigón (mismo pastón) y ensayadas a la misma edad. El valor mínimo de “m” es, dos (2).

Se puede moldear más de dos probetas por pastón para ensayar a una edad determinada. La experiencia indica que con dos probetas es suficiente para cuantificar el valor de la resistencia de un pastón es decir, cuantificar el resultado de “un ensayo”.

En la práctica es común moldear las cantidades de probetas de cada muestra que se indican en la Tabla N° 1:

Tabla N° 1 – Cantidad de probetas normales a moldear con hormigón de la misma muestra

Situación	Cantidad total de probetas a moldear con H° de una sola muestra	Cantidad de probetas destinadas a ensayar a los 7 días	Cantidad de probetas destinadas a ensayar a los 28 días
Control del H° en obra (Inicio de obra)	6	3	3
Control del H° en obra (Control de rutina)	4	2	2
Control del H° en obra (Control de rutina)	3	1	2
Estudios de hormigones en laboratorio	6	3	3

11.5.- Concepto de “dispersión de un ensayo: “di”

Todas las probetas que integran “un ensayo” pertenecen al mismo pastón, y se supone, fueron moldeadas, curadas y ensayadas a la misma edad y bajo las mismas condiciones. Por tanto es de esperar que los resultados individuales entre las probetas (f'_j) sean muy parecidos. Es decir, las diferencias deberían ser mínimas. No es común que todas las probetas pertenecientes al ensayo arrojen el mismo valor. Son excepciones.

En el caso de que las diferencias entre los resultados individuales de las probetas sean muy acentuadas, se dice que el ensayo tiene “mucho dispersión” y por tanto no es confiable. El Reglamento CIRSOC 201-2002, establece que la dispersión máxima entre los resultados de probetas moldeadas en obra y pertenecientes a un mismo pastón y ensayadas a la misma edad, no puede superar el 15% del valor del ensayo, a saber:

$$di = \frac{f'_{m\acute{a}x} - f'_{m\acute{i}n}}{f'_{ci}} 100 \leq 15\% \quad (8)$$

En donde:



d_i : dispersión de un ensayo en porciento (%)

$f'_{m\acute{a}x}$: resultado de la probeta de mayor resistencia del grupo, en MPa

$f'_{m\acute{i}n}$: resultado de la probeta de menor resistencia del grupo, en MPa

f'_{ci} : resultado del ensayo de compresión (promedio del grupo) a una determinada edad (por lo gral. 28 días), en MPa

Trabajando con mucho cuidado en la obra, los valores de las dispersiones individuales de los ensayos están comprendidos entre un 5% y un 8%.

Si un ensayo arroja una dispersión mayor del 15%, significa que hubo una falla de laboratorio. Es decir: se cometieron errores en algunas de las etapas del moldeo, preparación de probetas, curado o ensayos de las mismas. Esto es así pues las probetas pertenecen al mismo pastón.

Si un ensayo tiene una dispersión mayor del 15%, el mismo debe ser desechado y no debe procesarse estadísticamente. Se puede tolerar que eventualmente un ensayo sea desechado por esta causa. Pero si el problema se repite y persiste, se deben investigar los procedimientos de extracción de muestras, moldeo de probetas, curado, encabezado y ensayo de las mismas a fin de eliminar esta cuestión asignable. En ciertas circunstancias, el Director de la Obra puede ordenar la detención del hormigonado hasta tanto se corrija esta falencia.

Ahora bien, si el ensayo está constituido por tres probetas pertenecientes a la misma muestra y se obtiene una dispersión mayor del 15%, el Reglamento CIRSOC 201 -2002, permite eliminar el resultado de la probeta que causa dicha dispersión, siempre y cuando la diferencia entre las resistencias de las otras dos, sea igual o menor del 10% del promedio de las mismas. Finalmente, diremos que las dispersiones de los ensayos de probetas moldeadas en laboratorio pertenecientes a un mismo pastón y ensayadas a la misma edad, no deben superar el 7% del resultado del ensayo. En la práctica, un laboratorio que trabaja muy bien, obtiene dispersiones entre probetas del mismo pastón y ensayadas a la misma edad, menores del 5 %.

11.6.- Resistencia media del lote " f'_{cm} "

Se define como resistencia media del lote de hormigón muestreado, " f'_{cm} ", el promedio aritmético de los resultados de los ensayos individuales de resistencia " f'_{ci} "

$$f'_{cm} = \frac{f'_{c1} + f'_{c2} + \dots f'_{ci} + \dots f'_{cn}}{n} = \frac{\sum f'_{ci}}{n} \quad (9)$$

En donde:

f'_{cm} : resistencia media del lote en MPa

f'_{ci} : resultado de un ensayo en MPa (Resistencia del Hº de un pastón perteneciente al lote)

n : cantidad de ensayos representativos del lote.



La resistencia media es una forma de determinar la tendencia central del lote y por ende del universo. Existen otras medidas de tendencia central, tal como la “mediana” y la “moda” que no son de aplicación habitual para el control de calidad del hormigón.

11.7.- Desviación de un ensayo “ D_i ”

Es la magnitud, en valor absoluto, que el resultado de un ensayo cualquiera f'_{ci} , se aleja del valor medio o resistencia media f'_{cm} . Se expresa en MPa. En símbolos:

$$D_i = |f'_{ci} - f'_{cm}| \quad (\text{MPa}) \quad (10)$$

11.8.- Desviación media del muestreo “ D_m ”

Es la media aritmética de todas las desviaciones individuales de los ensayos. Es una magnitud que expresa en que medida el conjunto de resultados se aparta de la media. Se expresa en MPa y en símbolos es:

$$D_m = \frac{\sum D_i}{n} = \frac{\sum |f'_{ci} - f'_{cm}|}{n} \quad (\text{Mpa}) \quad (11)$$

Recordemos que cuando la cantidad de ensayos es suficientemente grande, la suma de las diferencias, con su signo, entre los resultados individuales y el valor medio, es nula:

$$\sum (f'_{ci} - f'_{cm}) = 0 \quad (12)$$

La desviación media, junto con la desviación normal o estándar que veremos a continuación, son formas de medición de la “variabilidad general” del lote y del universo.

11.9.- Desviación normal o estándar “ S_n ”

Es un error medio cuadrático que se expresa en MPa, a saber:

$$S_n = \sqrt{\frac{(f'_{ci} - f'_{cm})^2}{n-1}} \quad (\text{MPa}) \quad (13)$$

Cuando la cantidad de ensayos es mayor de 30, en el denominador es indistinto poner “n-1” o “n”

La desviación estándar “ S_n ” es una medida de la dispersión o variabilidad general de gran importancia. Está incorporada al Reglamento CIRSOC 201-2002

11.10.- Coeficiente de variación “ δ ” (Dispersión de la producción)

Otra forma de conocer la dispersión o variabilidad general es a través del coeficiente de variación “ δ ” que nos indica el grado de uniformidad de la producción de hormigón o, lo que es lo mismo, las condiciones de elaboración del hormigón. Si bien el valor de “ δ ” se ha



eliminado del contexto reglamentario, su determinación en obra es muy ilustrativa sobre la manera en que se está trabajando con el hormigón. El valor de “ δ ” se expresa en porciento.

$$\delta = \frac{S_n}{f'_{cm}} 100 \quad (\%) \quad (14)$$

El coeficiente de variación “ δ ” nos indica con que grado de dispersión trabaja la planta hormigonera. Por diversos motivos tales como, variación de los materiales, humedad de los áridos, error en las pesadas, funcionamiento de los equipos etc., las propiedades del hormigón presentan diferencias de un pastón a otro (variaciones). Mientras más controlados estén todos los parámetros mencionados, menor será la diferencia entre un pastón y otro y menor será la dispersión “ δ ”.

Reducir el valor de “ δ ” es un desafío permanente del control de calidad de la obra.

La práctica ha consagrado los siguientes valores indicativos de “ δ ”:

$\delta < 10\%$: se obtiene con excelentes condiciones de elaboración

$10\% < \delta \leq 15\%$: indica buenas condiciones de elaboración

$\delta > 15\%$: indica malas o pobres o descuidadas condiciones de elaboración

También podemos decir que el valor de “ δ ” califica el grado del control de calidad que se realiza en la planta hormigonera.

11.11.- Resistencia especificada o característica “ $f'c$ ”

En el apartado 11.3 dimos el concepto de “resistencia especificada o característica”. La formulación matemática para calcularla es la siguiente:

$$f'c = f'_{cm} - 1,28S_n \quad (\text{MPa}) \quad (15)$$

En donde:

$f'c$: resistencia especificada o característica en MPa, a la edad de 28 días (es la más común)

f'_{cm} : resistencia media de todos los ensayos del lote en MPa, calculada según fórmula (9)

S_n : desviación normal o estándar del lote en MPa, calculada según fórmula (13)

La desviación normal o estándar se debe calcular con no menos de 30 ensayos. En el caso de que se disponga de menos de 30 ensayos, el Reglamento CIRSOC 201 – 2002, permite calcular la resistencia especificada, incrementando el sustraendo de la fórmula, es decir “1,28 MPa” con un factor “ k ” que depende del número de ensayos disponibles:

$$f'c = f'_{cm} - (1,28S_n)k \quad (\text{MPa}) \quad (16)$$

El valor de “ k ” se indica en la Tabla N° 2. (Transcripción del CIRSOC 201-2002)



Tabla N° 2: Factor que incrementa la desviación estándar S_n , cuando se dispone de menos de 30 resultados de ensayos consecutivos

N° de ensayos	Factor de modificación de la desviación estándar “ k ”
Menos de 15	No aplicable
15	1,16
20	1,08
25	1,03
30	1,00

Nota: para cantidades intermedias de resultados de ensayos, se interpola linealmente.

A medida se vaya ejecutando la obra, se extraigan muestras y se alcancen los 30 ensayos consecutivos, se debe recalcular el valor de f'_c de la fórmula (16) con el nuevo valor de S_n . La fórmula (15) para el cálculo de f'_c tiene una justificación teórica basada en el hecho de que muchas variables aleatorias y continuas, entre los que se incluye la resistencia a compresión del hormigón, se distribuyen normalmente conforme a la campana de Gauss. Más adelante veremos la justificación de la fórmula.

12°.- REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LOS RESULTADOS

La representación gráfica de los resultados es muy útil para visualizar rápidamente el desarrollo del comportamiento de la producción desde el punto de vista de la variación de la resistencia mecánica. La graficación también permite reconocer “desmejoras”, “mejoras”, “tendencias”, “efectos de medidas adoptadas” etc. de la producción. Uno de los gráficos más sencillos e importantes es el “gráfico lineal” que pasamos a explicar.

12.1.- Gráfico lineal

Supongamos que hemos realizado un muestreo del hormigón colado en una obra y que hemos determinado los resultados de los ensayos. Estos valores se muestran en la Planilla N° 1.

En un sistema de ejes ortogonales, se asigna al eje “X” de abscisas, el orden cronológico del muestreo coincidente con las fechas de muestreo respectivas, y al eje “Y” de ordenadas, el valor de la variable independiente, en este caso la resistencia mecánica “ f'_c ”.

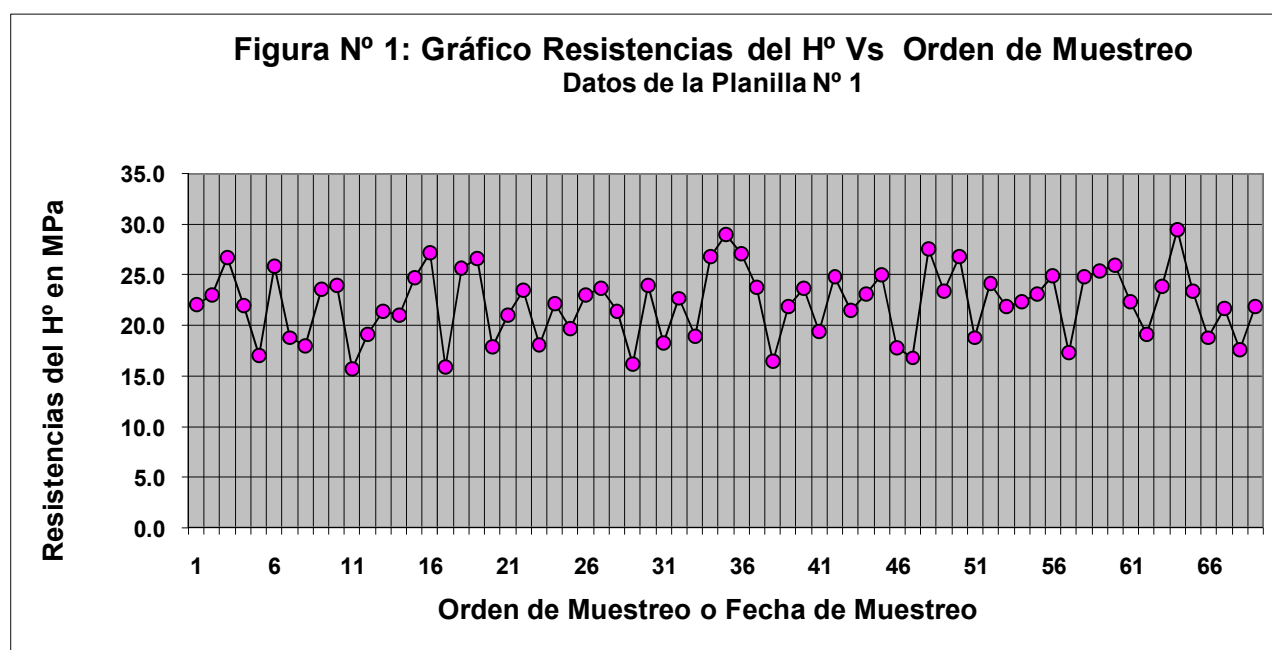
Planilla N° 1 : Resultados de los Ensayos de Resistencia a Compresión a 28 días del Hormigón colado en la Platea de Fundación de la Obra “Edificio 25 de Mayo”

Ensayo N°	Resist. MPa	Ensayo N°	Resist. MPa	Ensayo N°	Resist. MPa	Ensayo N°	Resist. MPa	Ensayo N°	Resist. MPa
1	22,1	16	27,2	31	18,3	46	17,8	61	22,4
2	23,0	17	15,9	32	22,7	47	16,8	62	19,1
3	26,7	18	25,7	33	18,9	48	27,6	63	23,9
4	22,0	19	26,6	34	26,8	49	23,4	64	29,5
5	17,0	20	17,9	35	29,0	50	26,8	65	23,4
6	25,9	21	21,0	36	27,1	51	18,8	66	18,8
7	18,8	22	23,5	37	23,8	52	24,2	67	21,7



8	18,0	23	18,1	38	16,5	53	21,9	68	17,6
9	23,6	24	22,2	39	21,9	54	22,4	69	21,9
10	24,0	25	19,7	40	23,7	55	23,1		
11	15,7	26	23,0	41	19,4	56	24,9		
12	19,1	27	23,7	42	24,8	57	17,3		
13	21,4	28	21,4	43	21,5	58	24,8		
14	21,0	29	16,2	44	23,1	59	25,4		
15	24,7	30	24,0	45	25,0	60	26,0		

El gráfico de la Figura N° 1, nos permite observar rápidamente como varían los datos de resistencias individuales a medida de que el tiempo transcurre.



Para simplificar, hemos supuesto se toma una muestra por día de un determinado hormigón. Luego, cada punto del gráfico lo obtenemos con el conjunto de valores “f’ci-fecha”. (En la realidad se toma más de una muestra diaria, entonces el eje de abscisas (de fechas) se debe subdividir en horas por ejemplo, con lo cual el gráfico se debe agrandar para mejor representación de los resultados). A medida se conozcan los resultados se materializan los puntos y se unen entre sí con una recta, tal como se indica en la figura N° 1.

12.2.- Histograma

Observando el Gráfico Lineal de la Figura N° 1, se aprecia con facilidad el comportamiento de los datos uno a uno. Aunque este gráfico lineal es de gran utilidad, es difícil extraer del mismo, conclusiones referentes al conjunto de los datos en forma directa. Para salvar esta dificultad se recurre a una de las primeras técnicas de la estadística, esto es, contar el número



de veces que ocurre una misma lectura o variación. Si realizamos este conteo en los datos de la planilla N° 1, obtendríamos el listado de la Planilla N° 2:

Planilla N° 2: Conteo de los datos de la Planilla N° 1

Resistencia (MPa)	Cantidad de veces que se repite (frecuencia absoluta)
15,7	1
15,9	1
16,2	1
.....
18,8	3
19,1	2
19,4	1
....

Se observa que los datos de resistencia se repiten unas pocas veces, por lo que la Planilla N° 2, resultará extensa y poco objetiva para su análisis. En la práctica rara vez se repiten exactamente los valores de resistencia.

Con el objeto de realizar un análisis estadístico más profundo del universo, cuando se dispone de muchos resultados de ensayos, se acostumbra a agruparlos en ciertos intervalos llamados “intervalos de clase”. Los intervalos de clase son franjas de resistencias de igual extensión en donde se ubican los ensayos parecidos o que se diferencian poco entre sí. La primera pregunta que surge es ¿cuál es el tamaño conveniente del intervalo de clase? Si se consideran demasiados intervalos, no se logrará idea de conjunto. Si por el contrario, se hace demasiado pequeño el número de intervalos, el conjunto resultará confuso y carecerá de detalles para caracterizarlo. El mejor resultado parece obtenerse en la mayoría de los casos, utilizando entre diez y quince intervalos de clase. Estas cifras no son absolutas y pueden variarse a juicio del estadista. En el caso de la resistencia del hormigón, es común adoptar una extensión de 1 MPa para los intervalos de clase, con lo cual, atendiendo al rango o recorrido “R” de los resultados de la planilla N° 1, esto es:

$$R = 29,5 - 15,7 = 13,8 \text{ MPa}$$

La cantidad de intervalos de clase de 1 MPa resulta ser 14.

Antes de continuar se hace notar que los valores de la Planilla N° 1, constituyen una muestra de datos continuos. El valor más bajo es 15,7 MPa y el más alto es 29,5 MPa. El resto de resultados tienen la potencialidad de medir cualquier valor comprendido entre dichos límites y también la potencialidad de estar fuera de dichos límites. Observar que las mediciones se han hecho hasta la décima de mega pascal (0,1 MPa). Esta limitación se debe al sistema de medición por una parte y a la suficiencia de la cifra con un decimal para interpretar los resultados, por la otra.

Volviendo a los intervalos de clase, el primero de ellos tiene que ser entre 15 MPa y 16 MPa (para incluir el valor individual “15,7”) y el último entre 29 y 30 MPa (para incluir “29,5”). Agrupamos todos los resultados dentro de los intervalos de clase de 1MPa de rango según se indica en la Planilla N° 3. Cuando los datos de la Planilla N° 1 son asignados a los distintos intervalos de clase y se cuenta su número o cantidad en cada intervalo, el resultado constituye una “distribución por frecuencias” que se muestra en la Planilla N° 3



Planilla N° 3: Ordenamiento de los resultados de ensayos a compresión a 28 días de la Planilla N° 1 en intervalos de clase y cálculo de la frecuencia de distribución.

Intervalo de clase	Resultados de ensayos que se incluyen en cada intervalo de clase	Cantidad de resultados en cada intervalo de clase (Frecuencia absoluta)	Frecuencia relativa (%)
15,0 - 16,0	15,7; 15,9	2	2,90
16,0 - 17,0	16,2; 16,8; 16,5	3	4,35
17,0 - 18,0	17,0; 17,9; 17,3; 17,6; 17,8	5	7,25
18,0 - 19,0	18,0; 18,1; 18,3; 18,8; 18,8; 18,8; 18,9	7	10,14
19,0 - 20,0	19,1; 19,7; 19,4; 19,1	4	5,80
21,0 - 22,0	21,0; 21,4; 21,0; 21,5; 21,9; 21,7; 21,4; 21,9; 21,9	9	13,04
22,0 - 23,0	22,1; 22,2; 22,7; 22,4; 22,4; 22,0	6	8,69
23,0 - 24,0	23,0; 23,0; 23,1; 23,4; 23,4; 23,6; 23,5; 23,7; 23,7; 23,1; 23,8; 23,9	12	17,39
24,0 - 25,0	24,0; 24,9; 24,8; 24,8; 24,7; 24,0; 24,2	7	10,14
25,0 - 26,0	25,0; 25,4; 25,7; 25,9	4	5,80
26,0 - 27,0	26,0; 26,7; 26,6; 26,8; 26,8	5	7,25
27,0 - 28,0	27,1; 27,6; 27,2	3	4,35
28,0 - 29,0		0	0,00
29,0 - 30,0	29,0; 29,5	2	2,90
Totales		69	100

Sobre esta Planilla N° 3, corresponde puntualizar las siguientes:

- 1) Como ya se dijo, es suficiente expresar el valor de la resistencia con un solo decimal en MPa
- 2) El agrupamiento en los diferentes intervalos de clase es independiente del orden cronológico en que se extrajo la muestra
- 3) Se deben consignar todos los intervalos de clase aún cuando no haya resultados dentro del mismo (caso del intervalo 28,0 – 29,0)
- 4) Se debe adoptar un criterio para ubicar los resultados que están justo en el límite entre dos intervalos de clase (v.g. 25,0). En la planilla N° 2 se han ubicado en el intervalo siguiente.
- 5) Al agrupar en intervalos de clase, se pierde parte de la información pero se gana en claridad. Por ejemplo, vamos a saber que entre 26,0 y 27,0 MPa hay 5 resultados de ensayos pero no trabajaremos con los resultados individuales del intervalo.



- 6) Luego de agrupadas las resistencias en sus respectivos intervalos de clase, se cuentan a efectos de determinar cuantos ensayos hay en cada intervalo de clase. Esta cantidad se consigna en la penúltima columna y recibe el nombre de “frecuencia absoluta” (cantidad de resultados en c/u de los intervalos de clase)
- 7) Es más común calcular la frecuencia como un porcentaje: relación entre la cantidad de ensayos en el intervalo y la cantidad total de ensayos, multiplicada por cien. Este número se llama “frecuencia relativa”

Por ejemplo la frecuencia relativa en el intervalo de clase 21,0 – 22,0 MPa es:

$$F = \frac{9}{69} \cdot 100 = 13,04\%$$

A continuación estamos en condiciones de dibujar el “histograma” (Figura N° 2)

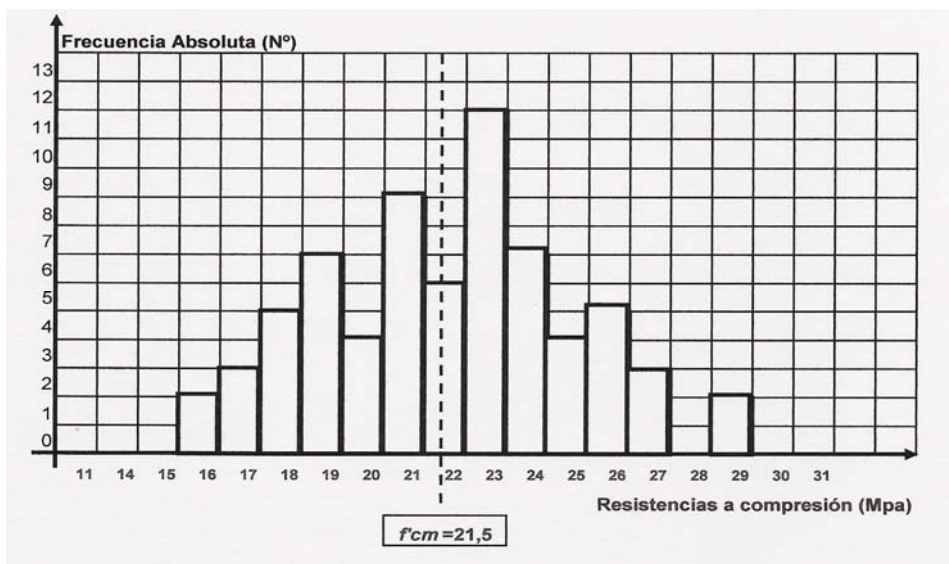


Figura N° 2 – Histograma trazado con los datos de la Planilla N° 3

El histograma de la Figura N° 2 no es otra cosa que un diagrama de barras en donde en abscisas se representan los intervalos de clase de la variable independiente y en ordenadas las frecuencias. Es decir, se trata de la representación gráfica de la distribución por frecuencias. El área del histograma representa el número total de ensayos, es decir 69 en este caso.

La distribución por frecuencias da una visión general de la variación en un conjunto de datos. En primer lugar indica donde se producen las variaciones de los datos en la escala de la variable independiente (en nuestro caso, la resistencia). En segundo lugar nos señala si los datos tienen alguna tendencia central y por último, indica donde se encuentra esa concentración o tendencia central en el caso de existir la misma. El histograma de la Figura N° 2 muestra una concentración de datos en el centro del rango de variaciones, en torno a la resistencia media (21,5 MPa). Este tipo de distribución que presenta un solo punto de concentración se la llama “unimodal”. Existen otros tipos de distribuciones con más de un punto de concentración. Se llaman “multimodales”. Cuando el número de casos es grande, las



distribuciones de los datos de producción habitualmente son unimodales. Este es el caso típico para la resistencia del hormigón en condiciones controladas de producción.

Cuando se produce una distribución multimodal, significa que los datos no son homogéneos.

La distribución por frecuencias nos dice también, cuanta variación existe en los datos. El hecho de que una distribución muestre poca o mucha variación, debe ser analizado teniendo en cuenta la escala de abscisas, es decir la escala de la variable independiente (la resistencia en nuestro caso). Un cambio en la escala puede dar lugar a una falsa interpretación del gráfico.

Otra propiedad que muestra una distribución por frecuencias, es la simetría de sus variaciones. Se contesta a la pregunta: ¿La distribución es simétrica a los lados del punto central? ¿O está cargada a un lado? En el primer caso se dice que la distribución es simétrica y en el segundo que es asimétrica.

12.3.- Distribuciones acumuladas

Si las frecuencias de una distribución por frecuencias se acumulan de un extremo al otro, por ejemplo desde el punto más bajo al más alto de la escala, se obtiene lo que se llama una “distribución acumulada”. La distribución acumulada correspondiente a los datos de resistencias de la Planilla N° 3, se muestran en la Planilla N° 4 siguiente:

PLANILLA N°4: DISTRIBUCIÓN ACUMULADA DE LAS RESISTENCIAS

LÍMITE SUPERIOR DEL INTERVALO DE CLASE (MPa)	DISTRIBUCIÓN ACUMULADA DE LAS RESISTENCIAS	
	EN VALORES ABSOLUTOS (Cantidad)	EN VALORES RELATIVOS (%)
16	2	2,90
17	5	7,25
18	10	14,50
19	17	26,64
20	21	30,44
21	30	43,48
22	36	52,17
23	48	69,56
24	55	79,70
25	59	85,50
26	64	92,75
27	67	97,10
28	67	97,10
29	69	100,00

La Figura N° 3 muestra la representación gráfica de la distribución de frecuencias relativas acumuladas de las resistencias. En virtud de que los datos de resistencias son continuos, la distribución de frecuencias relativas acumuladas de la figura N° 3, representada por una línea quebrada (variación a saltos), puede ser suavizada bajo la forma de una curva (línea punteada que se muestra en la misma figura N° 3).

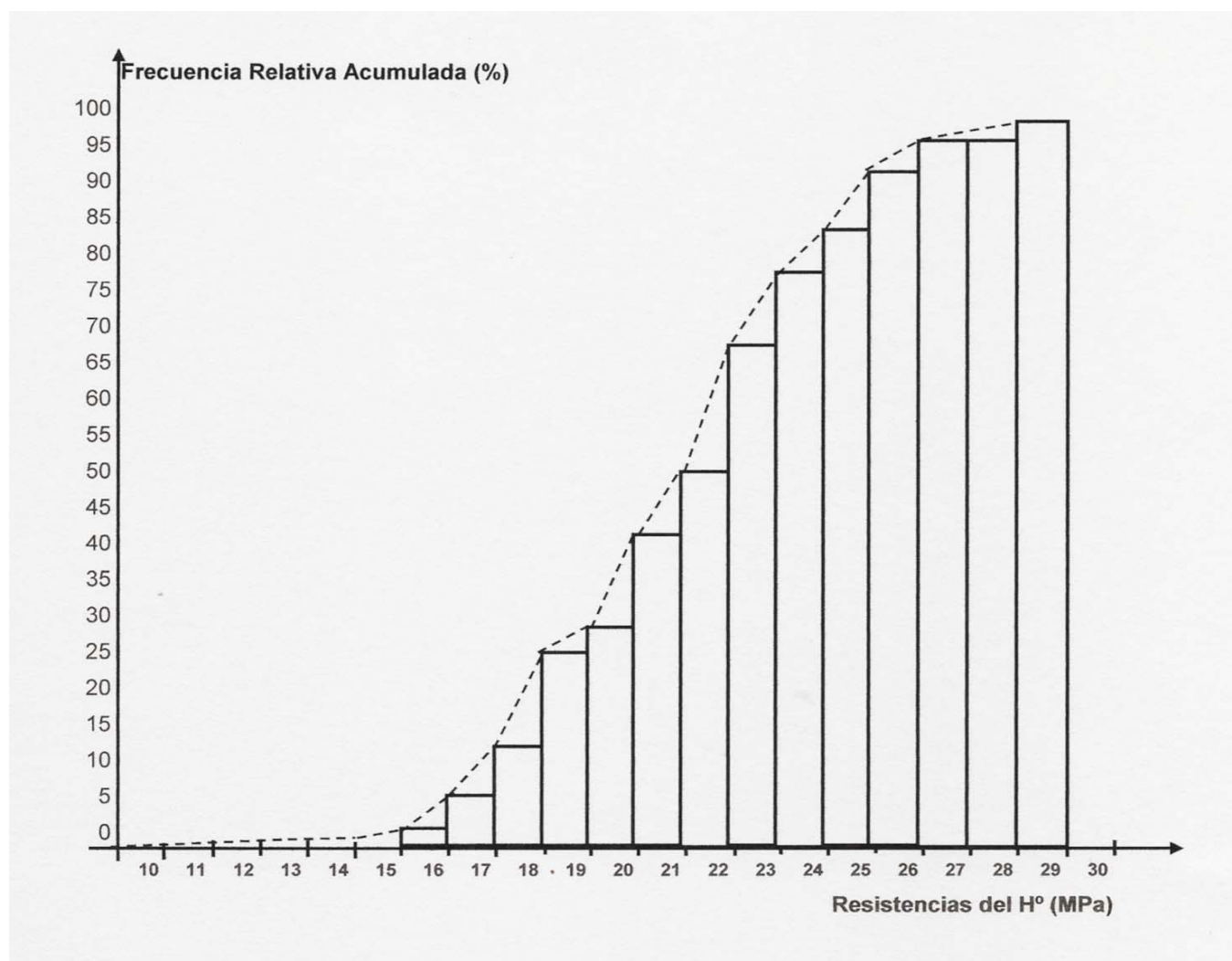


Figura N° 3 – Representación gráfica de la distribución de frecuencias relativas acumuladas

Si los intervalos de clase se consideraran infinitamente pequeños, y el número de puntos aumentara indefinidamente, la curva punteada sería la “*función de distribución acumulada*” para la totalidad de la producción de hormigón en este caso. Una línea curva de este tipo, recibe el nombre de “ojiva”. Ver Figura N° 4. La ojiva tiene las propiedades siguientes;

Para $X \longrightarrow -\infty$ o límite inferior, la frecuencia relativa acumulada resulta = 0

Para $X \longrightarrow +\infty$ o límite superior, la frecuencia relativa acumulada resulta = 1 (100%)

En general, la función de distribución acumulada, indica la probabilidad de que la variable aleatoria X tome valores menores o iguales que un valor dado para la misma. Dicho de otra manera: la frecuencia relativa acumulada para X_1 , es menor o igual a la frecuencia relativa acumulada para X_2 , si se cumple que $X_1 < X_2$

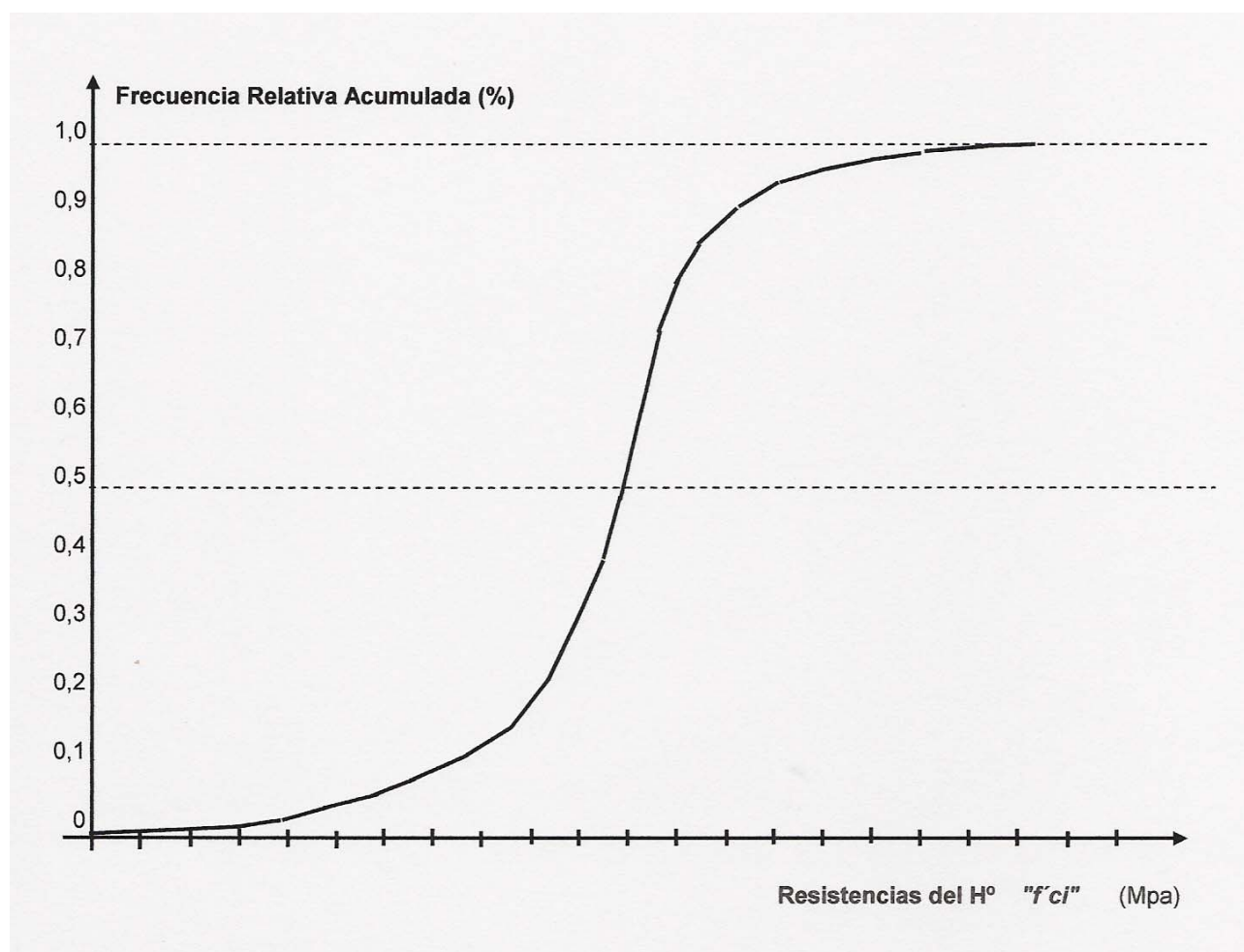


Figura N° 4- Función de distribución acumulada (ojiva)

12.4.- Distribución por frecuencias de un universo infinito

Físicamente no se puede construir la distribución de un universo infinito. Sí se puede concebir un procedimiento que se aproxime a dicha distribución, como un límite.

Suponiendo que medimos indefinidamente una variable continua, tal como la resistencia del hormigón de una determinada producción que se elabora bajo condiciones operativas constantes (por tanto, las variaciones de resistencia que se observan, se deben exclusivamente a fuerzas casuales), luego de obtener los primeros 1000 resultados, construimos el histograma mostrando las frecuencias relativas. Representamos estas frecuencias relativas por las áreas de los rectángulos (no por su ordenada).

Suponiendo que obtenemos 3000 resultados más de resistencias y construimos un nuevo histograma de áreas de frecuencias relativas para la totalidad de resultados (4000). Pero ahora utilizamos el doble de intervalos de clase de un tamaño igual a la mitad de los primeros. Continuamos con el mismo procedimiento: al cuadruplicar el número de ensayos, doblemos el número de intervalos de clase y reduzcamos a la mitad, el tamaño de los mismos. A medida de que avanzamos, la base superior de los rectángulos de n/histograma, llegarán finalmente a trazar una curva suave. Esta curva constituirá una descripción gráfica de la distribución hipotética del universo infinito de las resistencias del hormigón. Se observará que es el área



debajo de la curva y no su ordenada, la que mide su frecuencia relativa. Una curva de frecuencias relativas, tal como la descrita, se identifica como una “función de densidad”

La “función de densidad” es la curva de “frecuencias relativas” que es el límite al que se aproxima el “histograma de áreas de frecuencias relativas”. Como se dijo, una frecuencia relativa o probabilidad, se mide mediante un área bajo la curva de la función de densidad y no con su ordenada.

12.5.- Fórmulas para las distribuciones de universos infinitos

En muchos casos, si se conocen las fuerzas casuales que intervienen, se puede escribir una fórmula matemática representativa de la distribución de una variable continua en un universo infinito. Una de las más importantes fórmulas de distribución para variables continuas, es la *Distribución Normal*, cuya *función de densidad* en su forma más generalizada es:

$$y = \frac{e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{X-Xm}{Sn}\right)^2}}{Sn\sqrt{2\pi}} \quad (17)$$

En donde:

y : frecuencia o probabilidad para que se produzca “ X ”, es decir la variable independiente

Sn : desviación normal o estándar.

$e = 2,718...$; base de los logaritmos naturales

Xm : media aritmética de la distribución (del conjunto de datos)

X : variable independiente que puede tomar infinitos valores individuales.

Mediante un examen visual de la distribución por frecuencias relativas (histograma) de la muestra, se puede apreciar si la población a la cual pertenece dicha muestra, puede suponerse razonablemente “normal”.

La experiencia demuestra que la variable continua “resistencia a compresión del hormigón” se distribuye normalmente, es decir, la función de densidad tiene la forma de la distribución normal. Observando el histograma de la Figura N° 2, se aprecia la tendencia del mismo a tomar una forma acampanada. Luego la ecuación de la función, en el caso de $X \equiv f'ci$, resulta:

$$y = \frac{e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{f'ci-f'cm}{Sn}\right)^2}}{Sn\sqrt{2\pi}} \quad (18)$$

En donde:

y : frecuencia o probabilidad para que se produzca “ $f'ci$ ”, es decir la variable independiente

Sn : desviación normal o estándar según fórmula de cálculo (13).



$e = 2,718\dots$; base de los logaritmos naturales

f'_{cm} : resistencia media según fórmula de cálculo (9).-

f'_{ci} : resultado de un ensayo individual según fórmula de cálculo (7).-

La representación gráfica de la distribución normal es como se indica en la Figura N° 5. También recibe el nombre de “Campana de Gauss”.

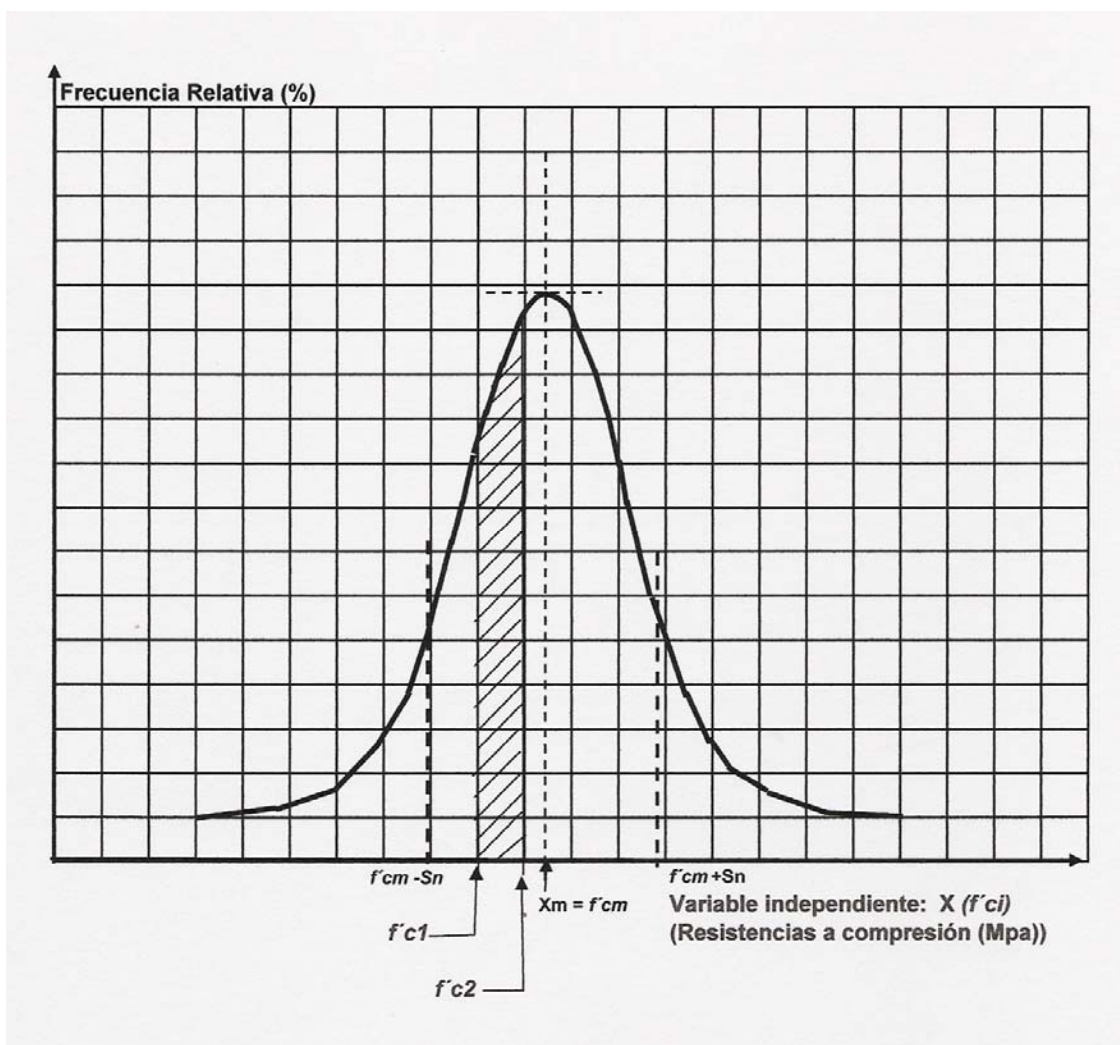


Figura N°5: Curva de distribución normal de la resistencia del hormigón (Campana de Gauss)



12.6.- Propiedades de curva de distribución normal o campana de Gauss

- 1) La curva es simétrica con respecto al eje que coincide con la ordenada máxima y que pasa por X_m , es decir por f'_{cm} (ver Figura N° 5).
- 2) El punto de frecuencia más alto es de tangente horizontal (corresponde a f'_{cm}).
- 3) Hacia la izquierda y hacia la derecha de la ordenada máxima, la curva presenta ordenadas tanto menores cuanto mayor es la distancia en abscisas al valor medio X_m (f'_{cm}).
- 4) En los límites extremos, la curva es asintótica con respecto al eje de abscisas.
- 5) El área comprendida entre la curva y el eje de abscisas representa el número total de resultados o 100% del universo en estudio. Se asigna a esta área el valor unitario (=1).
- 6) La ordenada correspondiente al valor promedio f'_{cm} , divide al universo en dos mitades iguales de valor 0,5 c/u. Es decir: 50% de valores superiores al promedio y 50% de valores inferiores al mismo.
- 7) El área comprendida entre la curva, el eje de abscisas y dos ordenadas cualesquiera correspondientes a f'_{c1} y f'_{c2} (ver Figura N° 5) equivale a la probabilidad de que la variable independiente, en este caso f'_{ci} se encuentre comprendida entre dichas abscisas. Por extensión, el área total bajo la curva y el eje de abscisas, es la certeza (100%) de que la variable se encuentra en el intervalo, entre los valores extremos.
- 8) Hacia ambos lados del valor promedio f'_{cm} , la curva presenta sendos puntos de inflexión, ubicados a una distancia igual a la desviación estándar S_n de dicha media (Fig. N° 5).

12.7.- Función de distribución acumulada de la distribución normal

No existe fórmula alguna para la “forma acumulada” de la distribución normal, ya que la función de densidad (fórmulas 17 o 18) no puede ser integrada. Suponiendo que la ecuación representativa de la distribución normal pudiese integrarse, la representación gráfica de la forma acumulada sería como se indica en la Figura N° 4. Las distribuciones acumuladas tienen generalmente la forma de una “S”, como se puede apreciar. Se observa que la curva nunca disminuye al aumentar el valor de la variable.

12.8.- Área bajo la curva de distribución normal

Para la aplicación práctica de la distribución normal es imprescindible conocer el área bajo la curva en las distintas zonas de la misma. Para esto se transforma la curva en su forma estandarizada, haciendo un cambio de variable, a saber:

$$z = \frac{X - X'}{S_n} \equiv \frac{f'_{ci} - f'_{cm}}{S_n} \quad (19)$$



De esta manera, luego de operar, la función de densidad para la variable “z”, toma la siguiente forma:

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-z^2/2} \quad (20)$$

Esta transformación implica dividir la base de la curva en unidades de desviación estándar. Se comienza la subdivisión partiendo de la media (f'_{cm}), haciéndola coincidir con el punto cero. Siguiendo hacia la derecha, en la abscisa correspondiente al punto de inflexión de la campana, se sitúa el “+1Sn”. El espacio comprendido entre la media y “+1Sn”, corresponde a la unidad de desviación estándar. Se continúa la división dotando de signo positivo las unidades situadas a la derecha de la media y con signo negativo, las unidades situadas a la izquierda. La curva así dividida recibe el nombre de curva normal estándar o estandarizada. (Figura N°6).

Se han desarrollado tablas, tal como la N° 2 del Anexo en donde se consignan las áreas bajo la curva estandarizada para diferentes valores de “z”. La Tabla N° 2 del Anexo, da los valores del área bajo la curva desde el valor medio (X_m ; $z = 0$) hasta “z”. Otras tablas dan las áreas desde el valor $-\infty$ hasta z.

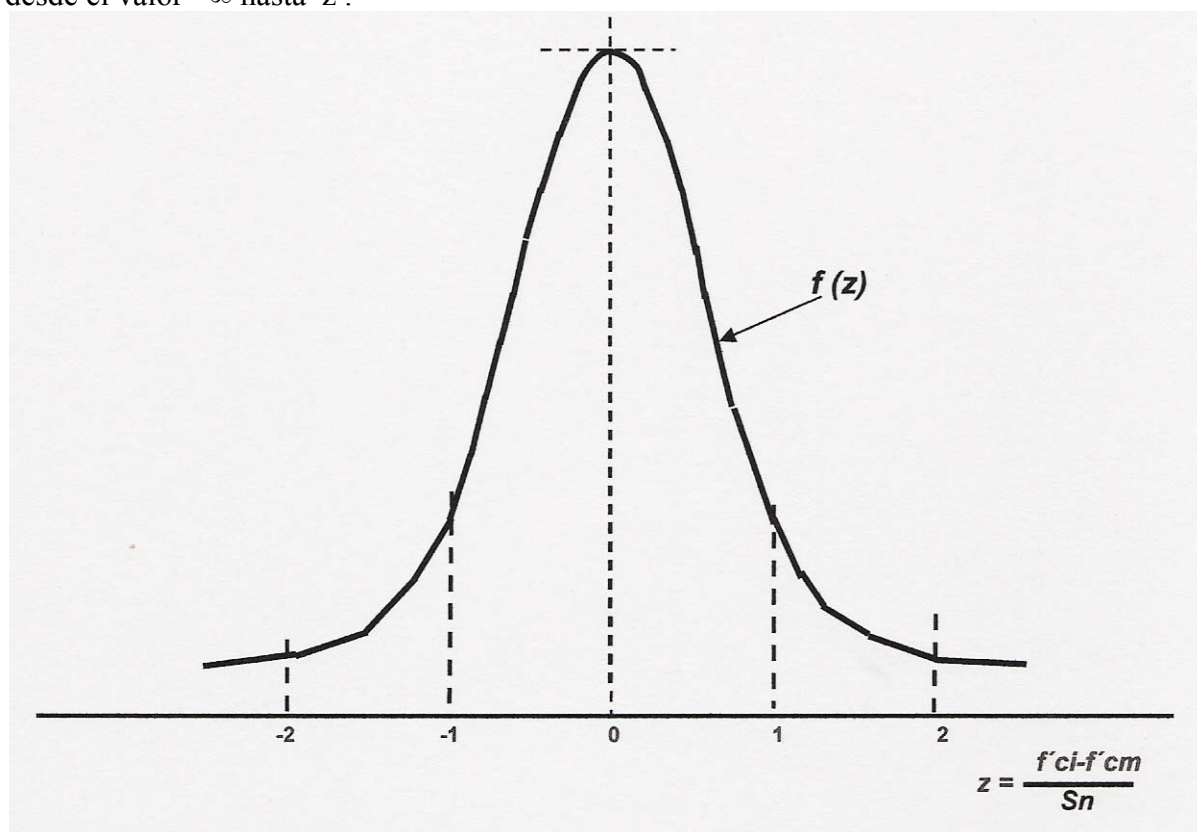


Figura N° 6 : Curva normal estándar o estandarizada



Particularmente, debajo de la curva normal estandarizada se definen los siguientes porcentajes de área:

Área bajo la curva comprendida entre las ordenadas ubicadas en	Valor del Área (fracciones del universo)	Observaciones
$f'_{cm}-S_n$ y $f'_{cm}+S_n$	68,3 %	Figura N° 7
$f'_{cm}-2 S_n$ y $f'_{cm}+2 S_n$	95,4%	Figura N° 7
$f'_{cm}-3S_n$ y $f'_{cm}+3S_n$	99,7 %	Figura N° 7

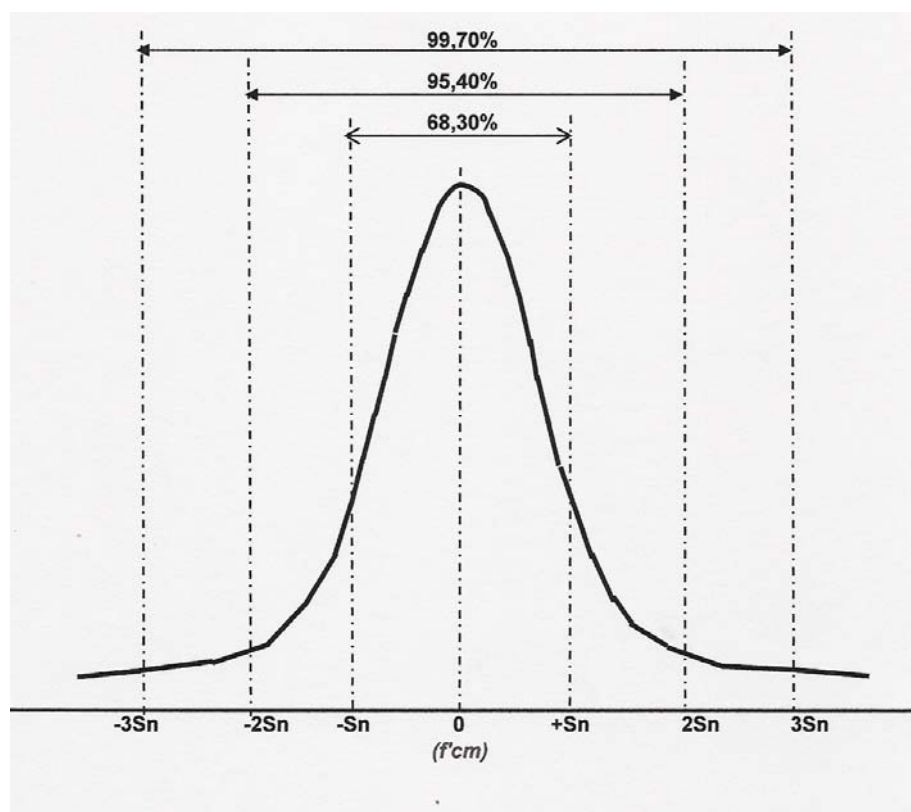


Figura N° 7: Áreas bajo la curva normal estandarizada

Las áreas bajo la curva, que representan el 80% y el 90% del universo, están limitadas por las siguientes ordenadas:

Área bajo la curva comprendida entre las ordenadas ubicadas en	Valor del Área (fracciones del universo)	Observaciones
$f'_{cm}-1,28 S_n$ y $f'_{cm}+1,28 S_n$	80,0 %	Figura N° 8
$f'_{cm}-1,65 S_n$ y $f'_{cm}+1,65 S_n$	90,1 %	Figura N° 8

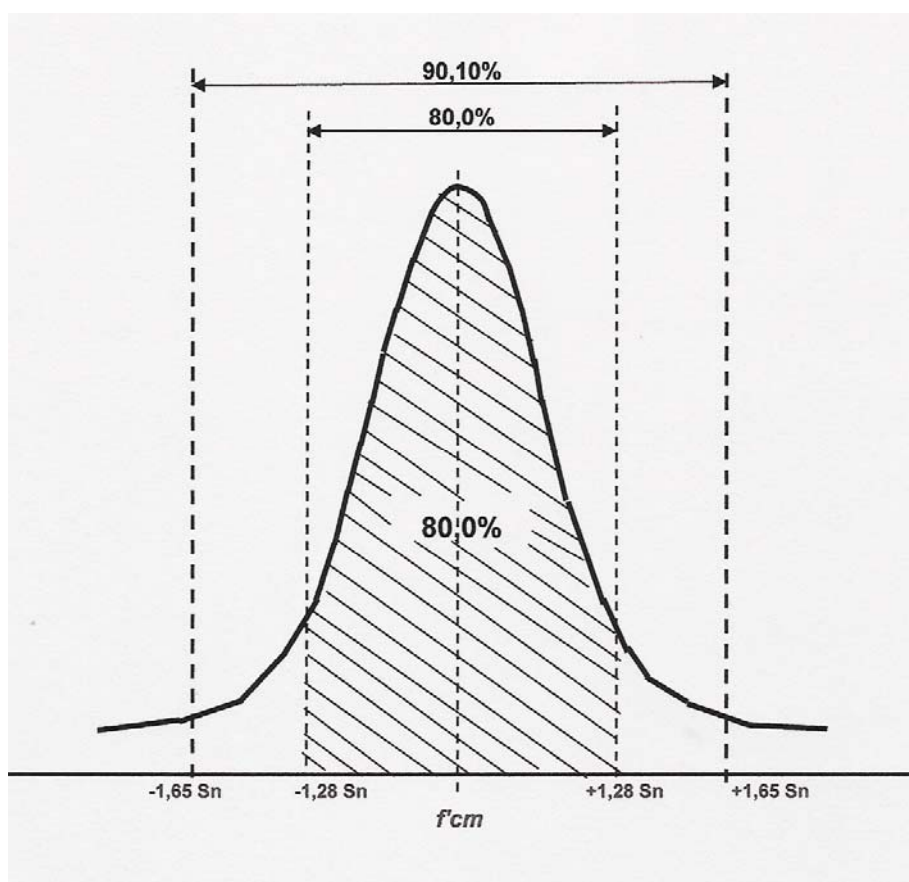


Figura N° 8: Áreas bajo la curva normal estandarizada

Interesa particularmente el área encerrada por la curva que queda a la derecha de la ordenada “-1,28 Sn” (Figura N° 9), cuyo valor, según se deduce es del 90%. Esta ordenada ubicada a:

$$f'_{cm} - 1,28 Sn$$

define un valor particular de la variable independiente controlada f'_{ci} , llamado “valor característico o especificado” f'_c que representa a aquel valor de la resistencia que tiene la probabilidad de ser superado por el 90% de los resultados de ensayos del universo. Este valor se expresa mediante la fórmula (15) vista en el párrafo 11.11:

$$f'_c = f'_{cm} - 1,28 Sn \quad (\text{MPa}) \quad (15)$$

Dicho de otra forma, en términos de la función de distribución acumulada, el área bajo la curva, comprendida entre las ordenadas,

$$y = -\infty \quad \text{e} \quad y = f'_{cm} - 1,28 Sn$$

indica la probabilidad de que la variable aleatoria f'_{ci} tome valores menores que o iguales que el valor “ $f'_{cm} - 1,28 Sn$ ”. Esta probabilidad es del 10%

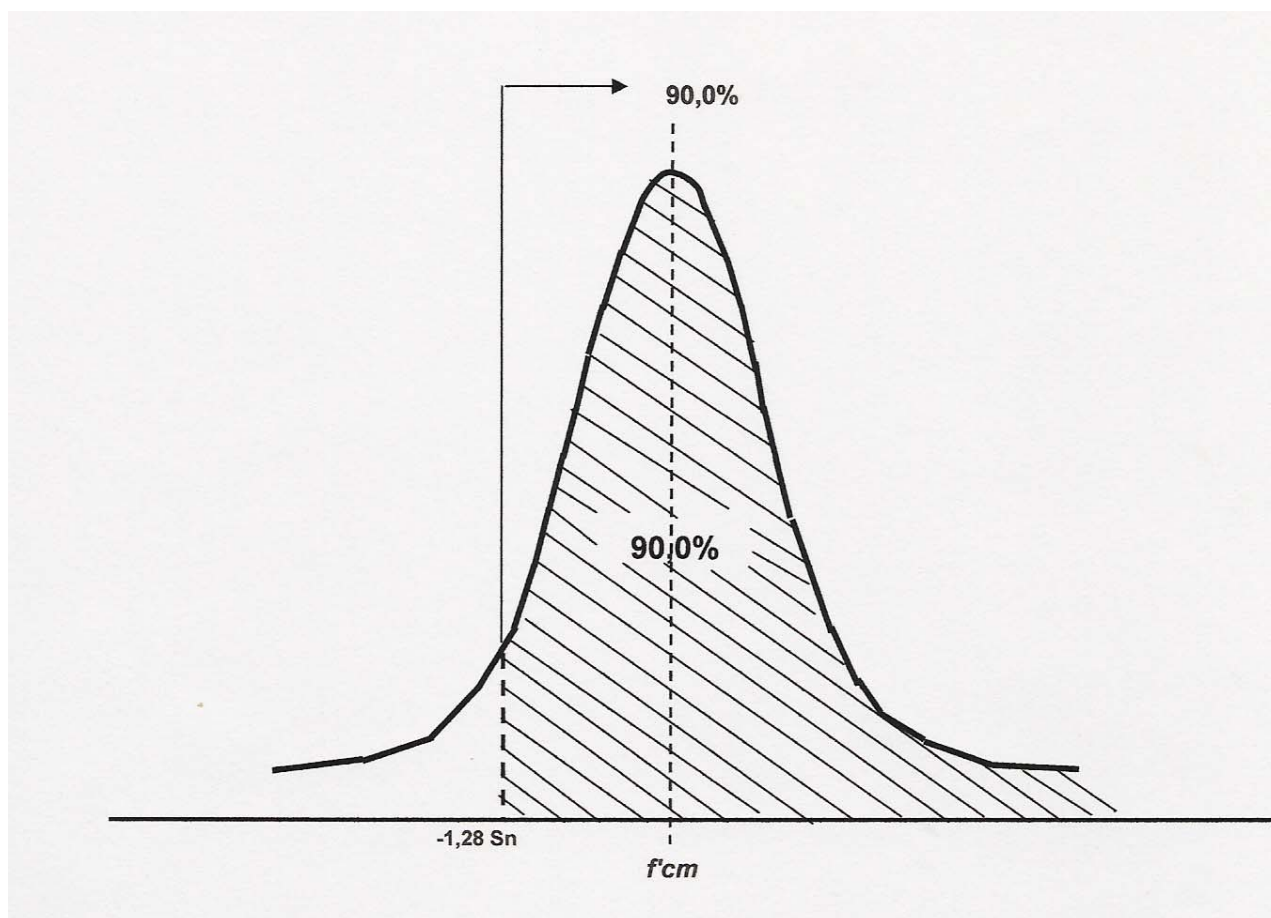


Figura N° 9: Área bajo la curva normal estándar a la derecha de la ordenada “ $f'_{cm} - 1,28 S_n$ ”

Referencia histórica

El Reglamento CIRSOC 201 del año 1982, definía a la resistencia característica f'_{ck} como aquel valor de resistencia, que en una distribución estadística normal como la vista, tenía la probabilidad de ser superada por el 95% de los resultados de los ensayos del universo. La fórmula de cálculo era entonces:

$$f'_{ck} = f'_{cm} - 1,65 S_n \quad (21)$$

13°.- INFLUENCIA DE LA DISPERSIÓN EN LA RESISTENCIA ESPECIFICADA

La seguridad de una determinada estructura en lo referente al material que la constituye, esto es el hormigón, depende de que la resistencia del mismo, prevista en el cálculo se alcance en la obra. Como se dijo más arriba, dicha seguridad no depende de la “resistencia media” del material, sino de la resistencia en el lugar más crítico de la estructura, la cual como se sabe y se verá a continuación, puede coincidir con la resistencia más débil del material. A efectos de considerar el grado de seguridad de la estructura, es necesario tener en cuenta la “dispersión” de los resultados o lo que es igual, la dispersión de la producción. Ver parágrafo 11.10.-



13.1.- Distribuciones de igual valor medio y distinto grado de dispersión

La figura N° 10 muestra dos distribuciones de igual resistencia media f'_{cm} pero de distinta dispersión, a saber: Curva A: $\delta=15\%$ y curva B: $\delta=28\%$.

Como se dijo más arriba (Parágrafo 11.10), un valor de la dispersión $\delta=15\%$, significa que el proceso de elaboración del hormigón es bastante uniforme, con moderada variación de resultados y buen nivel de control de calidad. Con esta distribución de resultados se obtiene, entonces, para un fractil del 10% una resistencia especificada o característica f'_{c2} (la más próxima a la resistencia media). En cambio, con la curva B, mucho más achatada y ancha, cuya dispersión es $\delta=28\%$, la resistencia especificada o característica para un fractil del 10%, f'_{c1} , resulta mucho menor que f'_{c2} . El valor $\delta=28\%$, se traduce como un proceso de elaboración del hormigón descuidado, realizado prácticamente sin control de calidad.

El gráfico de la figura N° 10 también nos indica que la resistencia media del hormigón, f'_{cm} , no identifica en forma alguna ni a la calidad del material ni al grado de seguridad de la estructura por cuanto un determinado hormigón, con una resistencia media elevada o razonable, pero con valores de resistencias individuales muy discordantes y variables, no inspira confianza alguna desde el punto de vista de la seguridad estructural y por tanto, mayor deberá ser el coeficiente de seguridad a adoptar en los cálculos.

El criterio estadístico adoptado para valorar la calidad del hormigón, ofrece la ventaja de unificar en un solo valor, esto es f'_c , la resistencia media y su variación, permitiendo compensar de alguna manera, la primera con la segunda. En otras palabras, se exige elevar la resistencia media cuando la dispersión es muy alta, y se permite reducir la resistencia media cuando es baja.

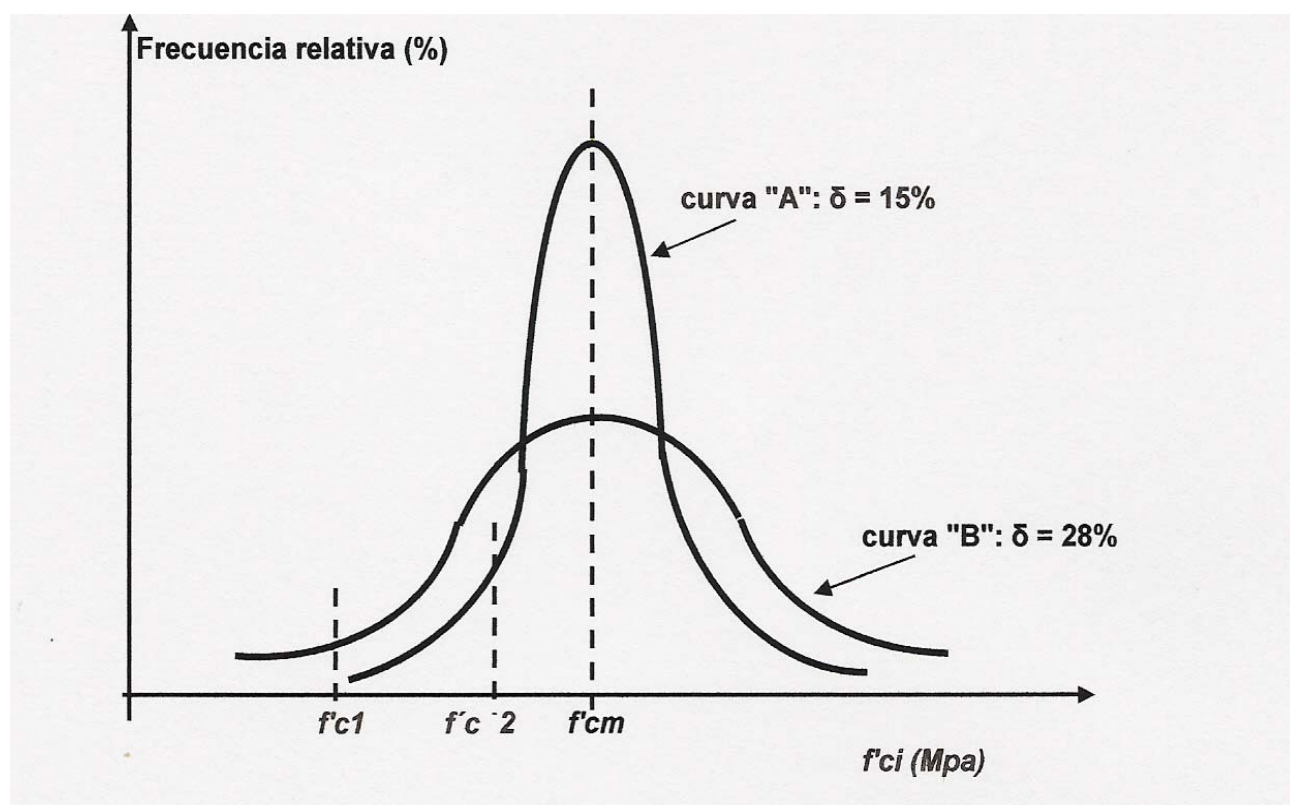


Figura N° 10: Distribuciones de igual resistencia media con diferente dispersión



13.2.- Distribuciones de diferentes valores medios, diferentes dispersiones pero de igual valor característico o especificado.

En las tres distribuciones representadas en el gráfico de la figura N° 11, se ha fijado la condición de que sólo el 10% de los resultados de los ensayos pueden tener resistencias menores que un determinado valor f'_c . Las diferentes condiciones de variabilidad de los cuatro procesos de elaboración indican que mientras mayor es el coeficiente de variación " δ " del proceso, mayor debe ser la resistencia media f'_{cm} del grupo de resultados de ensayos para poder cumplir con aquella condición. Ahora bien: mientras más alta sea la resistencia media f'_{cm} que se necesite, mayor será el costo de la mezcla, ya que ello se consigue en la obra, en base al aumento del contenido unitario de cemento pòrtland, empleo de aditivos químicos superfluidificantes, etc. Esta cuestión debe tenerse presente a la hora de valorar el "costo del control calidad" y la seguridad que esto implica, con el costo de un hormigón de resistencia media muy elevada y de impredecible comportamiento.

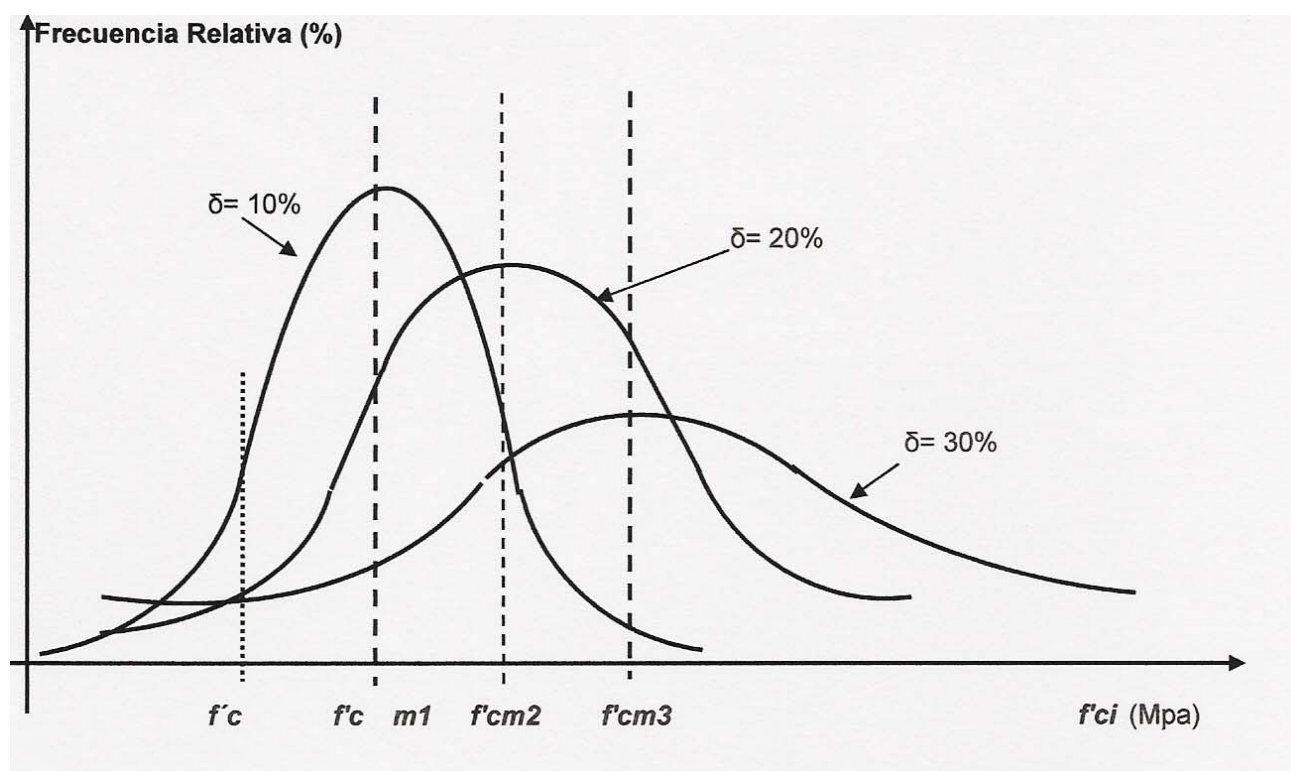


Figura N° 11: Distribuciones de igual resistencia especificada y diferentes dispersiones

13.3.- Dos maneras de obtener la resistencia especificada

Supongamos que la especificación técnica de la obra, exija obtener una determinada resistencia especificada f'_c a los 28 días de edad (ver figura N° 12). Supongamos también que se ha muestreado el hormigón en una primera etapa y se han determinado los valores de c/u de los ensayos, lo cual nos ha permitido trazar la curva normal A de la figura 12. Como se observa, con esta distribución, que tiene una dispersión del 28%, se logra una resistencia característica f'_{c1} que resulta menor que la resistencia especificada " f'_c ". Luego, el hormigón no satisface los requisitos. Surge entonces, la necesidad de modificar la situación a fin de alcanzar f'_c . Tenemos dos maneras de hacerlo, a saber:



Método I: Mantener la resistencia media de la mezcla (f'_{cm}), (esto significa no modificar la dosificación teórica), y mejorar el control de calidad a efectos de reducir el coeficiente de variación " δ ". Un nuevo muestreo seguramente nos permitiría trazar una distribución normal según la curva B. Se observa que la curva B mantiene la resistencia media f'_{cm} pero al resultar mas esbelta porque los resultados son menos dispersos, se logra la resistencia especificada f'_c .

Método II: Mantener las condiciones actuales de elaboración (esto significa no modificar el grado de control) y elevar la resistencia media del hormigón a f'_{cm1} , mediante una reducción de la relación agua/ cemento, elevando el tenor cemento. Se observa que la curva normal "C", tiene una resistencia media $f'_{cm1} > f'_{cm}$ y una resistencia característica igual a la especificada f'_c .

Desde el punto de vista técnico, debe preferirse el Método I, por cuanto el mismo permite obtener un hormigón de propiedades más uniformes y por tanto, de mejor calidad, y por supuesto, con mayor economía en el costo de la mezcla.

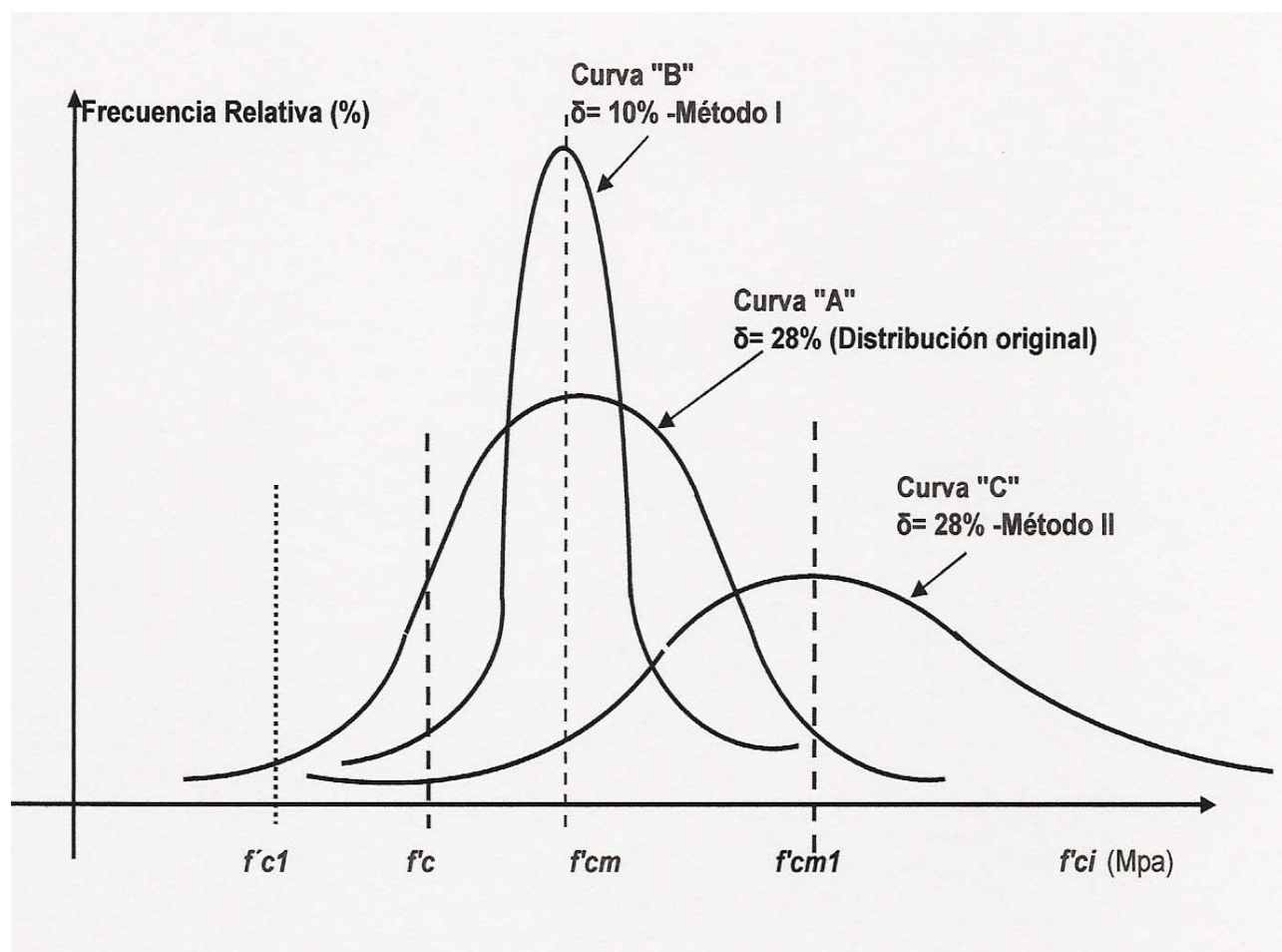


Figura N° 12: Dos maneras de obtener la resistencia especificada



14°.- APLICACIONES DE LAS ÁREAS BAJO LA CURVA NORMAL

El área bajo la curva normal estandarizada de la figura 6, desde $z = -\infty$ hasta $z = z_1$ es la ordenada de la curva acumulada en Z_1 del gráfico de la figura N° 4. Las tablas de la función acumulada se llaman por eso, "tablas de área bajo la curva normal". La Tabla N° 2 del Anexo II da el área bajo la curva normal estándar (es decir, bajo la función de densidad normal) desde la media hasta un valor de Z (también hay tablas que dan el área bajo la curva normal desde $-\infty$ hasta z), Recordemos que " Z " es la frecuencia relativa acumulada o probabilidad de valores iguales o menores que Z . Para usar la tabla de áreas normales, es necesario expresar en primer lugar a la variable, en forma estandarizada, es decir como una desviación de su valor medio, medido en unidades de desviación estándar.

Ejemplo: Supongamos que la distribución de las resistencias del hormigón " f'_{ci} " es normal en su forma y que la media de la distribución es $f'_{cm} = 22,2$ MPa y su desviación normal $S_n = 3,43$ MPa (del ejemplo dado más arriba).

1° Problema: Encontrar la probabilidad de que f'_{ci} sea menor de 25 MPa.

Se procede como sigue:

- 1) Calcular $x = f'_{ci} - f'_{cm} = 25 - 22,2 = 2,8$ MPa
- 2) Calcular $Z = x / S_n = 2,8 / 3,43 = 0,81$
- 3) Localizar Z en la Tabla N° 2 del Anexo, (de área normal) y leer la probabilidad de que una variable normal estandarizada sea igual a o menor que este valor de Z . Así para $Z = 0,81$ encontramos que la probabilidad de $Z \leq 0,81$ es de: 0,79103 (79,1 %). Este valor surge de sumar el valor leído en la Tabla N° 2 para $Z = 0,81$, esto es 0,29103 a 0,50 (que es el valor del área desde $-\infty$ hasta el valor medio).
- 4) Esta es la solución al problema: La probabilidad de que la resistencia f'_{ci} sea menor o igual de 25 MPa es de un 79,1%.-

2° Problema: Encontrar la probabilidad de que f'_{ci} sea menor de 16,6 MPa. Procedemos de igual manera que en el ejercicio anterior.

- 1) Calcular $x = f'_{ci} - f'_{cm} = 16,6 - 22,2 = -5,6$ MPa
En este caso el valor de " x " y por tanto el valor de z , resulta negativo. La tabla da probabilidades únicamente para valores positivos de " z ". Sin embargo, como la curva normal es simétrica, la tabla puede dar fácilmente, las probabilidades correspondientes a los valores negativos. Veamos:
- 2) Calcular $Z = x / S_n = -5,6 / 3,43 = -1,63$
- 3) Localización de Z :

La tabla indica que la probabilidad de una Z menor o igual a $+1,63$ es: 0,94845. Como $-z$ está tan separada de la media en dirección negativa como lo está $+z$ en dirección positiva, y ya que la curva normal es simétrica con respecto a su media, la probabilidad de que una Z sea menor que o igual a $-1,63$ es sencillamente igual a 1 menos la probabilidad de que Z sea menor que o igual a $+1,63$. Por tanto, la probabilidad de que $Z \leq -1,63$ es: $1 - 0,9484 \approx 0,05$ (5%). Es decir, el valor de $f'_{ci} = 16,6$ MPa, tiene la probabilidad de ser superado por el 95% de los resultados. Este es el concepto de resistencia característica del CIRSOC 201 de 1982.

3° Problema: Siguiendo con el problema anterior, se desea encontrar la probabilidad de que f'_{ci} se encuentre entre 23 y 25 MPa



La tabla contiene las probabilidades acumuladas, sin embargo es posible encontrar la probabilidad de que la variable f'_{ci} se encuentre dentro de ciertos límites, restando las probabilidades acumuladas correspondientes a los dos límites. Procedemos como sigue:

- 1) Probabilidad de que $f'_{ci} \leq 25$ MPa: = 0,79103 (determinado en el 1º Problema). A continuación se calcula la probabilidad de $f'_{ci} \leq 23$ MPa
- 2) Calcular $x = f'_{ci} - f'_{cm} = 23 - 22,2 = 0,8$
- 3) Calcular $Z = x / S_n = 0,8 / 3,43 = 0,23$
- 4) Localización de Z: para $Z = 0,23$ la probabilidad de $Z \leq 0,23$ es $0,50 + 0,09095 = 0,59095$
- 5) Haciendo la diferencia entre las dos probabilidades: $0,79103 - 0,59095 \approx 0,20$ (20%), por tanto la probabilidad de que la resistencia f'_{ci} se encuentre entre 23 y 25 MPa es de un 20%

15º.- CONSTRUCCIÓN DE LA CAMPANA DE GAUSS A PARTIR DE LOS RESULTADOS DE ENSAYOS

A partir del histograma, se puede trazar la propia curva de distribución normal correspondiente al hormigón de la obra (universo). Luego de trazar la curva, se compara cuan aproximada es la distribución del muestreo frente a la distribución del universo (es decir de todo el hormigón colado).

Existen tablas que nos dan los valores de las ordenadas de la curva normal en función de la variable tipificada “Z”.-

A continuación se verá el segundo criterio de evaluación de la resistencia especificada de acuerdo a las prescripciones del Proyecto de Reglamento CIRSOC 201 del año 2002. En opinión del suscripto, la metodología propuesta por el CIRSOC 201-2002, es excesivamente exigente y por tanto, difícil de cumplir en las obras correspondientes a estructuras de edificios (a las cuales está dirigido explícitamente el Reglamento). De todas maneras se desarrollará el tema prescindiendo de las imposibilidades que seguramente se presentarán en la práctica y de las cuales nos ocuparemos en otro momento.

16º.- SEGUNDO CRITERIO: VERIFICACIÓN DE LA RESISTENCIA ESPECIFICADA “ f'_c ” MEDIANTE ESTIMADORES ESTADÍSTICOS.

16.1.- Antecedentes históricos

En las obras comunes de relativo poco volumen de hormigón, (v.g. estructuras de edificios), ante la imposibilidad material de extraer suficiente cantidad de muestras para calcular la desviación normal del universo y la necesidad de recepcionar el hormigón de la obra a través del conocimiento de resultados de unos pocos ensayos, surge el criterio estadístico de balancear el riesgo del productor de hormigón con el riesgo del usuario. Estos “riesgos”, son los siguientes:

Riesgo del Productor: Debido a un muestreo pesimista, se rechaza una partida de hormigón que cumple con la resistencia especificada o característica.

Riesgo del Usuario: Debido a un muestreo optimista, acepta una partida de hormigón que no cumple con la resistencia especificada o característica.

El balance de ambos riesgos como se dijo, dio lugar a la utilización de ciertos estimadores estadísticos para recepcionar el hormigón de cemento pórtland mediante el conocimiento de



un número reducido de ensayos. Este criterio ha sido incorporado a nuestro Reglamento CIRSOC 201 del año 2002 (También había sido incorporado en el CIRSOC 201 del año 1982). En lo que sigue, veremos un extracto simplificado de lo que dice el Capítulo 4 del Reglamento CIRSOC 201 – 2002, al respecto.

16.2.- Aspectos generales

Son válidos y aplicables los siguientes conceptos:

- a) Resistencia especificada o característica f^c_c , según fórmula (15)
- b) Resultado de un ensayo, f^c_{ci} , según fórmula (7)
- c) Dispersión de un ensayo, d_i , según fórmula (8)
- d) Resistencia media del lote, f^c_{cm} , según fórmula (9)
- e) Desviación normal o estándar, S_n , según fórmula (13)

16.3.- Modos de Control de conformidad

El Reglamento establece dos “modos de control de conformidad” del hormigón, a saber:

Modo 1

El hormigón es producido por una planta elaboradora que opera con un sistema de calidad. Es decir, la planta de H° posee una organización para la calidad de acuerdo con los conceptos descritos en el párrafo 1° de la presente.

Modo 2

El hormigón es producido por una planta elaboradora que no satisface los requisitos establecido para el Modo 1, es decir, no opera con un sistema de calidad.

16.4.- Constitución de “lotes de hormigón” de igual clase de resistencia especificada f^c_c

A efectos de organizar el muestreo, según el tipo de elementos estructurales a colar, se debe constituir “lotes” cuyos volúmenes se indican en la Tabla 4.1 del Reglamento y que se transcribe a continuación:

Límite superior	Tipo de elementos estructurales		
	Estructuras que tienen elementos comprimidos (1)	Estructuras que tienen sólo elementos solicitados a flexión (2)	Estructuras macizas (3)
Volumen de hormigón	100 m ³	100 m ³	100 m ³
Número de pastones	50	50	100
Superficie construida	500 m ²	1000 m ²	----
Número de plantas	2	2	----

(1) Pilares; pilas; columnas; muros portantes; pilotes; etc

(2) Entrepisos; tableros; losas; muros de sostenimiento; etc

(3) No aplicable a edificios

En el Modo 1 de Control, la dimensión de los lotes debe ser igual o menor que dos veces la indicada en la tabla siempre que el número mínimo de lotes sea igual o mayor que 3.



En el Modo 2 de Control, la dimensión de los lotes debe ser igual o menor que la indicada en la tabla. Observar que en este “modo”, el muestreo es más intenso que en el modo 1.-

16.5.- Cantidad de muestras a extraer de cada lote

El número de muestras a extraer de cada lote, debe ser igual o mayor que el menor número resultante de aplicar las siguientes frecuencias:

- ❖ Cinco (5) muestras por lote.
- ❖ Tres (3) muestras por planta de edificio
- ❖ Para elementos estructurales cuyo volumen sea el doble de los límites de la tabla, se puede considerar que dichos elementos constituyen un lote único, si se cumple que son hormigonados en una misma jornada de trabajo en forma continua. En tal caso, para el Modo 1 de Control, se debe extraer una (1) muestra cada 100 m³ de hormigón y no menos de cinco (5) muestras.

16.6.- Cantidad de ensayos que se deben constituir de una muestra

De cada muestra se debe constituir como mínimo un ensayo (dos probetas) para ensayar a la edad de diseño (por lo general 28 días).

16.7.- Requisitos necesarios para operar en el Modo 1 de Control

El Modo 1 de Control es aplicable a obras abastecidas por plantas elaboradoras de hormigón que reúnan las siguientes condiciones:

- ❖ Poseen un sistema de calidad (ver parágrafo 1º.-)
- ❖ El hormigón se elabora en forma continua
- ❖ Se realizan ensayos de recepción de materiales
- ❖ Se realizan ensayos de idoneidad de materiales en forma periódica.
- ❖ Todos los materiales se miden gravimétricamente (en peso).
- ❖ Existen registros continuos de pesadas
- ❖ Las tolvas balanzas de medición de materiales se contrastan periódicamente.
- ❖ Los hormigones son dosificados racionalmente.
- ❖ Se corrigen los pesos teóricos de los materiales por variación de humedad de los áridos.
- ❖ Se realiza muestreo periódico del hormigón. Se hace seguimiento de sus propiedades en estado fresco y de la resistencia a la edad de diseño (v.g. 28 días) y a una edad anterior que se pueda correlacionar con la de diseño (v.g. 7 días)
- ❖ El control de producción se basa en el seguimiento de la resistencia utilizando matemática estadística y cartas de control.
- ❖ Se determina la resistencia media (f'_{cm}); la desviación normal (S_n); y la resistencia característica (f'_c) con un mínimo de 30 resultados de ensayos.
- ❖ Se utilizan tablas y gráficos de control tales como: gráfico lineal de valores individuales; media móvil; característica móvil; cusum; etc.
- ❖ Se calcula periódicamente la resistencia característica (f'_c) y la desviación estándar (S_n)
- ❖ Los registros de control (evidencias objetivas) están a disposición del director de la obra.
- ❖ El director de la obra tiene libre acceso a la planta elaboradora de hormigón y a sus registros.



16.8.- Criterio de conformidad del hormigón en el Modo 1 de Control

Para evaluar y aceptar la calidad del hormigón, desde el punto de vista de su resistencia, provisto a la obra, en el Modo 1 de Control, es necesario que el control de producción (control de la planta o autocontrol) y el control de aceptación (control de recepción) satisfagan por separado los requisitos que se describen a continuación.

16.8.1.- Requisitos que debe cumplir el control de producción (control de la planta o autocontrol)

La resistencia media (f'_{cm}) de los resultados de ensayos del control de producción (f'_{ci}), correspondientes al hormigón de obra que se está juzgando debe ser

$$f'_{cm} \geq f'_c + 1,28 S_n \quad (22)$$

En donde:

f'_{cm} : resistencia media o media aritmética de los resultados de ensayos individuales (f'_{ci}) realizados por la planta elaboradora de hormigón.

$$f'_{cm} = \frac{\sum f'_{ci}}{n}$$

f'_c : resistencia especificada o característica del hormigón a proveer.

S_n : desviación normal o estándar, calculada con los resultados de ensayos realizados por la planta elaboradora de hormigón:

$$S_n = \frac{\sqrt{\sum (f'_{ci} - f'_{cm})^2}}{n - 1}$$

El valor de S_n se calcula utilizando resultados de ensayos correspondientes a un período mayor de tres meses, anterior al período que se evalúa.

16.8.2.- Requisitos que debe cumplir el control de aceptación (control de recepción)

La recepción del lote se debe realizar juzgando los resultados de ensayos de las muestras tomadas durante la ejecución de la estructura, conforme al plan de muestreo y ensayos descrito en los párrafos 16.3; 16.4 y 16.5.

Se considera que el hormigón evaluado posee la resistencia especificada f'_c , cuando se cumplen dos condiciones simultáneamente, a saber:

1ra Condición: La resistencia media móvil de todas las series posibles de tres (3) ensayos consecutivos cualesquiera, es igual o mayor que la resistencia especificada, esto es:

$$f'_{cm3} \geq f'_c \quad (23)$$



En donde:

$f'c$: es la resistencia especificada o característica del hormigón provisto

$f'cm3$: es la resistencia media móvil de tres ensayos consecutivos.

Llamando $f'c1$; $f'c2$; $f'c3$; $f'c4$; $f'ci$; $f'cn-2$; $f'cn-1$; $f'cn$ a los resultados de los ensayos individuales obtenidos en el orden cronológico indicado por los subíndices, las medias móviles factibles de obtener son:

$$f'cm3_1 = \frac{f'c1 + f'c2 + f'c3}{3}$$

$$f'cm3_2 = \frac{f'c2 + f'c3 + f'c4}{3}$$

$$f'cm3_i = \frac{f'ci-1 + f'ci + f'ci+1}{3}$$

$$f'cm3_n = \frac{f'cn-2 + f'cn-1 + f'cn}{3}$$

2ra Condición: El resultado de cada uno de los ensayos individuales debe ser mayor o igual que la resistencia especificada menos 3,5 MPa, esto es:

$$f'ci \geq f'c - 3.5MPa \quad (24)$$

Importante: cuando no se cumpla alguna de las dos condiciones establecidas se debe pasar al Modo 2 de Control.

16.9.- Criterio de conformidad del hormigón en el Modo 2 de Control

En este modo de control, la planta elaboradora de hormigón, no cumple las condiciones establecidas en el párrafo 16.7.

En el Modo 2 de Control, la resistencia del hormigón se evalúa con un número reducido de ensayos, realizado según muestreo descrito en los párrafos 16.3; 16.4 y 16.5.

Se considera que todo el hormigón evaluado posee la resistencia especificada $f'c$ si se cumplen las dos condiciones siguientes:

1ra. Condición: La resistencia media móvil de todas las series posibles de tres (3) ensayos consecutivos, correspondientes al hormigón evaluado, es igual o mayor que la resistencia especificada más 5 MPa, es decir:



$$f'_{cm3} \geq f'_c + 5MPa \quad (25)$$

En donde f'_c y f'_{cm3} tienen el significado descrito en el párrafo 16.8.2

2da.. Condición: El resultado de cada uno de los ensayos será igual o mayor que la resistencia especificada, es decir:

$$f'_{ci} \geq f'_c$$

Nota: se puede observar que los requisitos numéricos que deben cumplir los resultados de los ensayos, son mucho más exigentes que en el caso del Modo 1 de Control.

16.10.- Determinación del volumen de hormigón “no conforme”

Se debe tener presente que la evaluación de la resistencia del hormigón tanto en el Modo 1 como en el Modo 2 de Control, se realiza lote por lote, conforme la programa de muestreo y ensayos descrito en los párrafos 13.3; 16.4 y 16.5.

Cuando algunos de los valores individuales de ensayos (f'_{ci}) o de las medias móviles (f'_{cm3}) en cualesquiera de los modos de control, no cumplen las condiciones de conformidad establecidas en cada caso, es necesario acotar el volumen de hormigón representado por las muestras defectuosas. En este punto adquiere especial importancia la prolijidad del “Parte de Muestreo del Hormigón” o “Parte de Control de Calidad del Hormigón” descrito en el párrafo 8.4, por cuanto es la única fuente de información que permitirá detectar y acotar los pastones que no cumplen con la resistencia especificada y también saber en que lugar o sector de la estructura fueron colados.

Sobre la determinación del volumen de hormigón no conforme, el Reglamento CIRSOC 201 del año 2002, establece:

- a) Si una o más medias móviles no cumplen con el criterio de conformidad que le corresponde según el modo de control adoptado, se considerará “defectuoso” todo el hormigón recibido durante el período comprendido entre la extracción de la primera y la última muestra utilizadas en el cálculo de las medias móviles defectuosas.
- b) Si un ensayo individual no cumple con el criterio de conformidad de los valores individuales, se considerará “defectuoso” a todo el hormigón recibido durante el período comprendido entre la extracción de las muestras anterior y posterior más próximas a la defectuosa, cuyos resultados individuales satisfagan el criterio de conformidad de los valores individuales.



17º.- VERIFICACIONES A REALIZAR CUANDO UN LOTE NO POSEE LA RESISTENCIA POTENCIAL ESPECIFICADA

Cuando un determinado “lote” de hormigón o fracción del mismo, no satisface con la resistencia especificada “ f'_c ”, es necesario realizar verificaciones complementarias a fin de determinar la situación de ese sector de la estructura desde el punto de vista de la resistencia mecánica.

El Reglamento CIRSOC 201-2002, indica proceder como sigue

17.1.-Metodología

- Acotar el lote o fracción de lote catalogado como defectuoso.
- Extraer testigos calados del hormigón de la estructura. La cantidad de testigos a extraer debe ser igual o mayor que el doble del número de muestras indicadas originalmente para el lote.
- Los testigos calados deben ser extraídos en lugares que no afecten la estabilidad de la estructura, conforme a Norma IRAM 1551
- Los testigos calados se ensayan a la compresión, según Norma IRAM 1546.
- El diámetro de los testigos debe ser igual o mayor que tres (3) veces el tamaño máximo del agregado grueso del hormigón y no menor de 7,5 cm. La relación altura/diámetro debe ser en lo posible igual a dos (2) y nunca menor de uno (1).

17.2.- Interpretación de los resultados de ensayos de los testigos calados

a) Modo 1 de Control

Cuando la estructura en cuestión, fue hormigonada conforme a los requerimientos del Modo 1 de Control, el Reglamento CIRSOC 201-2002, considera que el hormigón representado por los testigos extraídos y ensayados, posee la resistencia especificada si se cumplen las siguientes dos condiciones:

1ra Condición:

La resistencia individual de cada testigo es igual o mayor que 0,75 de la resistencia especificada, es decir:

$$f'_{ci} \geq 0,75 f'_c$$

En donde:

f'_{ci} : resistencia individual a compresión de un testigo en MPa

f'_c : resistencia especificada o característica solicitada para el hormigón en MPa

2da. Condición

La resistencia media de los testigos extraídos del elemento estructural o del sector de la estructura que se analiza, es igual o mayor que 0,85 de la resistencia especificada, es decir:

$$f'_{cm} \geq 0,85 f'_c$$

En donde:



f'_{cm} : es el promedio aritmético de los resultados de todos los testigos ensayados en MPa

f'_c : resistencia especificada o característica solicitada para el hormigón en MPa

b) Modo 2 de Control

Cuando la estructura en cuestión, fue hormigonada conforme a los requerimientos del Modo 2 de Control, el Reglamento CIRSOC 201-2002, considera que el hormigón representado por los testigos extraídos y ensayados, posee la resistencia especificada si se cumplen las siguientes dos condiciones:

1ra Condición:

La resistencia individual de cada testigo es igual o mayor que 0,75 de la resistencia especificada, es decir:

$$f'_{ci} \geq 0,75 f'_c$$

En donde:

f'_{ci} : resistencia individual a compresión de un testigo en MPa

f'_c : resistencia especificada o característica solicitada para el hormigón en MPa

2da. Condición

La resistencia media de los testigos extraídos del elemento estructural o del sector de la estructura que se analiza, es igual o mayor que 0,85 de la resistencia especificada más 5 MPa, es decir:

$$f'_{cm} \geq 0,85 (f'_c + 5 MPa)$$

En donde:

f'_{cm} : es el promedio aritmético de los resultados de todos los testigos ensayados en MPa

f'_c : resistencia especificada o característica solicitada para el hormigón en MPa

18°.- CRITERIOS PARA LA EVALUACION Y CORRECCION DE LAS ESTRUCTURAS NO CONFORMES DESDE EL PUNTO DE VISTA DE LA RESISTENCIA MECÁNICA

Cuando el tecnólogo y el proyectista estructural, en base a toda la información disponible, consideren que la resistencia potencial de la estructura no cumple con la resistencia especificada f'_c , pueden disponer lo siguiente:

a) Revisión del proyecto y verificación de los cálculos estructurales. Se tomará como resistencia característica del hormigón de la estructura a la determinada mediante los resultados de los ensayos realizados durante la construcción de la obra y también los resultados correspondientes a los testigos extraídos, si esto se hubiese realizado. También se puede tener en cuenta los resultados de ensayos no destructivos (END) realizados conforme a métodos normalizados.

b) Realización de pruebas de carga directa en los elementos estructurales sometidos preponderantemente a esfuerzos de flexión (losas; vigas; etc.), con medición de las cargas y las correspondientes deformaciones.



c) Teniendo en cuenta toda la información proveniente de los resultados de ensayos y pruebas, el proyectista estructural debe dictaminar si la estructura cumple las condiciones de seguridad reglamentarias. En caso afirmativo, la estructura será aprobada y recibida en forma definitiva.

d) Cuando los estudios complementarios indiquen que la estructura no cumple las condiciones de seguridad establecidas en el Reglamento CIRSOC 201-2002, el director de la obra adoptará las decisiones que estime necesarias, entre las cuales se mencionan las siguientes:

- ❖ Rechazo, demolición y reemplazo de la estructura en cuestión
- ❖ Refuerzo de los elementos estructurales afectados a fin de que se cumplan las condiciones de seguridad establecidas.
- ❖ Aprovechamiento de la estructura tal como está con reducción de las cargas de servicio o explotación a valores compatibles con los resultados de resistencia efectiva obtenidos y con las condiciones de seguridad del Reglamento.

Córdoba, abril de 2007

Ingeniero Civil Ricardo R. Rissi

BIBLIOGRAFÍA

- 1) Control de Calidad y Estadística Industrial de Acheson J. Duncan. Editorial Alfaomega
- 2) Aplicación de la Estadística al Control de Calidad de Angel Pola Maceda. Ed. Marcombo S.A. 1993
- 3) Proyecto de Reglamento CIRSOC 201 “Reglamento Argentino de Estructuras de Hormigón, noviembre de 2002. Editorial INTI (Instituto Nacional de Tecnología Industrial)
- 4) Reglamento CIRSOC 201 “Proyecto, Cálculo y Ejecución de Estructuras de Hormigón Armado y Pretensado – julio de 1982. Editorial INTI (Instituto Nacional de Tecnología Industrial)
- 5) Conocimientos y Medios Disponibles para Incrementar la Productividad en el Campo de la Tecnología del Hormigón de Ingeniero Civil Alberto S.C. Fava. Revista Construcciones 1968
- 6) ¿Qué es el Control Total de Calidad? de Kaoru Ishikawa – Editorial Norma – 1985
- 7) Manual de Control de Calidad de J.M.Juran y Frank M. Gryna. Ed. McGraw-Hill-1993
- 8) Centrales Hormigoneras de Pierre Rebut. Ed. Editores Técnicos Asociados S.A.- 1975
- 9) Gestión de la Calidad de Angel Pola Maseda. Ed. Marcombo S.A. 1988
- 10) Curso de Tecnología del Hormigón. Agustín Narciso Castiarena. Editorial Biblos. 1979

Córdoba, abril de 2007

Ingeniero Civil Ricardo R. Rissi



ANEXO

TABLA Nº 1. Tabla de números al azar de cinco dígitos

Columna Fila	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
1	81647	01646	69179	14194	62590	36207	20969	99570	91291	90700
2	30995	89198	27982	53402	93965	34095	52666	19174	39615	99505
3	76393	64809	15179	24830	49340	32081	30680	19655	63348	58629
4	07856	16376	39440	53537	71341	57004	00849	74917	97758	16379
5	06121	91782	60468	81305	49684	60672	14110	06927	01263	54613
6	27756	53498	18602	70659	90655	15053	21916	81825	44394	42880
7	98872	31016	71194	18738	44013	48840	63213	21069	10634	12952
8	18876	20922	94595	56869	69014	60045	18425	84903	42508	32307
9	17453	18103	57740	84378	25331	12566	58678	44947	05585	56941
10	53060	59533	38867	62300	08158	17983	16439	11458	18593	64952
11	70997	79936	56865	05859	90106	31595	01547	85590	91610	78188
12	49626	69445	18663	72695	52180	20847	12234	90511	33703	90322
13	88974	33488	36320	17617	30015	08272	84115	27156	30613	74952
14	48237	52267	67689	93394	01511	26358	85104	20285	29975	89868
15	77233	13916	47564	81056	97735	85977	29372	74461	28551	90707
16	77452	16308	60756	92144	49442	53900	70960	63990	75601	40719
17	89368	19885	55322	44819	01188	65255	64835	44919	05944	55157
18	31273	04146	18594	29852	71585	85030	51132	01915	92747	64951
19	23216	14513	83149	98736	23495	64350	94738	17752	35156	35749
20	42698	06691	76988	13602	51851	46104	88916	19509	25625	58104
21	09172	30168	90229	04734	59193	22178	30421	61666	99904	32812
22	47070	25306	76468	26384	58151	06646	21524	15227	96909	44592
23	13363	38005	94342	28728	35806	06912	17012	64161	18296	22851
24	58731	00256	45834	15398	46557	41135	10367	07684	36188	18510
25	19731	92420	60952	61280	50001	67658	32586	86679	50720	94953
26	24878	82651	66566	14778	76797	14780	13300	87074	79666	95725
27	46901	20849	89768	81536	86645	12659	92259	57102	80428	25280
28	84673	40027	32832	61362	98947	96067	64760	64584	96096	98253
29	44407	44048	37937	63904	45766	66134	75470	66520	34693	90449
30	26766	25940	39972	22209	71500	64568	91402	42416	07844	69618
31	42206	35126	74087	99547	81817	42607	43808	76655	62028	76630
32	86324	88072	76222	36086	84637	93161	76038	65855	77919	88006
33	18988	27354	26575	08625	40801	59920	29841	80150	12777	48501
34	67917	48708	18912	82271	65424	69774	33611	54262	85963	03547
35	30883	18317	28290	35797	05998	41688	34952	37888	38917	88050
36	04024	86385	29880	99730	55536	84855	29080	09250	79656	73211
37	20044	59931	06115	20543	18059	02008	73708	83517	36103	42791
38	02304	51038	20655	58727	28168	15475	56942	53389	20562	87338
39	84610	82834	09922	25417	44137	48413	25555	21246	35509	20458
40	39667	47358	56873	56307	61607	49518	89656	20103	77490	18062



Notas de cátedra. Tecnología de los Materiales de Construcción
CONTROL DE CALIDAD

TABLA N° 2

4) Áreas bajo la curva normal entre la media μ y un valor x_i

Considerese

$$Z = \frac{x_i - \mu}{\sigma}$$

Si Z es negativo búsquese el área para $-Z$

Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	00000	00399	00798	01197	01595	01994	02392	02790	03188	03586
0,1	03983	04380	04776	05172	05567	05962	06356	06750	07142	07535
0,2	07926	08317	08706	09095	09484	09871	10257	10642	11026	11409
0,3	11791	12172	12552	12930	13307	13683	14058	14431	14803	15173
0,4	15542	15910	16276	16640	17003	17365	17724	18082	18439	18793
0,5	19146	19497	19847	20194	20540	20884	21226	21566	21904	22241
0,6	22575	22907	23237	23565	23891	24215	24537	24857	25175	25490
0,7	25804	26115	26424	26731	27035	27377	27637	27935	28231	28524
0,8	28815	29103	29389	29673	29955	30234	30511	30785	31057	31327
0,9	31594	31859	32121	32382	32689	32894	33147	33398	33646	33891
1,0	34135	34375	34614	34850	35083	35814	35543	35769	35993	36214
1,1	36433	36650	36864	37076	37286	37493	37698	37900	38100	38298
1,2	38493	38686	38977	39065	39251	39435	39617	39796	39973	40148
1,3	40320	40490	40658	40824	40988	41149	41309	41466	41621	41774
1,4	41924	42073	42220	42364	42507	42647	42786	42922	43056	43189
1,5	43319	43448	43575	43699	43822	43943	44062	44179	44295	44408
1,6	44520	44630	44738	44845	44950	45053	45154	45254	45352	45449
1,7	45544	45637	45728	45819	45907	45994	46080	46164	46246	46327
1,8	46407	46486	46562	46638	46712	46784	46856	46926	46995	47062
1,9	47128	47193	47257	47320	47381	47441	47500	47558	47615	47671
2,0	47725	47778	47831	47882	47933	47982	48030	48077	48124	48169
2,1	48214	48257	48300	48341	48382	48422	48461	48500	48537	48574
2,2	48610	48645	48679	48713	48746	48778	48809	48840	48870	48899
2,3	48928	48956	48983	49010	49036	49061	49086	49111	49134	49158
2,4	49180	49202	49224	49245	49266	49286	49305	49324	49343	49361
2,5	49379	49396	49413	49430	49446	49461	49477	49492	49506	49520
2,6	49534	49547	49560	49573	49586	49598	49609	49621	49632	49643
2,7	49653	49664	49674	49683	49693	49702	49711	49720	49728	49737
2,8	49745	49752	49760	49767	49774	49781	49788	49795	49801	49807
2,9	49813	49819	49825	49831	49836	49841	49846	49851	49856	49861
3,0	49865	49869	49874	49878	49882	49886	49889	49893	49897	49900
3,1	49903	49907	49910	49913	49916	49918	49921	49924	49926	49929
3,2	49931	49934	49936	49938	49940	49942	49944	49946	49948	49950
3,3	49952	49953	49955	49957	49958	49960	49961	49962	49964	49965
3,4	49966	49968	49969	49970	49971	49972	49973	49974	49975	49976