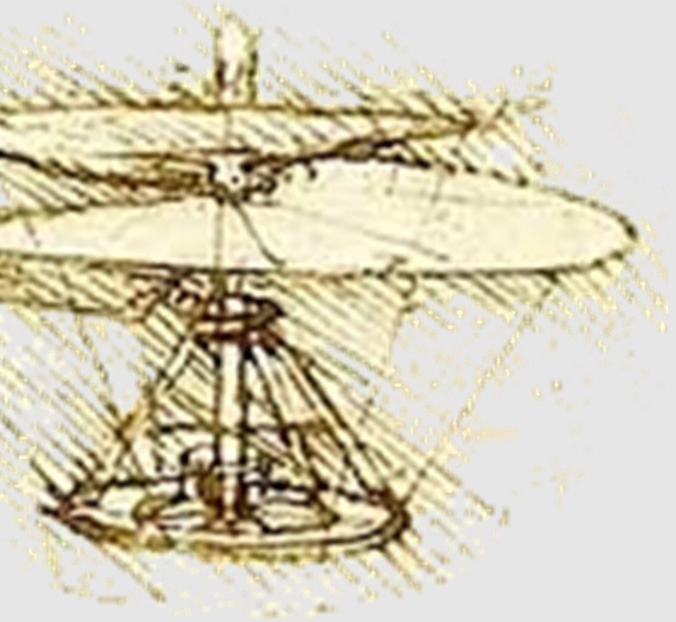
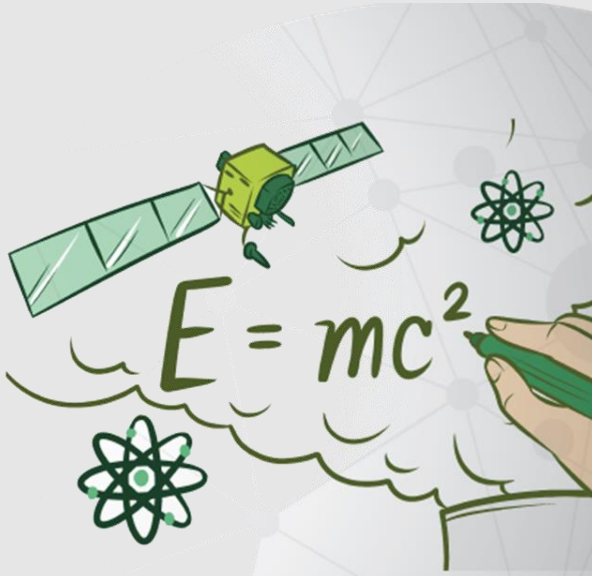
Física I

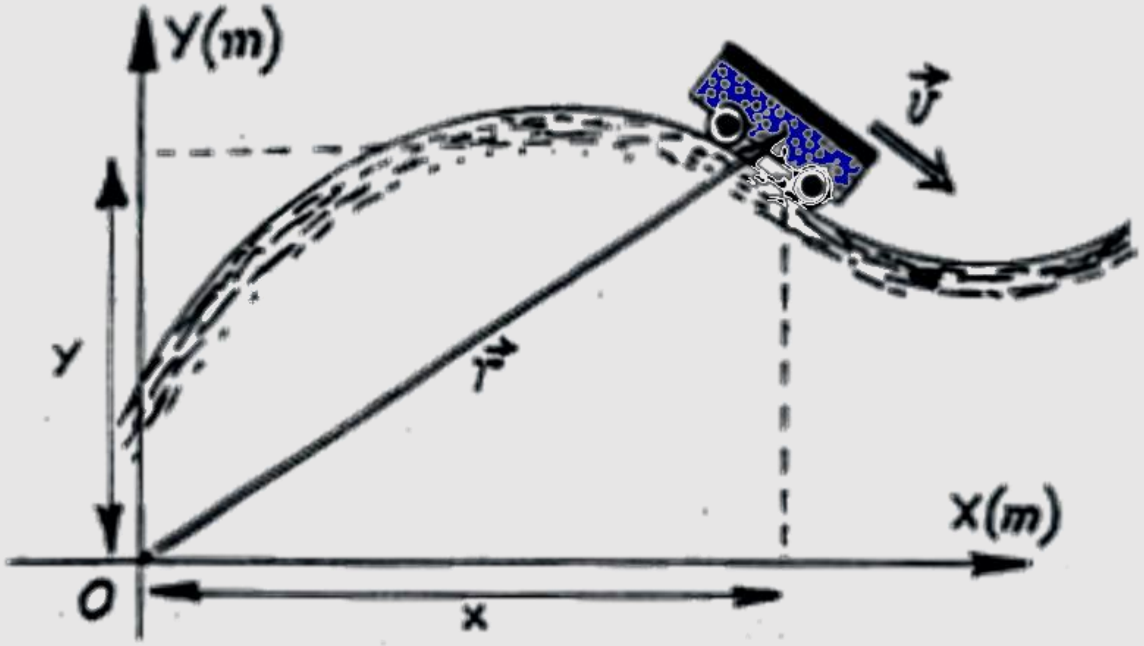
Unidad 3: Cinemática



Ing. Javier Martín - 2024



Vector Posición

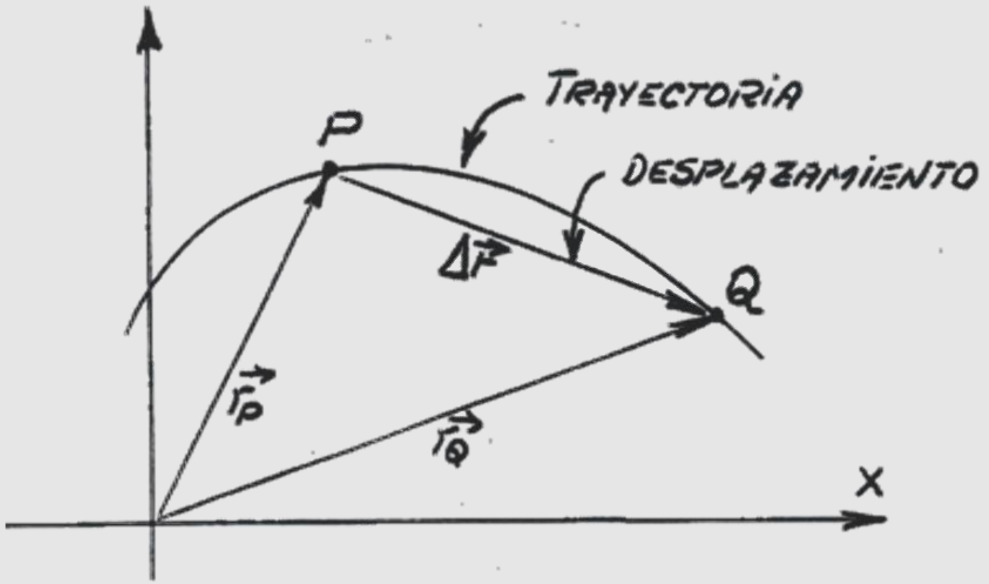


La posición *(**P**)* de un cuerpo puntual en un instante dado queda expresada con el vector posición $\overrightarrow{\boldsymbol{r}_{\boldsymbol{P}}}$. Este se dibuja el origen coincidiendo con el origen del sistema de coordenadas, y el extremo en la posición *P* del cuerpo. Se mide en m.

Trayectoria y desplazamiento

Trayectoria: es el lugar geométrico definido por el conjunto de los puntos del espacio que ocupa sucesivamente una partícula, en su movimiento desde una posición inicial P hasta una posición final Q. Cada uno de esos puntos corresponde a una "posición" del cuerpo en un instante dado.

Desplazamiento: es la diferencia entre la posición final Q y la posición inicial P, y se representa con un vector $\overrightarrow{\Delta r}$ con origen en P y extremo en Q. Se expresa en **m.**



Rapidez

Cuando algo se mueve, su posición cambia con el tiempo. Por consiguiente, tanto la longitud como el tiempo son magnitudes importantes para describir el movimiento.

La **rapidez media (s)** es el cociente entre la distancia ***d*** recorrida; es decir, la longitud real del camino y el tiempo total ***Δt*** que tomó recorrer esa distancia:

$$\text{rapidez media} = \frac{\text{distancia recorrida}}{\text{tiempo total para recorrerla}}$$

$$\bar{s} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{d}{t_2 - t_1}$$

Unidades del SI de rapidez: metro por segundo (m/s)

Velocidad y aceleración

La velocidad *($\vec{v}$)* de un móvil es la relación que existe entre el desplazamiento $\Delta\vec{r}$ y el tiempo ***t*** que emplea en recorrerlo. Se expresa en **m/s**

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{(\overrightarrow{r_f} - \overrightarrow{r_o})}{(t_f - t_o)}$$

La aceleración *($\vec{a}$)* de un móvil es la relación que existe entre el cambio de velocidad que experimenta un móvil $\Delta\vec{v}$ y el tiempo ***t*** que tarda en experimentarlo. Se expresa en **m/s²**

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{(\overrightarrow{v_f} - \overrightarrow{v_o})}{(t_f - t_o)}$$

Funciones posición, velocidad y aceleración

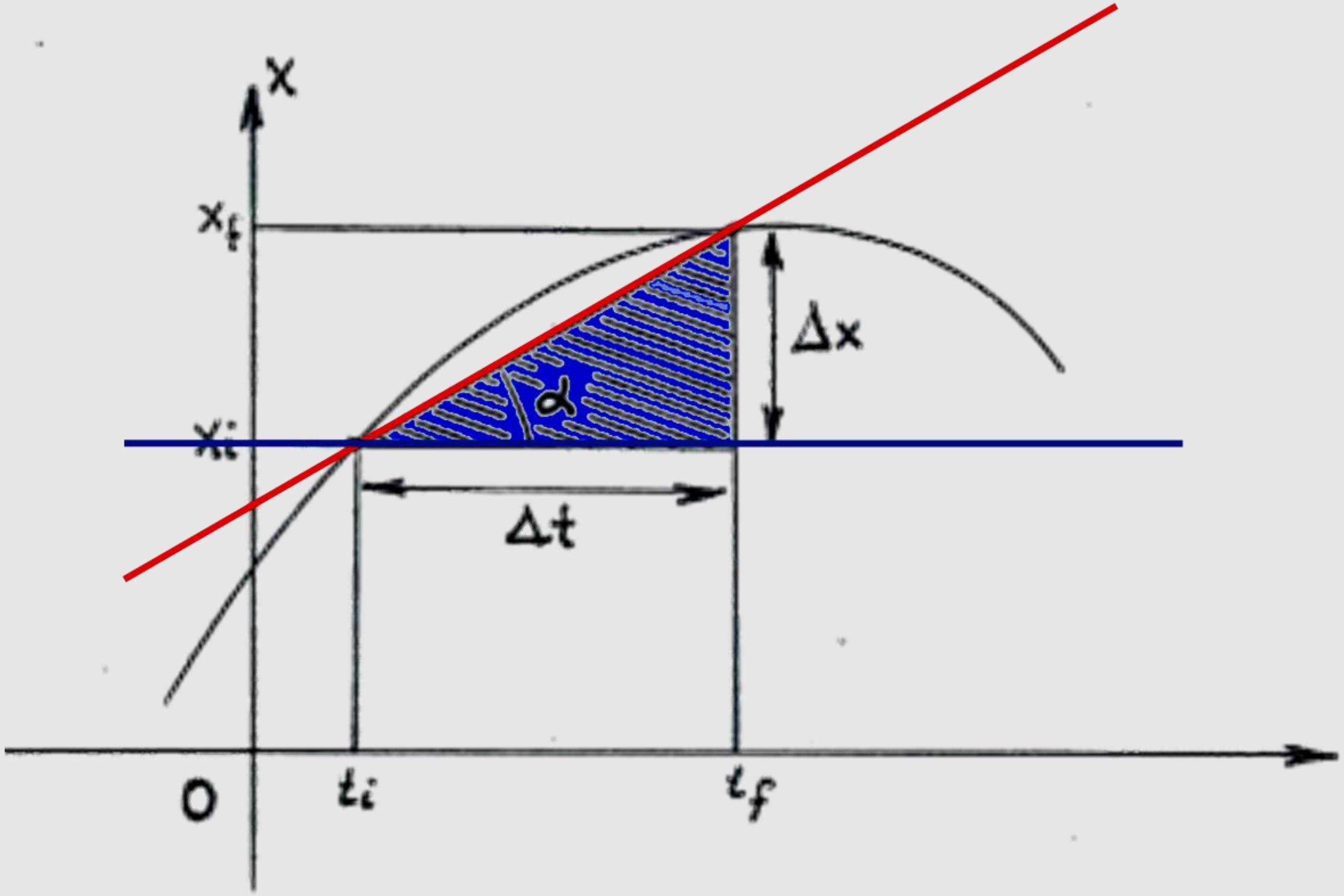
La función posición $\boldsymbol{x(t)}$ nos permitirá conocer la posición del móvil en cada instante de tiempo; la función velocidad $\boldsymbol{v(t)}$ nos permite conocer la velocidad en cada instante de tiempo y la función aceleración $\boldsymbol{a(t)}$ nos permite conocer la aceleración en cada instante de tiempo.

$$x(t) = 5 - 2t + 0{,}25t^3$$

$$v(t) = -2 + 0{,}75t^2$$

$$a(t) = 1{,}5t$$

Velocidad media e instantánea

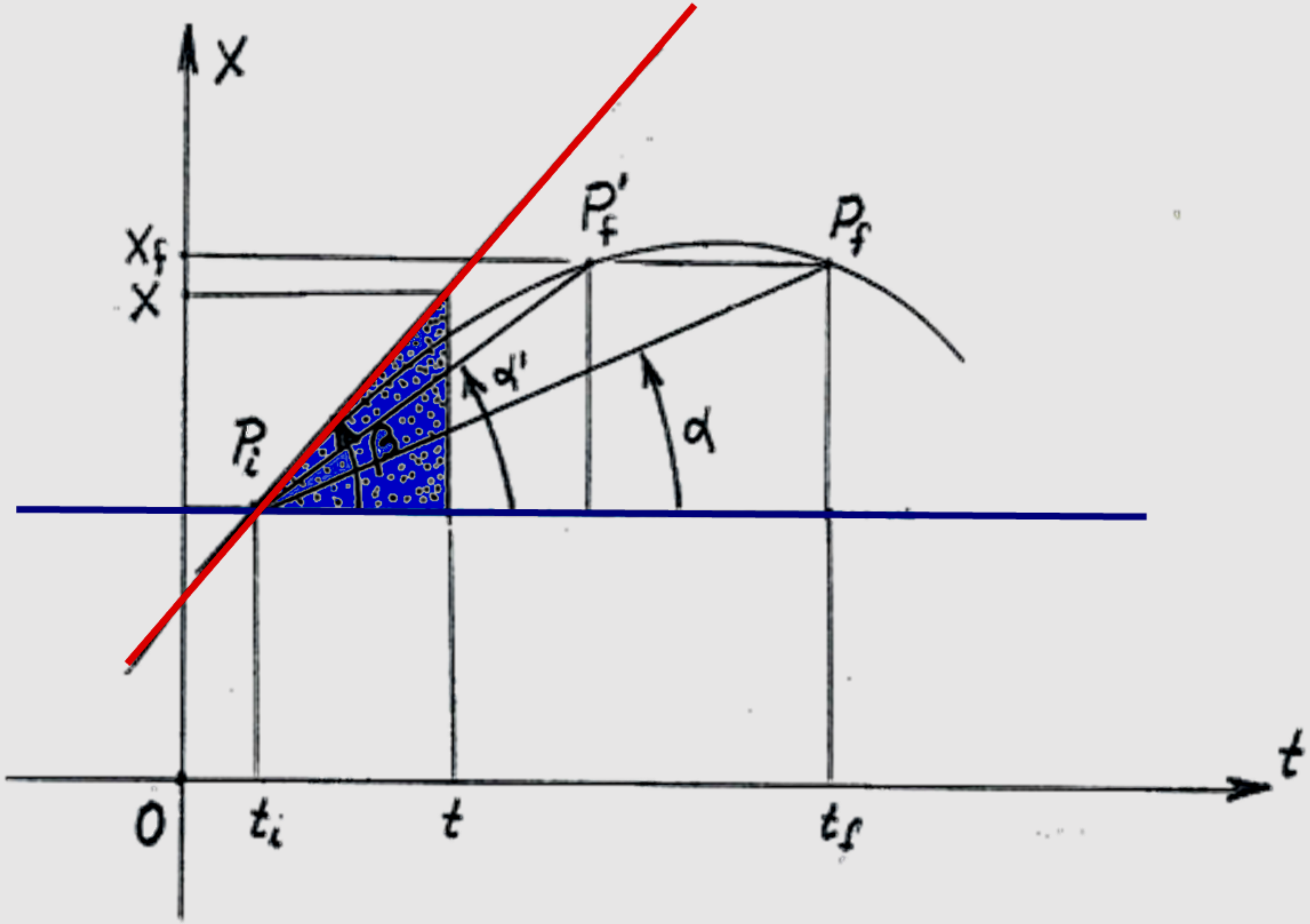


$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$\bar{v} = \frac{(x_f - x_0)}{(t_f - t_o)}$$

$$\bar{v} = \tan \alpha$$

Velocidad media e instantánea

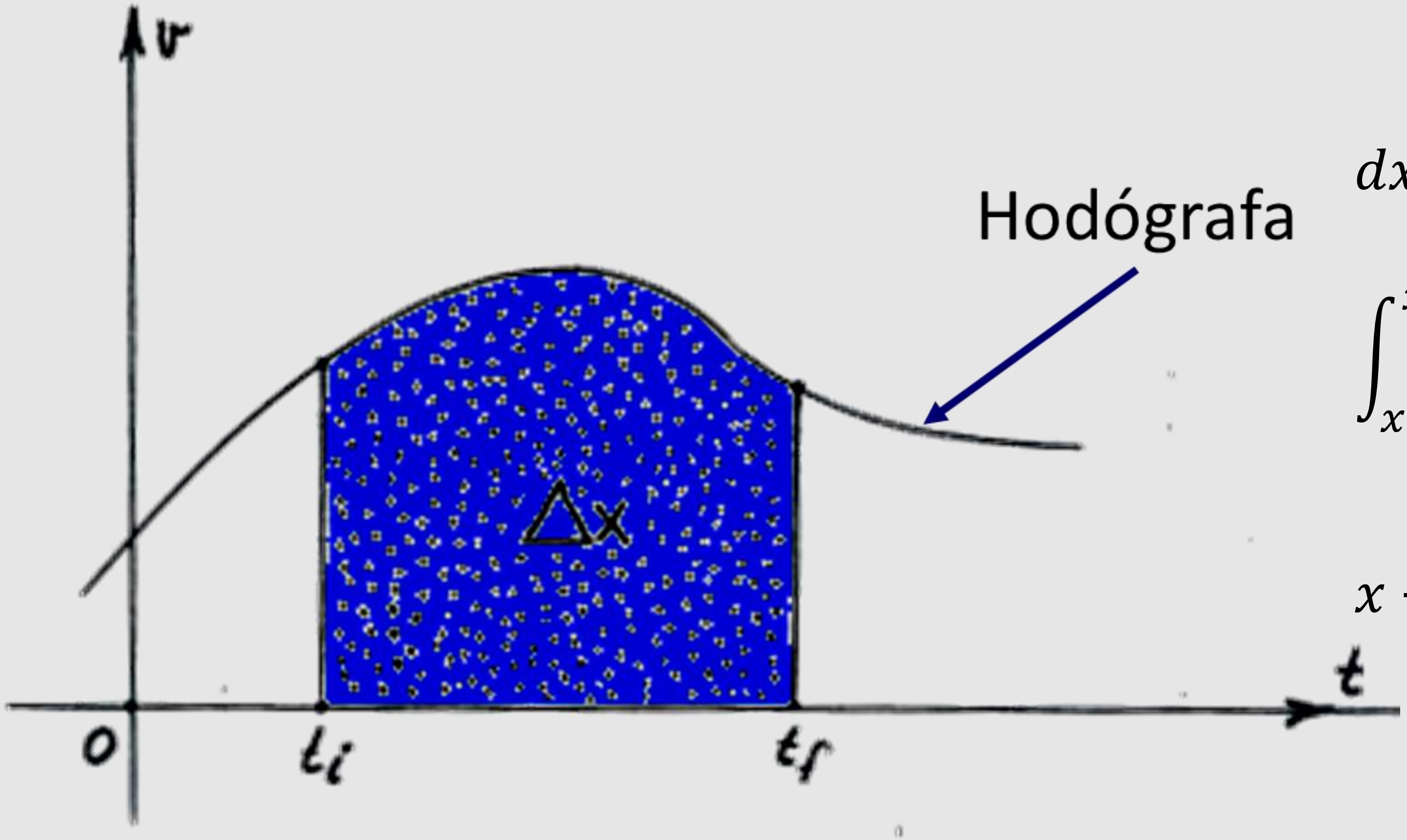


$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$v = \tan \beta$$

Velocidad media e instantánea

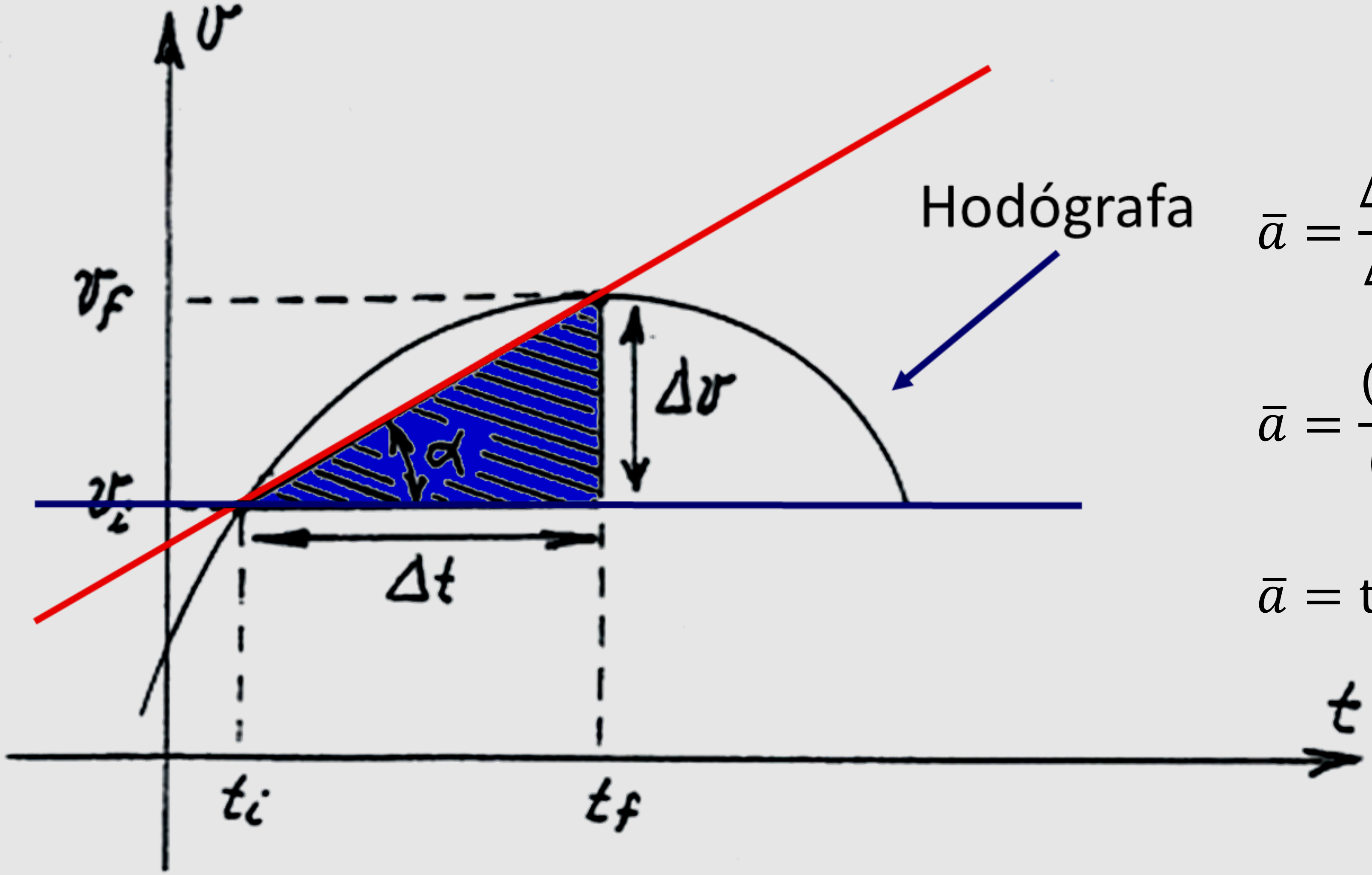


$$dx = v\,dt$$

$$\int_{x_0}^{x} x = \int_{t_0}^{t} v\,dt$$

$$x - x_0 = \int_{t_0}^{t} v\,dt$$

Aceleración media e instantánea

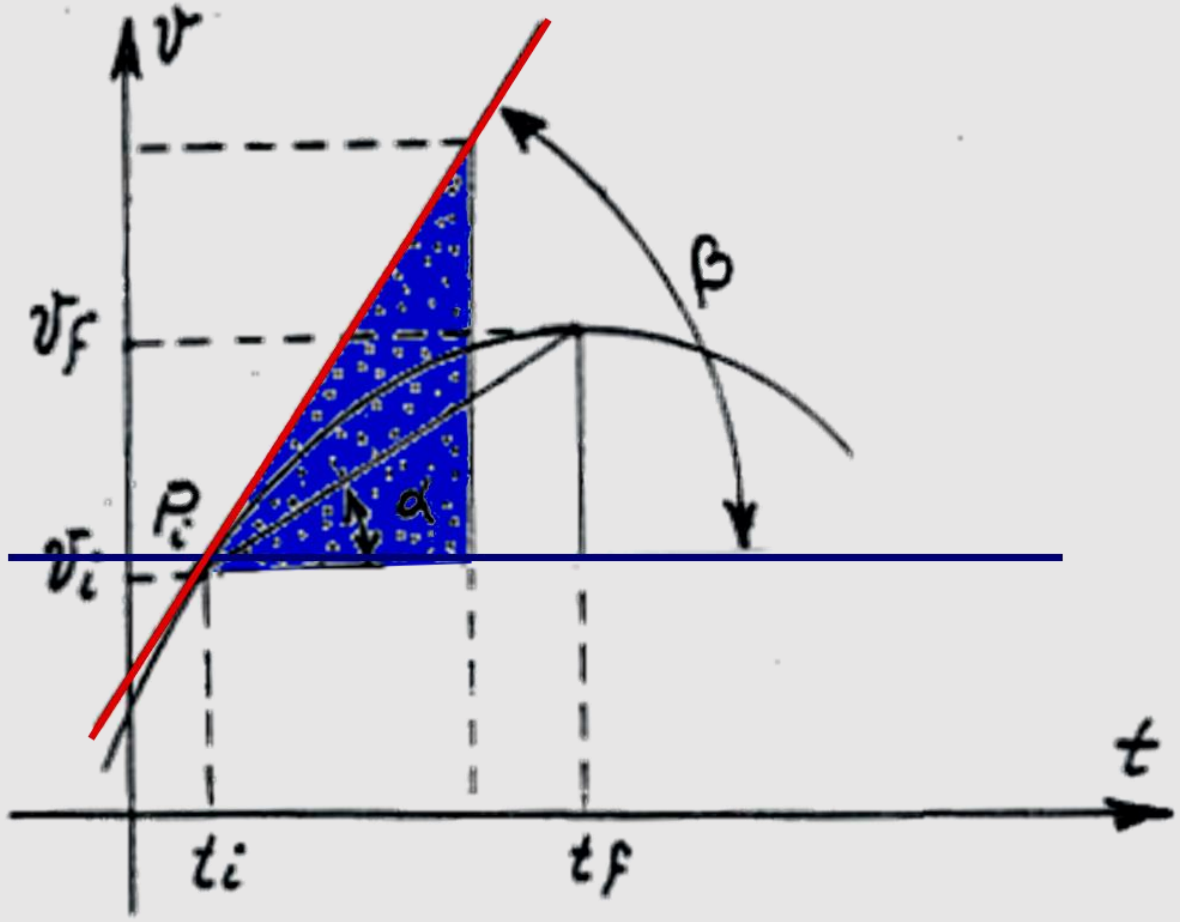


$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$\bar{a} = \frac{(v_f - v_0)}{(t_f - t_o)}$$

$$\bar{a} = \tan \alpha$$

Aceleración media e instantánea



$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$a = \tan \beta$$

Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU)

$$a = 0 \rightarrow a = constante$$

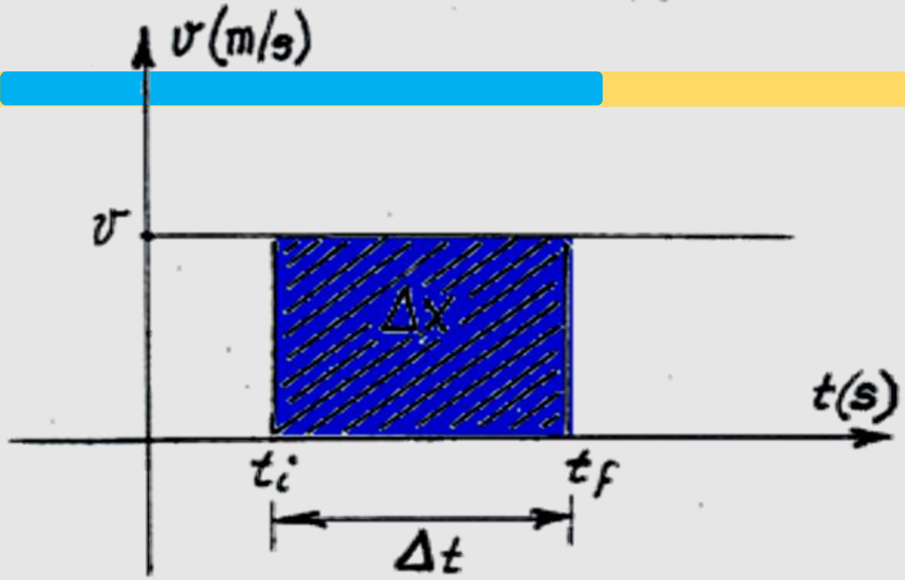
$$v = \frac{dx}{dt} \rightarrow constante$$

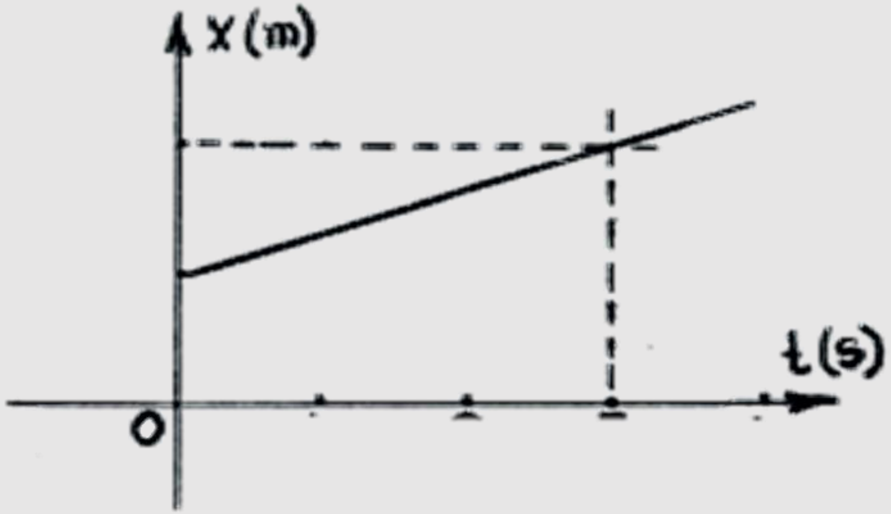
$$dx = v\, dt$$

$$\int_{x_0}^{x} x = \int_{t_0}^{t} v\, dt$$

$$x - x_0 = v\,(t - t_0)$$

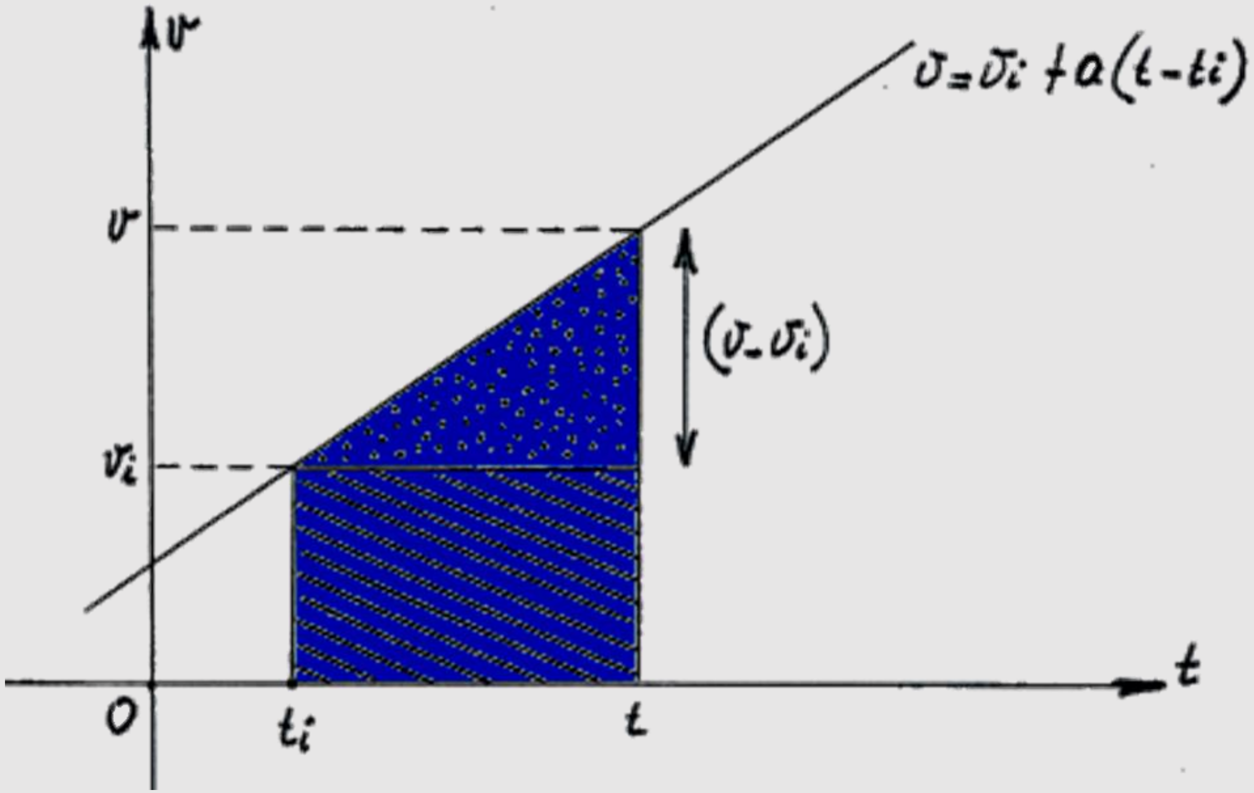
$$\boxed{x = x_0 + v\,t}$$





Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (MRUV)

$$a = constante \;\rightarrow a \neq 0$$



$$a = \frac{dv}{dt} \rightarrow constante$$

$$dv = a\,dt$$

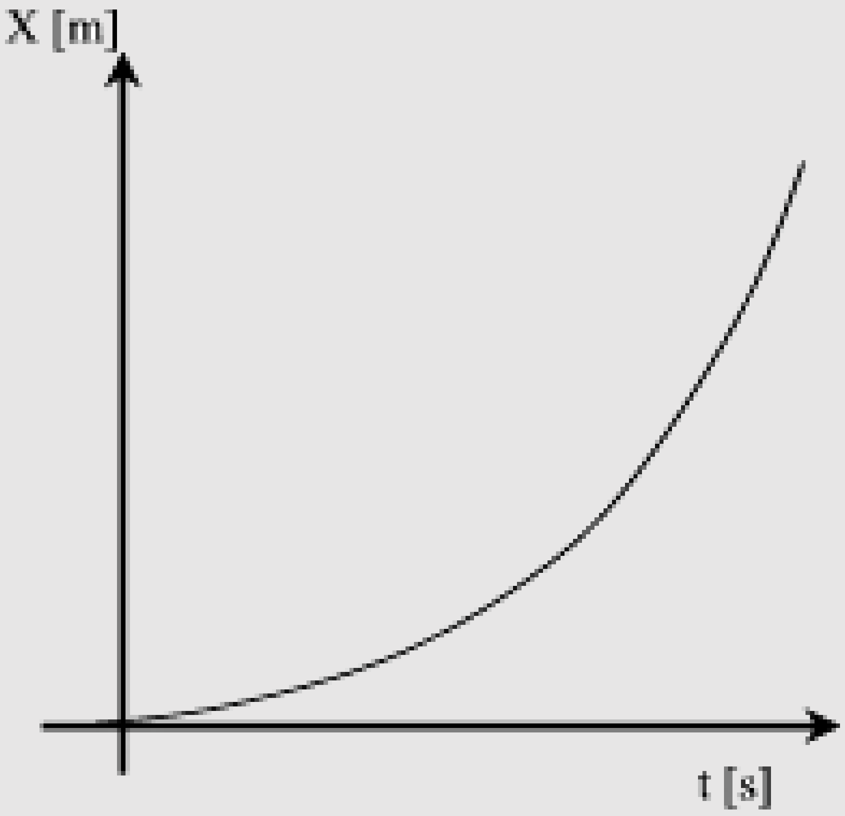
$$\int_{v_0}^{v} v = \int_{t_0}^{t} a\,dt$$

$$v - v_0 = a\,(t - t_0)$$

$$\boxed{v = v_0 + a\,t}$$

Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (MRUV)

$$a = constante \ \rightarrow a \neq 0$$



$$dx = v\, dt$$

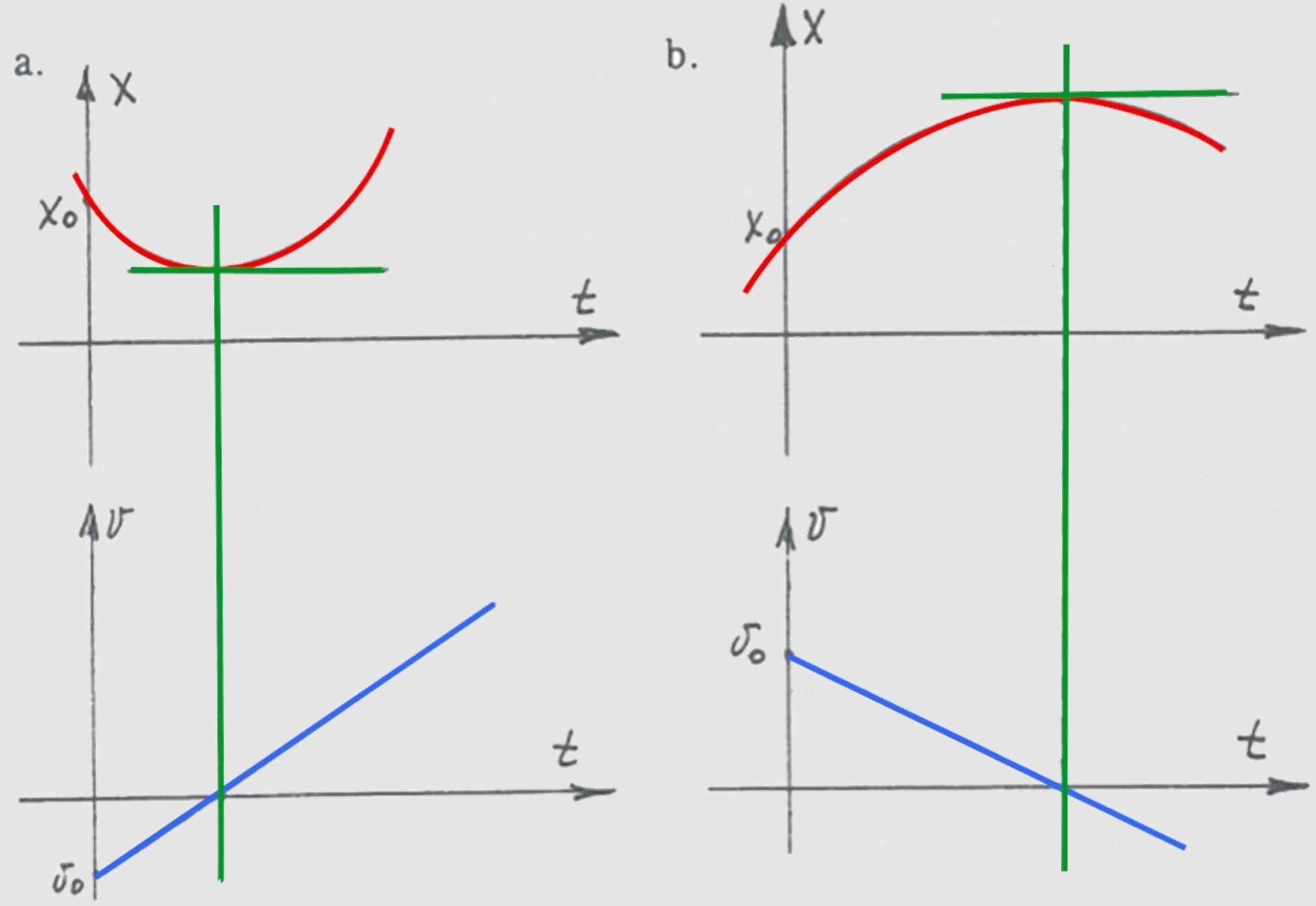
$$dx = (v_0 + a\, t)\, dt$$

$$\int_{x_0}^{x} x = \int_{t_0}^{t} (v_0 + a\, t)\, dt$$

$$x - x_0 = v\,(t - t_0) + \frac{1}{2} a(t - t_0)$$

$$x = x_o + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

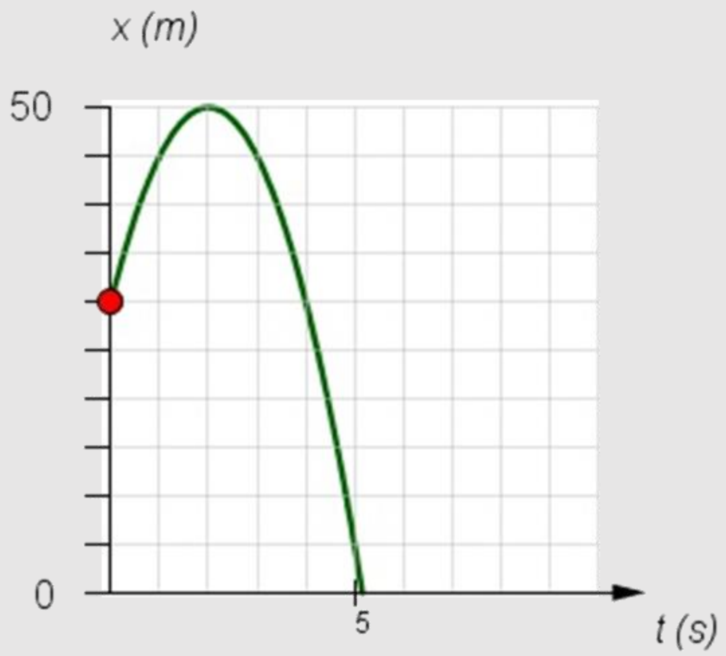
Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (MRUV)

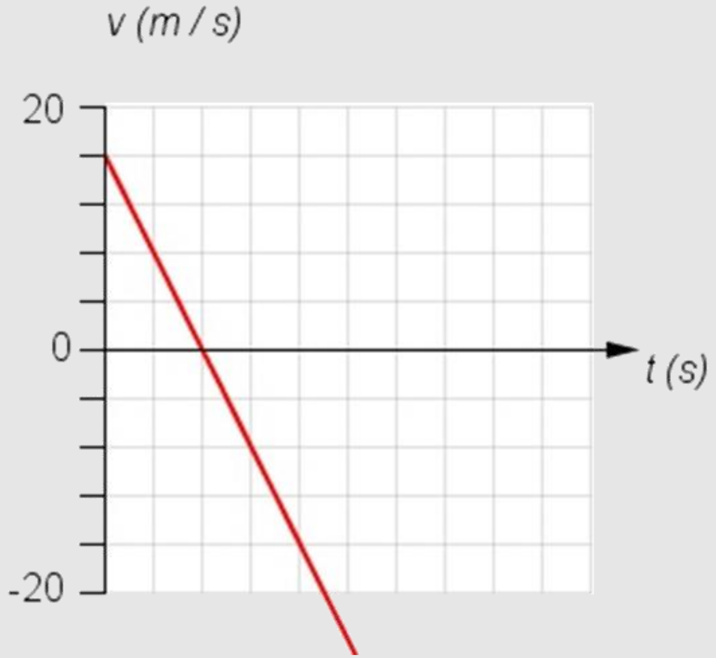


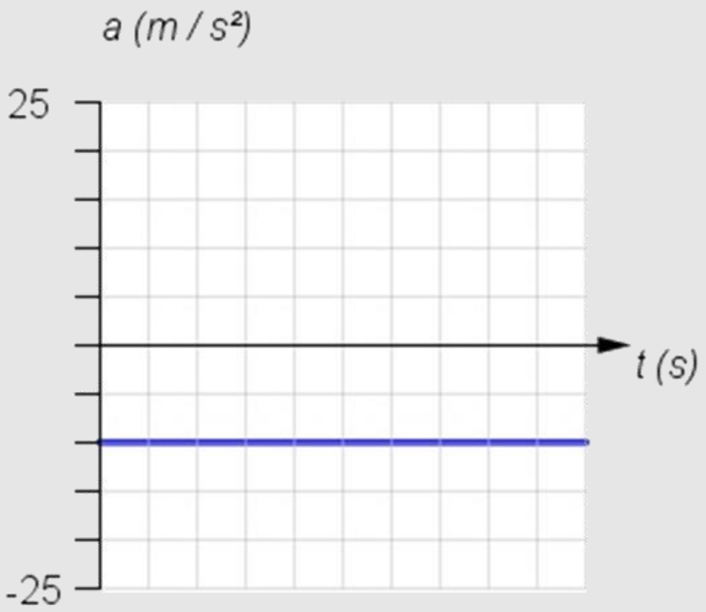
Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (MRUV)

$$a = constante \ \rightarrow a = -g$$

$$v = v_0 + (-g)t \qquad x = x_o + v_0 t + \frac{1}{2}(-g)t^2 \qquad v_0 > 0$$







Problema ejemplo

Una rápida tortuga puede desplazarse a 10 cm/s, y una liebre puede correr 20 veces más rápido. En la famosa carrera entre la liebre y la tortuga, los dos corredores inician al mismo tiempo, pero la liebre se detiene a descansar durante 2 minutas bajo un árbol, por ello, la tortuga gana por dos metros.

a) ¿Cuánto tiempo duró la carrera?
b) ¿Cuál fue su longitud?

$$vt = 10\ cm/s = 0{,}1\ m/s \qquad vl = 200\ cm/s = 2\ m/s$$

$$xt = xl + 2$$

Problema ejemplo

a)

$xt = xl + 2$

$vt \cdot t = vl \cdot (t - 120) + 2$

$0{,}1 \cdot t = 2 \cdot (t - 120) + 2$

$0{,}1\, t = 2\, t - 240 + 2$

$240 - 2 = 2\, t - 0{,}1\, t$

$238 = 1{,}9\, t$

$t = 238/1{,}9$

$t = 125{,}26\ s$

b)

$xt = vt \cdot t$

$xt = 0{,}1 \cdot 125{,}26$

$xt = 12{,}526\ m$

Problema ejemplo

Un cuerpo se mueve a lo largo de una recta de acuerdo con la ley: $v = t^3 + 4t^2 + 2$.

Si $x = 4m$ cuando t =2s, encontrar el valor de x cuando t =3s. Encontrar también su aceleración.

Siendo $v = \dfrac{dx}{dt} \quad \rightarrow \quad dx = v \cdot dt \quad \rightarrow \quad x - x_0 = \int dx = \int_{x_0}^{x} dx = \int_{t_0}^{t} v \cdot dt =$

Problema ejemplo

$$\text{Siendo } v=\frac{dx}{dt} \quad\rightarrow\quad dx=v\cdot dt \quad\rightarrow\quad x-x_0=\int dx=\int_{x_0}^{x} dx=\int_{t_0}^{t} v\cdot dt=$$

$$=\int_{t_0}^{t}\left(t^3+4t^2+2\right)\cdot dt=\frac{t^4}{4}+\frac{4t^3}{3}+2t-\frac{t_0{}^4}{4}-\frac{4t_0{}^3}{3}-2t_0$$

$$x=x_0+\frac{t^4}{4}+\frac{4t^3}{3}+2t-\frac{t_0{}^4}{4}-\frac{4t_0{}^3}{3}-2t_0$$

$$\boxed{x=x_0+\frac{t^4}{4}+\frac{4t^3}{3}+2t-\frac{t_0{}^4}{4}-\frac{4t_0{}^3}{3}-2t_0}$$

Problema ejemplo

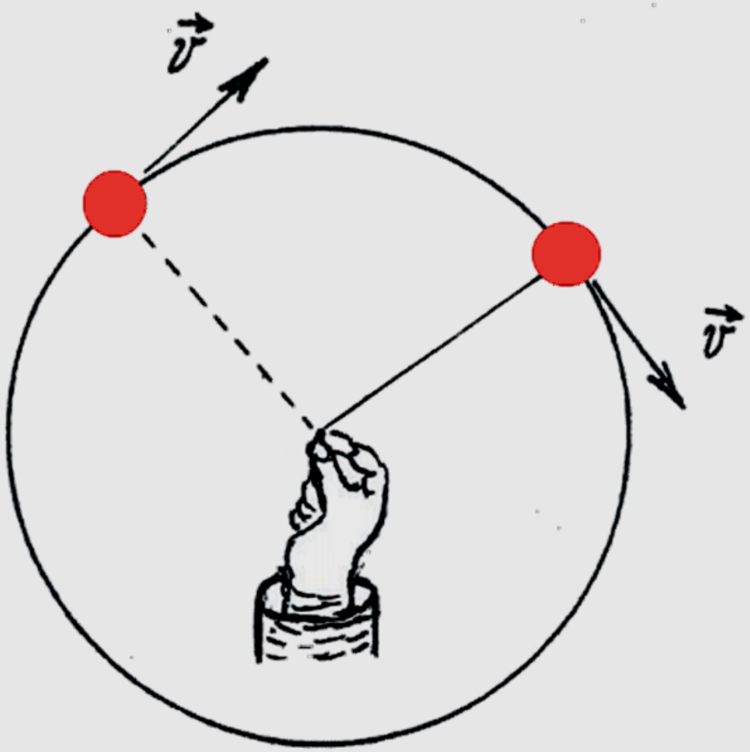
$$\boxed{x = x_0 + \frac{t^4}{4} + \frac{4t^3}{3} + 2t - \frac{t_0{}^4}{4} - \frac{4t_0{}^3}{3} - 2t_0}$$

Como es $t_0 = 2s \quad y \quad x_0 = 4m \quad \rightarrow \quad x(t) = \cancel{4} + \frac{t^4}{4} + \frac{4t^3}{3} + 2t - \cancel{\frac{2^4}{4}} - \frac{4\,2^3}{3} - 2\cdot 2$

$$\boxed{x(t) = \frac{t^4}{4} + \frac{4t^3}{3} + 2t - \frac{44}{3}}$$

Por lo tanto es $x(t = 3s) = \frac{81}{4} + \frac{4\cdot 27}{3} + 2\cdot 3 - \frac{44}{3} = \boxed{47.6m}$

Movimiento en dos dimensiones: Movimiento circular uniforme (MCU)

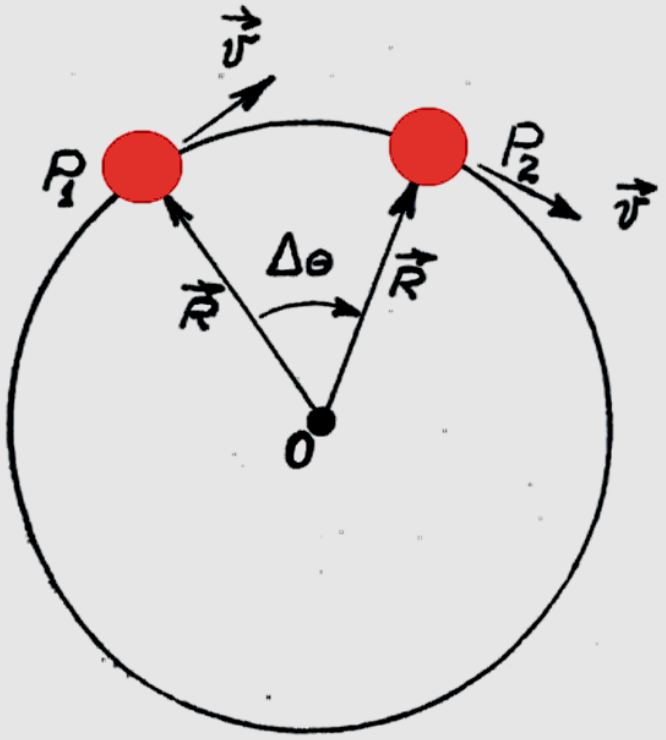


El tiempo que la partícula tarda en dar una vuelta completa se denomina período del movimiento, y se lo representa por **T**.

El espacio recorrido por la partícula durante un período, es la longitud de la circunferencia que, como se sabe, tiene por valor **2πR** (siendo R el radio de la trayectoria)

$$v = \frac{\text{distancia recorrida}}{\text{tiempo de recorrido}}; \quad v = \frac{2\pi R}{T}$$

Movimiento circular uniforme (MCU)



La relación entre el ángulo descripto por el vector posición que acompaña la partícula y el intervalo de tiempo necesario para describirlo, se denomina velocidad angular de la partícula. Representando por ω la velocidad angular tenemos.

$$\vec{\omega} = \frac{d\theta}{dt}\mathbf{k}$$

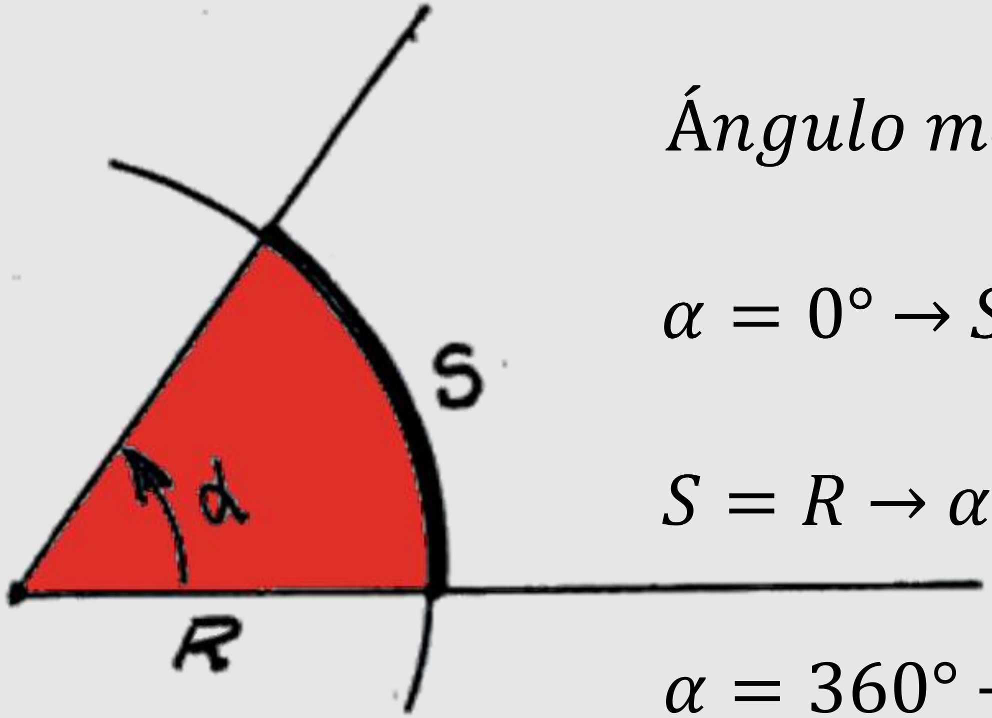
$$d\theta = \omega\, dt$$

$$\int_0^t d\theta = \int_0^t \omega\, dt$$

$$\theta - \theta_0 = \omega(t - t_o)$$

$$\boxed{\theta = \theta_0 + \omega t}$$

Unidades angulares: radian



$$\text{Ángulo medido en radianes} = \frac{S}{R}$$

$$\alpha = 0° \rightarrow S = 0 \rightarrow \alpha = \frac{0}{R} = 0$$

$$S = R \rightarrow \alpha = \frac{R}{R} = 1 \rightarrow \alpha = 57{,}29578°$$

$$\alpha = 360° \rightarrow S = 2\pi R \rightarrow \alpha = \frac{2\pi R}{R} = 2\pi$$

Visto que los ángulos se pueden medir en grados o en radianes, concluimos que ω se podrá medir en grados por segundo (°/s) o en radianes por segundo (rad/s → **1/s**)

Relación entre v y ω

$$v = \frac{2\pi R}{T} \quad \text{o bien} \quad v = \left(\frac{2\pi}{T}\right)R$$

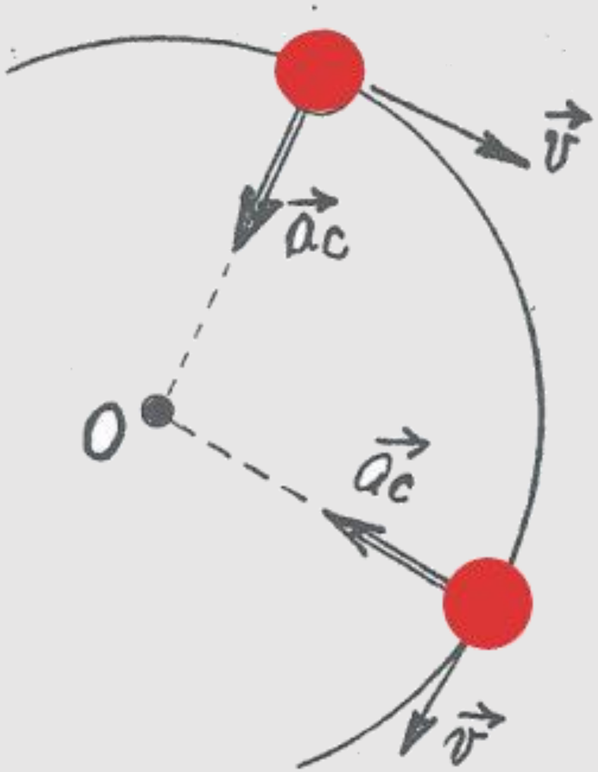
Como 2π/T es la velocidad angular, concluimos que:

$$v = \omega R$$

Esta ecuación permite calcular la velocidad lineal v cuando conocemos la velocidad angular ω y el radio R de la trayectoria. Observe que sólo será valida si los ángulos están expresados en radianes

Aceleración centrípeta

En el movimiento circular uniforme, el valor, magnitud o módulo de la velocidad de la partícula permanece constante, y por tanto, la partícula no posee aceleración tangencial. Pero como la dirección del vector velocidad varía continuamente, la partícula sí posee aceleración centrípeta $\boldsymbol{a_c}$. En la figura se representan los vectores $\boldsymbol{v}$ y $\boldsymbol{a_c}$ en dos posiciones distintas de la partícula. Observe que el vector $\boldsymbol{a_c}$ tiene la dirección del radio y siempre apunta hacia el centro de la circunferencia.



$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

Bibliografía

- Capuano V. (2020) Apuntes de clases teóricas. Catrera de Física I para ciencias Biológicas de la FCEFyN de la UNC.
- Cornwall, P. y Beer, F. (2010). Mecánica vectorial para ingenieros: dinámica (9a. ed.). McGraw-Hill Interamericana. https://elibro.net/es/lc/bmayorunc/titulos/101891
- Hyperphysics (© C. R. Nave, 2010). Carl R. (Rod) Nave. Department of Physics and Astronomy. Georgia State University. Atlanta, Georgia 30302-4106. http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/
- Ortuño, M. (2019). Física para las ciencias de la vida. Editorial Tébar Flores. https://elibro.net/es/ereader/bmayorunc/124788
- Sternheim, M. M. y Kane, J. W. (2016). Física (2a. ed.). Barcelona, Editorial Reverté. Recuperado de https://elibro.net/es/ereader/bmayorunc/100529
- Wikipedia. Enciclopedia libre. https://es.wikipedia.org/