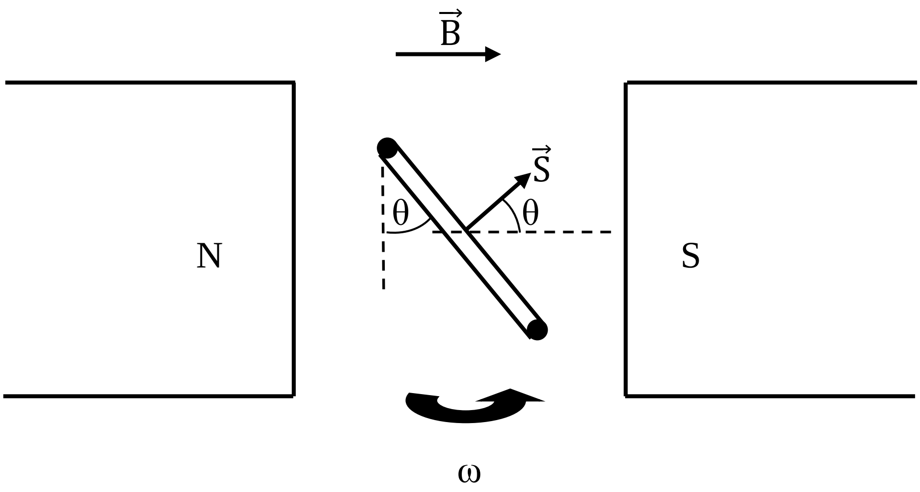
CORRIENTE ALTERNA

GENERACION DE UNA TENSION ALTERNA



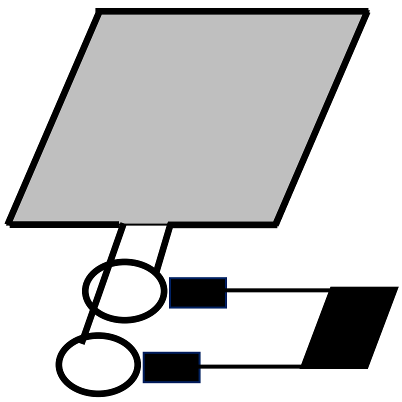
Se tiene una bobina plana de N espiras gira inmersa dentro de un campo magnético uniforme $\vec{B}$ con velocidad angular ω. El flujo del campo magnético $\emptyset_B$ a través de la bobina es variable lo cual genera una f.e.m. inducida por aplicación de la Ley de Faraday a saber:

$\emptyset_B = B\,S\cos\theta$ como $\theta = \omega t$ $\Longrightarrow$ $\emptyset_B = B\,S\cos\omega t$

$\varepsilon = -N\frac{d\emptyset_B}{dt}$ por lo tanto $\varepsilon = N\,B\,S\,\omega\,\sin\omega t$ si $\varepsilon_{max} = N\,B\,S\,\omega$

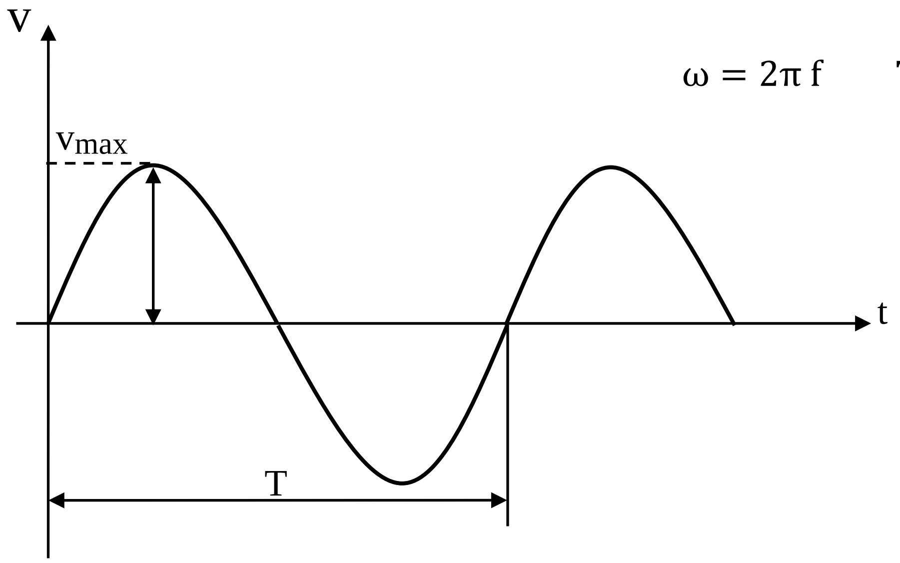
$\varepsilon = \varepsilon_{max}\sin\omega t$ V aunque en electrotecnia se utiliza mas la siguiente expresión:

$$V_t = V_{max}\sin\omega t \quad \text{V}$$



En la figura se puede apreciar como en los anillos rozantes (Bornes del generador) se tiene una tensión alterna. Sobre los mismos rozan las escobillas que cierran el circuito externo (carga).

En el gráfico siguiente se puede apreciar la variación de la tensión en el tiempo.

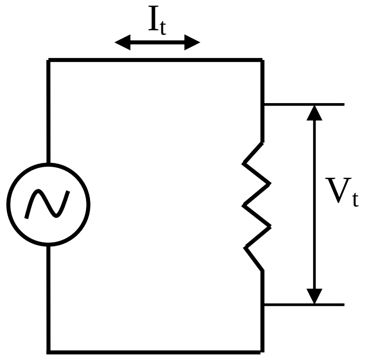


$\omega = 2\pi\, f \qquad T = \frac{1}{f}$

En nuestro país los valores de la tensión alterna y la frecuencia para el servicio monofásico (Servicio domiciliario), son los siguientes:

$V_P = 311\ V \qquad V_e = 220\ V \qquad f = 50\ Hz$

CIRCUITO RESISTIVO PURO

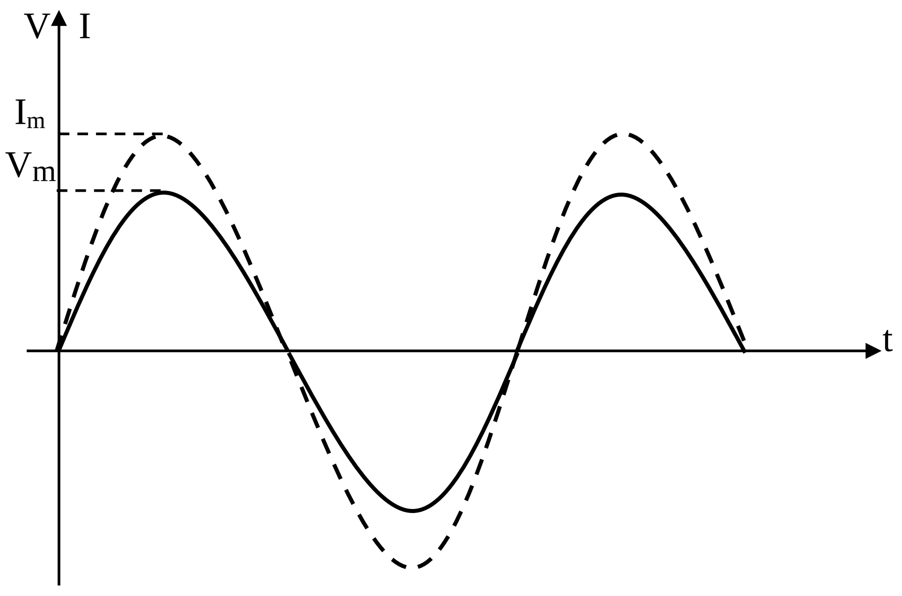


En un circuito resistivo puro serie se plantea la Ley de Ohm.

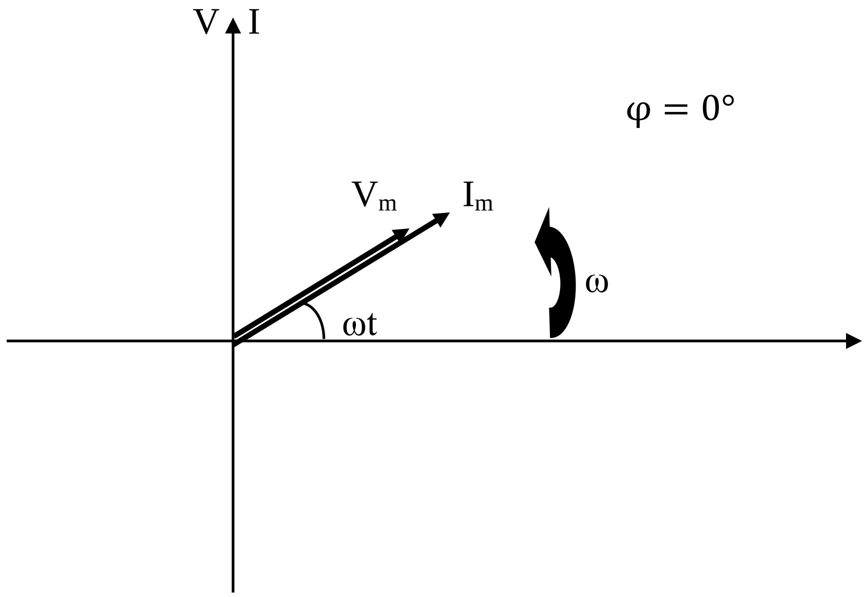
$I_t = \frac{V_t}{R}$ $\qquad$ $I_t = \frac{V_m}{R}\sin\omega t \quad A$ $\qquad$ siendo $\qquad$ $I_m = \frac{V_m}{R}$

$$I_t = I_m \sin\omega t \quad A$$

La corriente está en fase con la tensión.

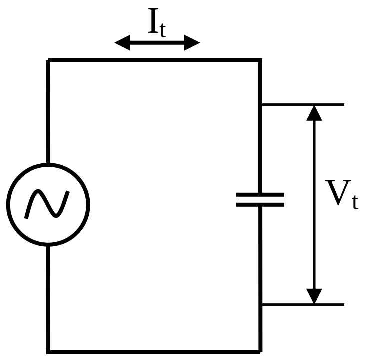


Una herramienta útil para la representación de funciones armónicas (seno-coseno) son los fasores. Se trata de vectores complejos cuyo argumento es función lineal del tiempo. Giran en sentido antihorario con velocidad angular ω y la proyección de los mismos sobre el eje vertical da el valor instantáneo de la función.



El gráfico de vectores rotativos, permite observar claramente el ángulo de desfase $\varphi = 0$ entre V_m e I_m. La proyección de los vectores rotatorios sobre el eje vertical da el valor instantáneo tanto de la corriente como de la tensión.

CIRCUITO CAPACITIVO PURO



En un circuito capacitivo puro serie se sabe que:

$C = \frac{q_t}{v_t}$ por lo tanto $q_t = C\ V_t$ o sea $q_t = C\, V_m \sin\omega t$

Siendo: $I_t = \frac{dq}{dt}$ $I_t = V_m\, \omega C\ \cos\omega t$ ó $I_t = \frac{V_m}{\frac{1}{\omega C}}\ \cos\omega t$ al término:

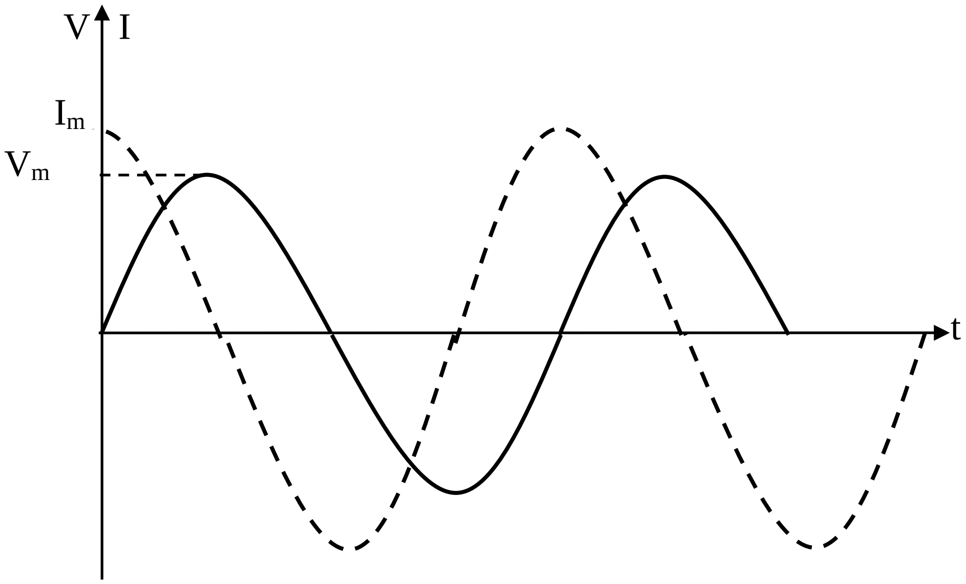
$X_c = \frac{1}{\omega C}$ ó $X_c = \frac{1}{2\pi f\, C}$ Ω se denomina Reactancia Capacitiva

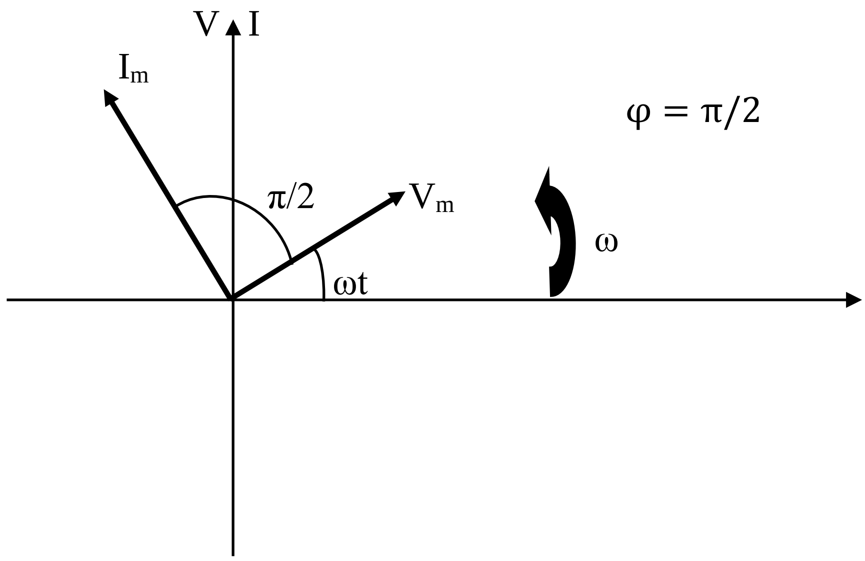
Sabiendo que: $\cos \omega t = \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$ luego:

$I_t = \frac{V_m}{X_c}\ \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$ A siendo $I_m = \frac{V_m}{X_c}$

$$I_t = I_m\ \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \quad \text{A}$$

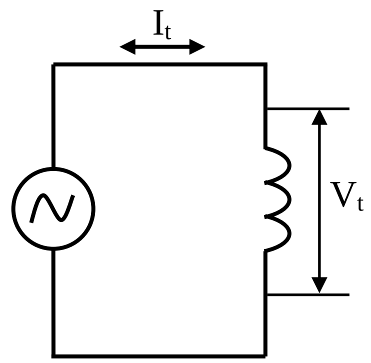
La corriente está adelantada π/2 con respecto a la tensión.





El gráfico de vectores rotativos permite observar claramente el ángulo de desfase $\varphi = \pi/2$ entre V_m e I_m. La proyección de los vectores rotatorios sobre el eje vertical da el valor instantáneo tanto de la corriente como de la tensión.

CIRCUITO INDUCTIVO PURO



En un circuito inductivo puro serie se sabe que:

$V_t = L\frac{dI_t}{dt}$ por lo tanto $I_t = \frac{1}{L}\int V_t \, dt$ o sea $I_t = \frac{1}{L}\int V_m \sin \omega t \, dt$

Integrando: $I_t = -\frac{V_m}{\omega L}\cos \omega t$ al término:

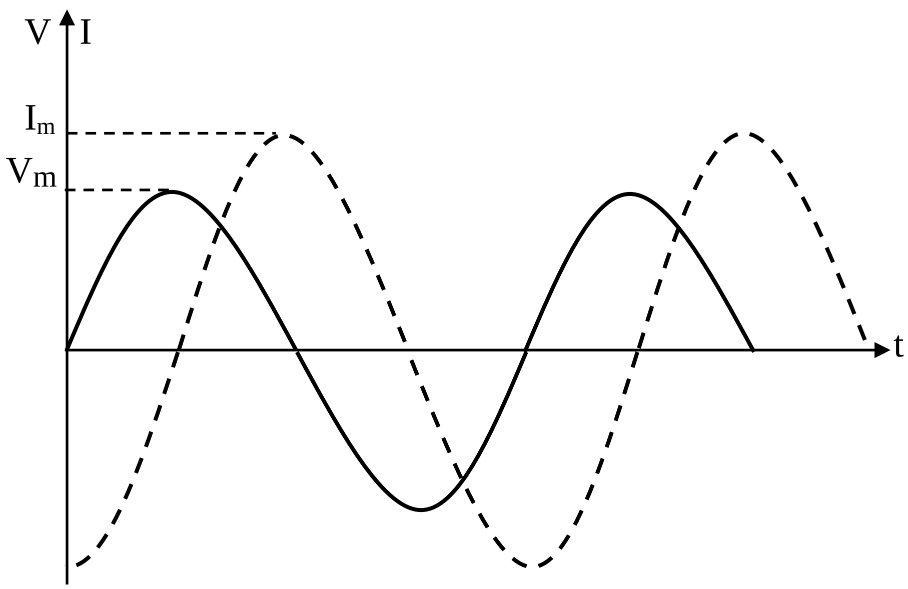
$X_L = \omega L$ ó $X_L = 2\pi f L \quad \Omega$ se denomina Reactancia Inductiva

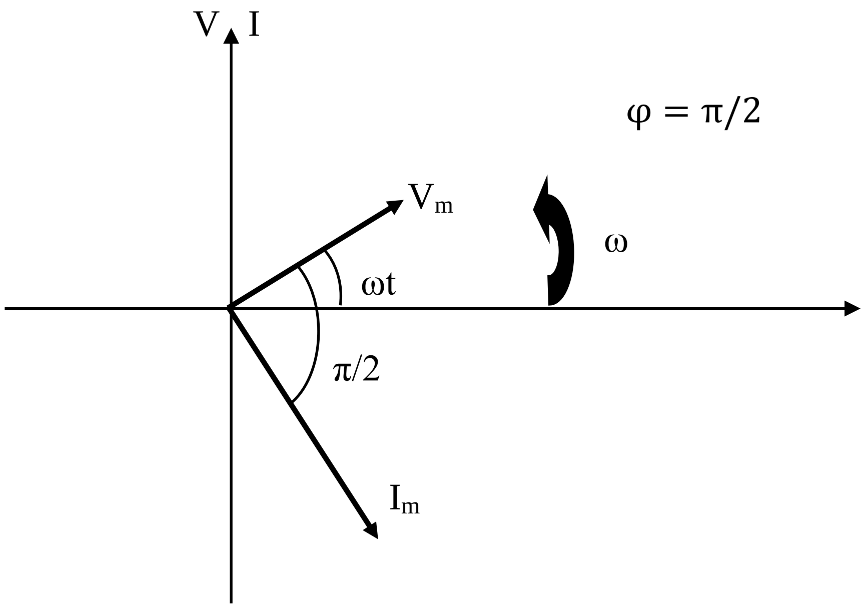
Sabiendo que: $-\cos \omega t = \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$ luego:

$I_t = \frac{V_m}{X_L} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \quad A$ siendo $I_m = \frac{V_m}{X_L}$

$$I_t = I_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \quad A$$

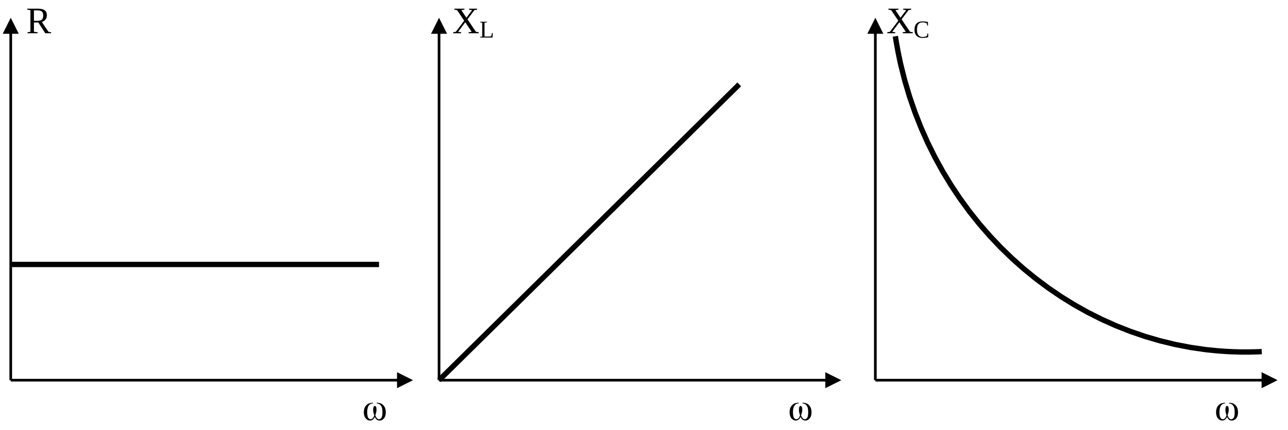
La corriente está retrasada π/2 con respecto a la tensión.



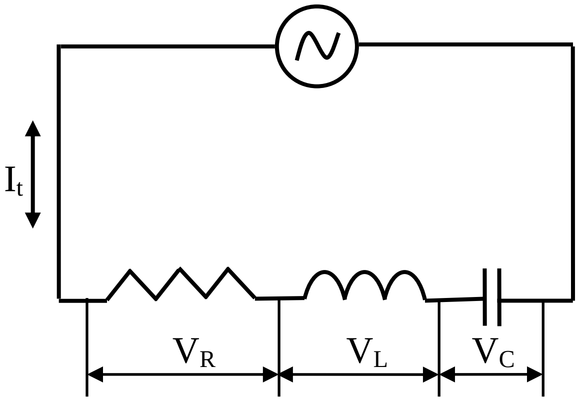


El gráfico de vectores rotativos permite observar claramente el ángulo de desfase $\varphi = \pi/2$ entre V_m e I_m. La proyección de los vectores rotatorios sobre el eje vertical da el valor instantáneo tanto de la corriente como de la tensión.

Los gráficos siguientes permiten apreciar la variación de R, X_L y X_C en función de la frecuencia ω.



CIRCUITO R-L-C SERIE



En el circuito R-L-C planteando la ecuación de malla se tiene que:

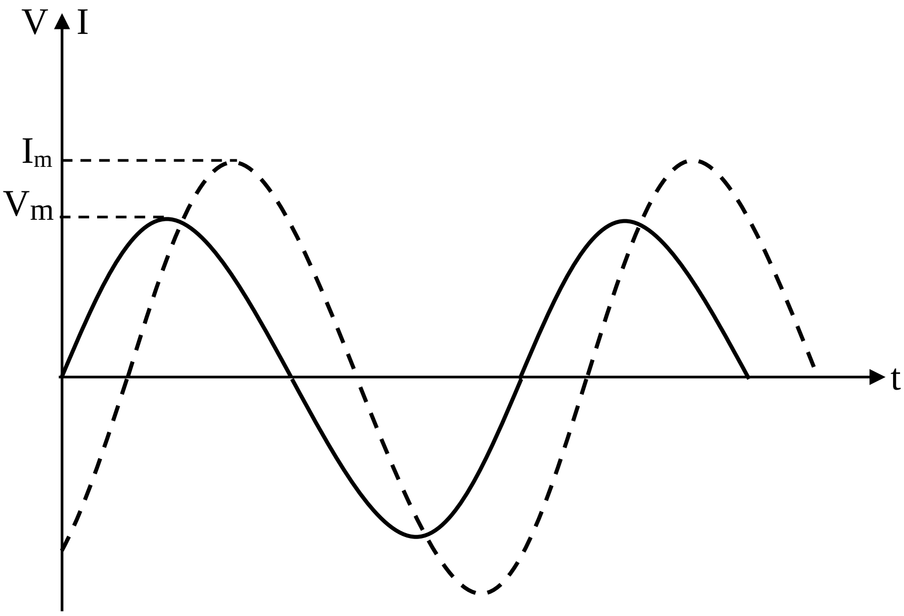
$$V_t = I_t R + L\frac{dI_t}{dt} + \frac{q_t}{C} \qquad ó \qquad V_m \sin \omega t = I_t R + L\frac{dI_t}{dt} + \frac{q_t}{C}$$

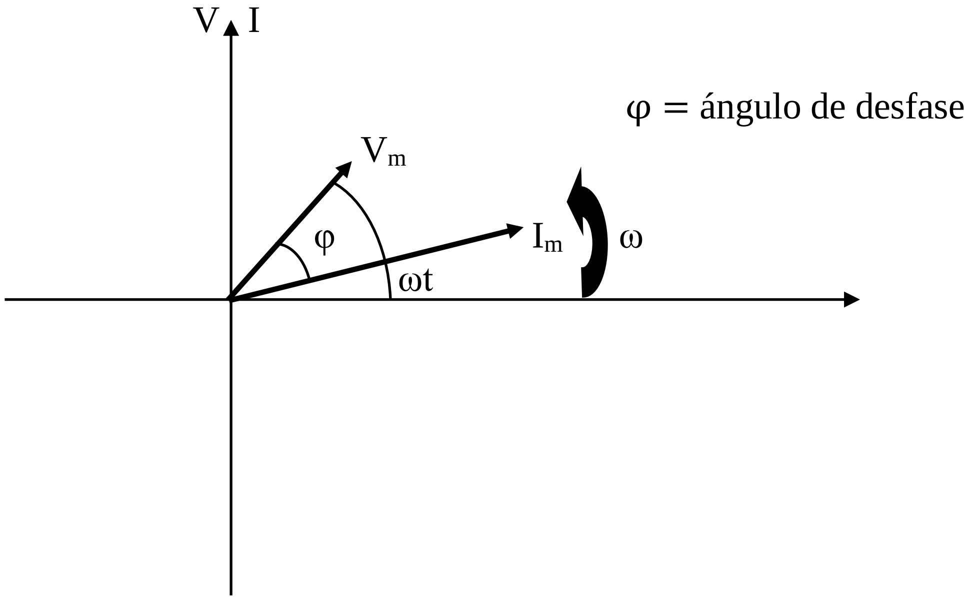
Si se deriva con respecto al tiempo y se resuelve la ecuación diferencial correspondiente se llega a la siguiente expresión:

$$I_t = I_m \sin(\omega t - \varphi) \quad A$$

Siendo $I_m = \frac{V_m}{Z}$ y Z la Impedancia del Circuito

La corriente está retrasada un ángulo φ con respecto a la tensión, es decir se trata de un circuito inductivo.





El gráfico de vectores rotativos permite observar claramente el ángulo de desfase φ en retraso entre V_m e I_m. La proyección de los vectores rotatorios sobre el eje vertical da el valor instantáneo tanto de la corriente como de la tensión.

A la impedancia se la puede escribir como un número complejo, siendo R y X la parte real e imaginaria del mismo.

$$\vec{Z} = R + jX \quad \text{ó} \quad \vec{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \quad \text{ó} \quad \vec{Z} = Z\angle\underline{\varphi} \qquad \text{siendo:}$$

$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ Ω El módulo de la impedancia

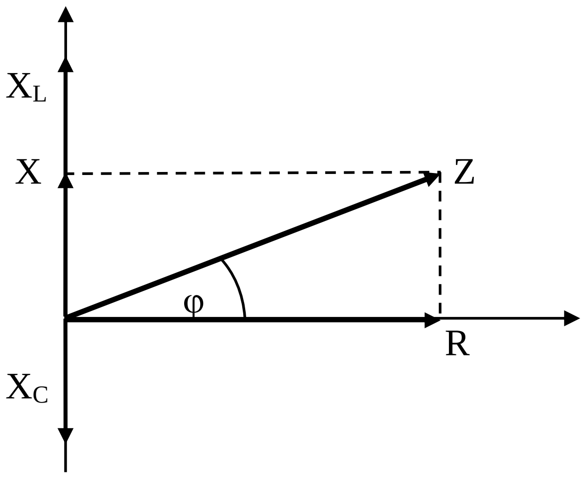
R Ω La resistencia del circuito es la parte real del complejo

$X = X_L - X_C$ Ω La reactancia del circuito es la parte imaginaria del complejo

$\varphi = \tan^{-1}\frac{X}{R}$ El desfasaje entre tensión y corriente

Al cos φ se lo denomina factor de potencia del circuito. Se trata de un coeficiente de suma importancia en electrotecnia.

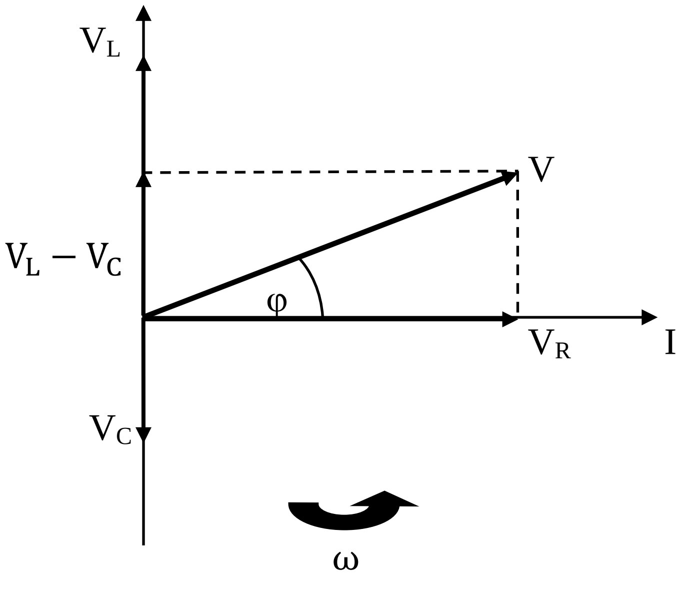
Es posible trazar el triángulo de impedancia donde se aprecian claramente los términos antes descriptos.



Teniendo en cuenta las tensiones a los bornes de cada elemento:

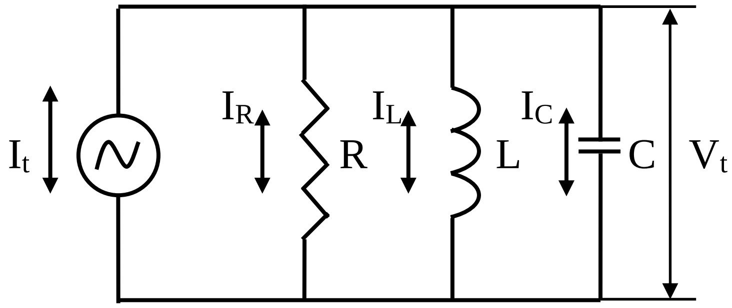
$V_R = IR \quad ; \quad V_L = IX_L \quad ; \quad V_C = IX_C$

Es posible trazar el triangulo de tensiones el cual es proporcional al triangulo de impedancias. Por tratarse de un circuito serie, la corriente es común a los tres elementos, por lo tanto la tensión a los bornes de la resistencia se encuentra en fase con la corriente, la tensión a los bornes de la inductancia está adelantada $\frac{\pi}{2}$ con respecto a la corriente y la tensión a los bornes del capacitor está retrasada $\frac{\pi}{2}$ con respecto a la corriente.
En el grafico de vectores rotatorios se aprecian claramente los desfasajes de las tensiones con respecto a la corriente en cada elemento R, L y C.



CIRCUITO R-L-C PARALELO

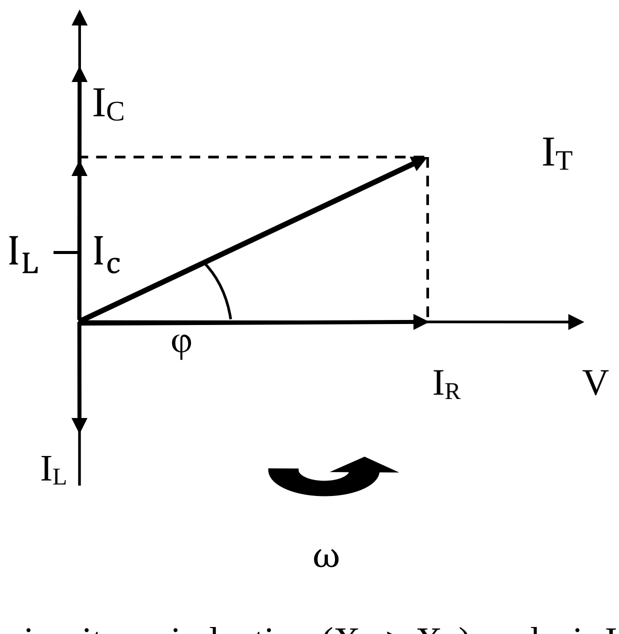
En este caso la tensión a los bornes de cada elemento es común para los tres.



Sabiendo que:

$I_R = \frac{V}{R}$ $\qquad I_L = \frac{V}{X_L}$ $\qquad I_C = \frac{V}{X_C}$ $\qquad$ y que: $\qquad \vec{I}_T = \vec{I}_R + \vec{I}_L + \vec{I}_C$

Se puede trazar el diagrama de corrientes y tensiones teniendo en cuenta que en este caso el factor común es la tensión (en fase con la corriente resistiva).



Se ha supuesto que el circuito es inductivo ($X_L > X_C$) es decir $I_L < I_C$ sin embargo, para este caso, la corriente está adelantada con respecto a la tensión

VALORES EFICACES DE TENSION Y CORRIENTE

Se define la corriente eficaz de la corriente alterna como el equivalente de una corriente continua que produce la misma cantidad de calor en una resistencia por efecto Joule en un período T, que la corriente alterna. Por lo tanto:

$Q = I_e^2\, R\, T$ es igual a $Q = \int_0^T I_m^2\, R\, \sin^2 \omega t = \frac{1}{2} I_m^2\, R\, T$ Igualando y resolviendo:

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \qquad \text{de igual modo} \qquad V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

Dado que los valores picos o máximos de tensión y corriente son proporcionales a los valores eficaces, es válido trazar el diagrama de tensiones con estos últimos ya que en electrotecnia normalmente se habla de valores eficaces.

POTENCIA EN CIRCUITOS DE CORRIENTE ALTERNA

La potencia instantánea desarrollada en un circuito de corriente alterna viene dada por:

$P_t = I_t\, V_t$ ó $P_t = I_m\, V_m\, \sin(\omega t - \varphi)\, \sin\, \omega t$

Desarrollando se determina el valor medio de esta expresión

$P_m = \frac{1}{2}\, I_m\, V_m\, \cos\varphi$ o lo que es lo mismo $P_m = I_e\, V_e\, \cos\varphi \quad W$

En electrotecnia esta expresión se conoce como potencia activa y se mide en W representa la potencia que realmente se consume. Por lo tanto se puede expresar:

$$P_{act} = I_e\, V_e\, \cos\varphi \qquad W$$

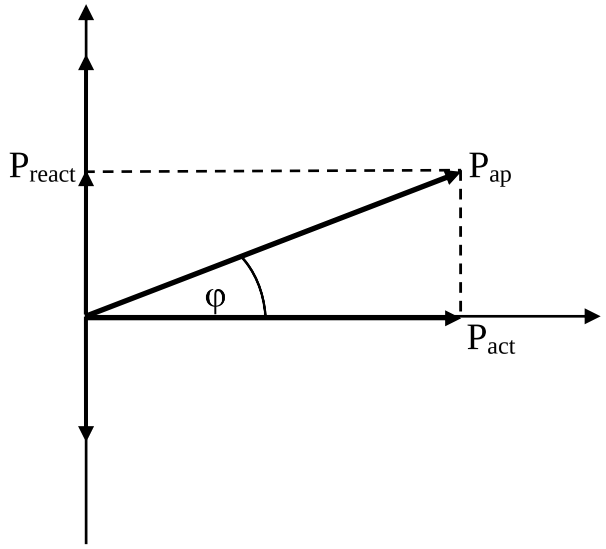
De igual modo se puede expresar la potencia entretenida en la generación de los campos eléctricos y magnéticos. Se la denomina potencia reactiva y se la mide en VAR (Volt-Ampere-Reactivos).

$$P_{react} = I_e\, V_e\, \sin\varphi \qquad VAR$$

También es posible expresar la potencia total aportada al circuito por la empresa generadora de energía eléctrica (E.G.E.E.). Se la denomina potencia aparente y se mide en VA (Volt-Ampere).

$$P_{ap} = I_e\, V_e \qquad VA$$

Aquí también es posible trazar el diagrama de potencias el cual es proporcional a los de tensiones e impedancias.



Aquí se puede apreciar claramente que si el ángulo φ es muy grande la potencia que debe generar la E.G.E.E. es demasiado grande frente a la que realmente se utiliza con el consiguiente sobredimensionamiento de máquinas, líneas de transmisión, etc. Es por ello que las E.G.E.E. premian con un descuento a las empresas consumidoras de energía eléctrica cuyo factor de potencia, cos φ es superior a 0.8 y castigan con multas a aquellas cuyo cos φ es inferior a 0.8.

Para el caso de un circuito inductivo se tiene lo siguiente:

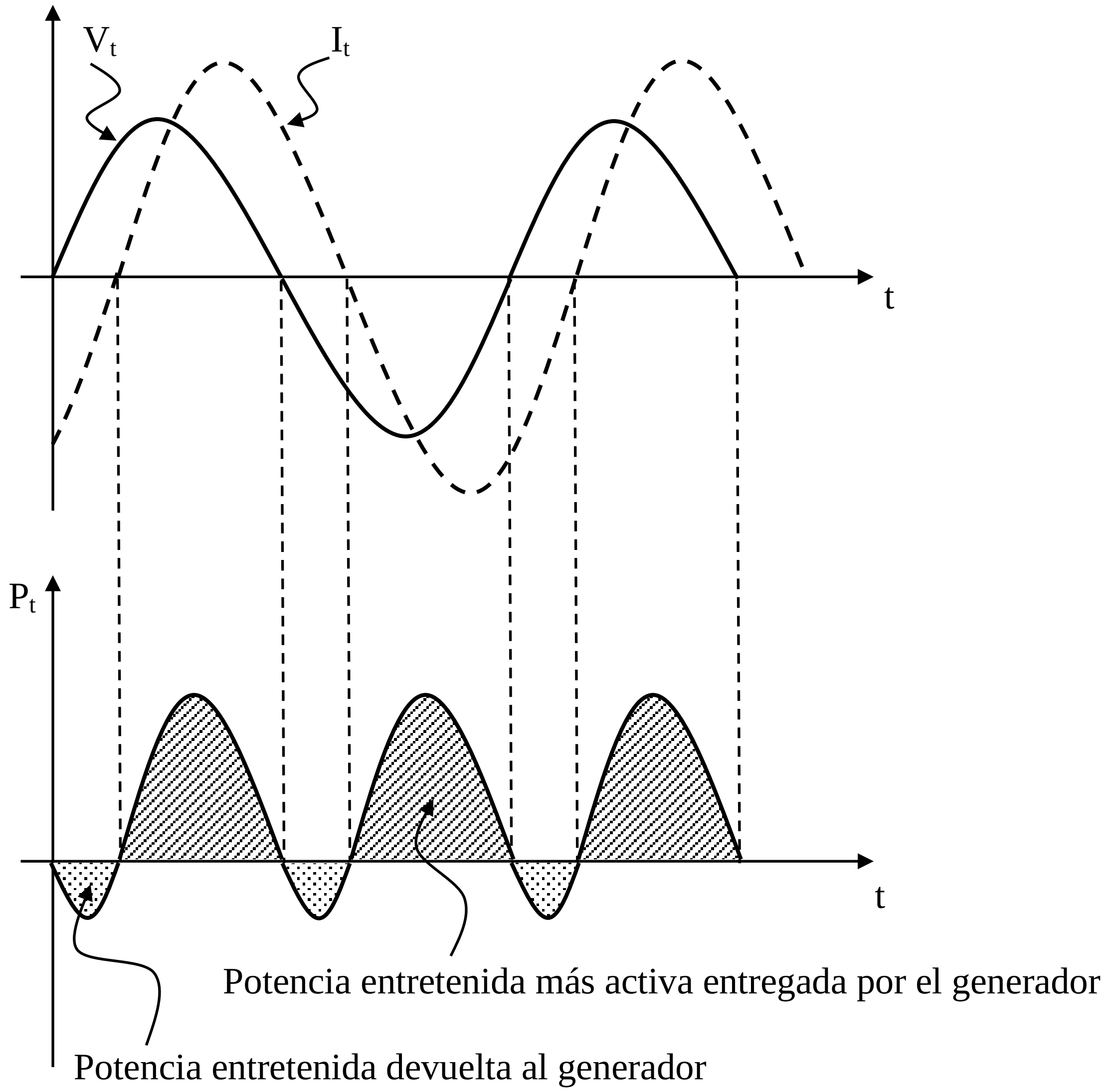
$V_t = V_m \sin\ \omega t$ e $I_t = I_m\ \sin(\omega t - \varphi)$ $\therefore$ la potencia instantánea es:

$P_t = I_m\, V_m\ \sin(\omega t - \varphi)\ \sin\ \omega t$ como

$\sin(\omega t - \varphi) = \sin\ \omega t\ \cos\varphi - \sin\varphi \cos\omega t$

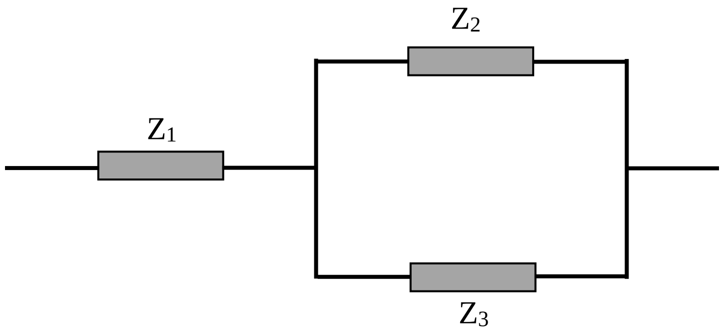
$P_t = I_m\, V_m\ \cos\varphi\ \sin^2 \omega t - \frac{I_m\, V_m}{2} \sin\varphi \sin 2\omega t$

En el grafico se puede apreciar claramente la variación de la tensión, la corriente y la potencia en función del tiempo.



CONEXIÓN DE IMPEDANCIAS EN CIRCUITOS DE C.A.

El cálculo de la impedancia equivalente en un circuito de C.A. es similar al de resistencias en un circuito de C.C. Se debe tener presente que ahora la sumatoria es en números complejos.



$$Z_T = Z_1 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3}$$

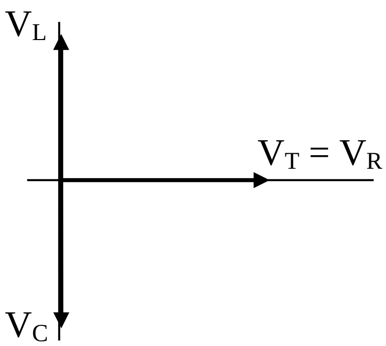
RESONANCIA EN EL CIRCUITO R-L-C Serie

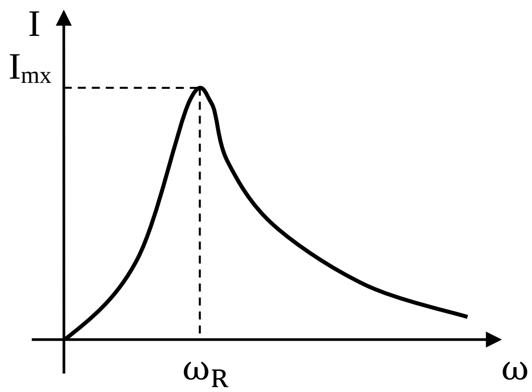
$$\vec{Z} = R + jX \qquad \text{ó} \qquad \vec{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

Variando ω se puede anular la parte imaginaria, $X_L = X_C$ como $\omega L = \frac{1}{\omega C}$

La frecuencia de resonancia es $\omega_R = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

En este caso $Z = R$ y la corriente toma su máximo valor.





$$\vec{V}_T = \vec{V}_R + \vec{V}_L + \vec{V}_C \qquad \therefore \qquad I_{mx} = \frac{V_m}{R}$$

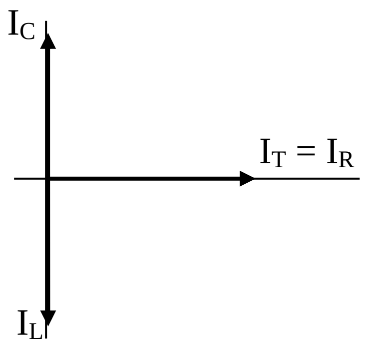
RESONANCIA EN EL CIRCUITO R-L-C Paralelo

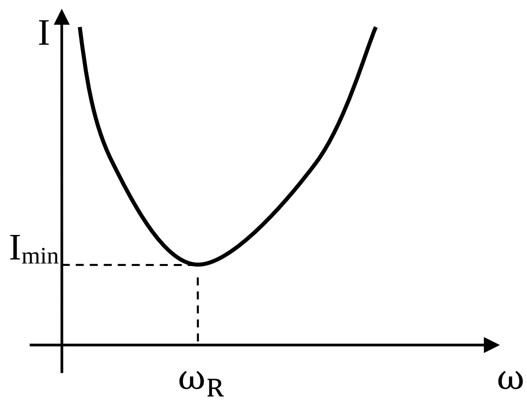
$$\vec{Y} = \frac{1}{R} + j\frac{1}{X} \qquad ó \qquad \vec{Y} = \frac{1}{R} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)$$

Variando ω se puede anular la parte imaginaria de la admitancia, $\omega C = \frac{1}{\omega L}$

La frecuencia de resonancia es $\omega_R = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

En este caso $Y = \frac{1}{R}$ y la corriente toma su mínimo valor.





$$\vec{I}_T = \vec{I}_R + \vec{I}_L + \vec{I}_C \qquad \therefore \qquad I_{min} = \frac{V_m}{R}$$