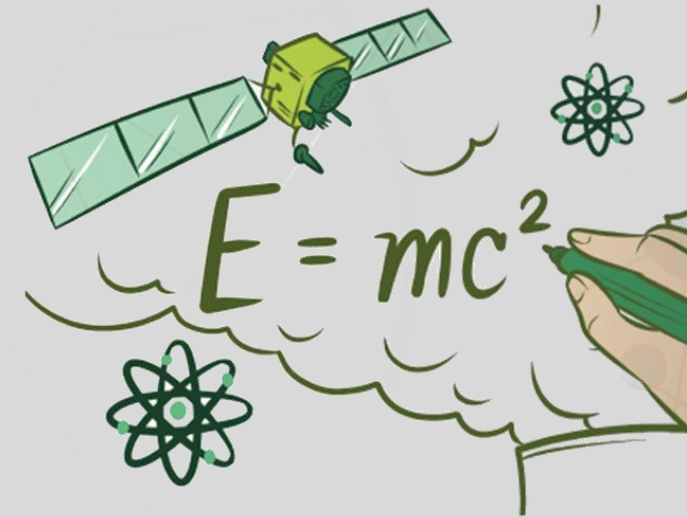


Física I

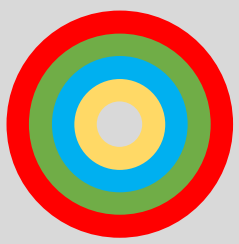
Unidad 1: Mediciones

Ing. Javier Martín - 2024



@ Javier Martín 2024

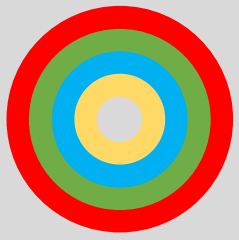
Esta obra está bajo una [Licencia Creative Commons Atribución-CompartirIgual 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/)..



¿Qué es la Física?

Una definición típica de diccionario pequeño dice que la física es la rama de la ciencia que trata de la materia, la energía y sus interacciones.

Una definición un poco mas elaborada podría ser: la física es la ciencia que busca comprender las reglas o leyes básicas que gobiernan el funcionamiento del mundo natural en el que vivimos.

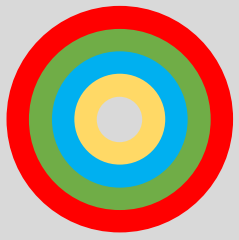


La Mecánica

La mecánica se puede definir como la **ciencia** que describe y predice las condiciones de reposo o movimiento de los cuerpos bajo la acción de fuerzas.

Se divide en tres partes:

- la ***mecánica de cuerpos rígidos***,
- la ***mecánica de cuerpos deformables*** y
- la ***mecánica de fluidos***.

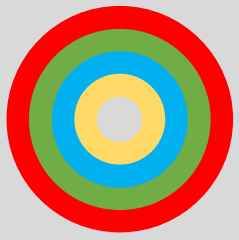


Mecánica de los cuerpos rígidos

La mecánica de cuerpos rígidos se subdivide en

- **Estática,**
- **Cinemática y**
- **Dinámica;**

la primera estudia los cuerpos en reposo y la segunda los cuerpos en movimiento y la tercera las causas del movimiento

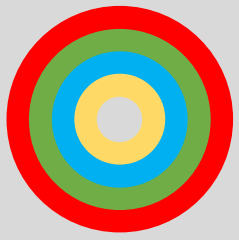


Un poco de historia

Aunque el estudio de la mecánica se puede remontar a **Aristóteles** (384-322 a.C.) y **Arquímedes** (287-212 4.C.), se tuvo que esperar hasta **Galileo Galilei** (1564-1642) y **Newton** (1642-1727) para encontrar una formulación satisfactoria de sus principios fundamentales.

Posteriormente **d'Alembert, Lagrange y Hamilton** reformularon las ecuaciones fundamentales de la mecánica. Su validez permaneció incólume hasta que **Einstein** postuló su teoría de la relatividad (1905 y 1916).

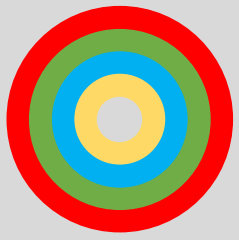
Si bien actualmente se reconocen las limitaciones de la mecánica newtoniana, ésta es aún de gran utilidad para el estudio de las ciencias de la vida.



Conceptos básicos

Los conceptos básicos que se emplean en la mecánica son **espacio, tiempo, masa y fuerza**. Estos conceptos no pueden ser definidos en forma exacta; deben aceptarse sobre las bases de nuestra intuición y experiencia y emplearse como un marco de referencia mental en el estudio de la mecánica

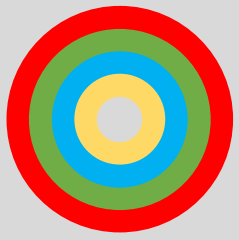
El concepto de espacio se asocia con la noción de posición. La posición de éste puede definirse por tres longitudes medidas desde cierto punto de referencia, en tres direcciones de las. Estas longitudes se reconocen como coordenadas de P. La **longitud** es una magnitud física que en el SI se mide en **metros [m]**.



Conceptos básicos

Para definir un evento, no es suficiente con indicar su posición en el espacio sino que debe darse también el tiempo del evento. El **tiempo** es una magnitud física que se mide en **segundos [s]**.

El concepto de masa permite caracterizar y comparar los cuerpos con base en ciertos experimentos mecánicos fundamentales. Por ejemplo, dos cuerpos que tengan la misma masa son atraídos por la Tierra de igual forma (masa gravitatoria); también presentarán la misma inherencia a un cambio en su movimiento trasnacional (masa inercial). La **masa** es una magnitud física que se mide en **kilogramo [kg]**.



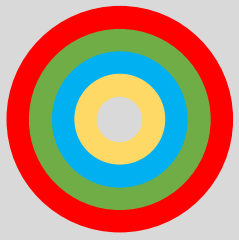
Conceptos básicos

La fuerza representa cierto tipo de acción de un cuerpo sobre otro y puede ejercerse por contacto real o a distancia, como en el caso de las fuerzas gravitacionales y magnéticas.

La fuerza se caracteriza por las siguientes propiedades: punto de aplicación, magnitud y dirección.

La **fuerza** es una magnitud física vectorial (se representa con un vector) que se mide en **Newton [N]**.

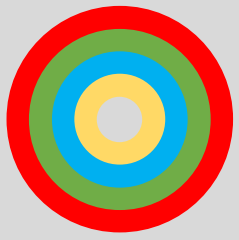
En la mecánica newtoniana, espacio, tiempo y masa son conceptos absolutos e independientes entre sí, en cambio el concepto de fuerza no es independiente de los otros tres.



Principios fundamentales

El estudio de la mecánica elemental descansa sobre seis principios fundamentales basados en la evidencia experimental (axiomas) .

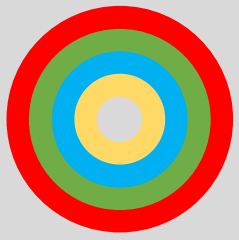
- La ley del paralelogramo para la adición de fuerzas.
- Principio de transmisibilidad
- Primer principio de Newton (Inercia)
- Segundo principio de Newton (Masa)
- Tercer principio de Newton (acción y reacción)
- Ley de la Gravitación Universal de Newton



Método para la solución de problemas

Un problema en mecánica se debe abordar de la misma manera en que se plantearía un problema de la vida real. Si se toma como base la experiencia y la intuición propias, será más fácil entender y formular el problema.

Una vez que el problema se ha formulado en forma clara y precisa, no hay sitio para tratamientos particulares. La solución se debe basar en los seis principios fundamentales de la mecánica o en los teoremas derivados de éstos y cada paso debe estar justificado por las reglas lógicas y del álgebra.

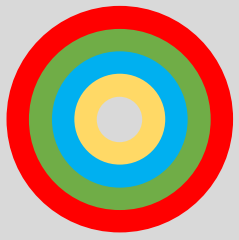


Método para la solución de problemas

Se deben seguir reglas estrictas que conduzcan a la solución de una manera casi automática, sin dejar lugar para la intuición o sentimientos particulares.

Después de obtener una solución, ésta debe verificarse. Aquí, de nuevo, se puede utilizar el sentido común y la experiencia personal.

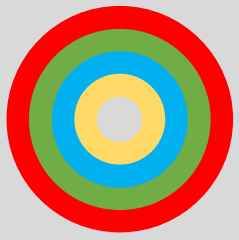
Si el resultado obtenido no es completamente satisfactorio, debe verificarse en forma cuidadosa la formulación del problema, la validez del método utilizado para su solución y la exactitud de los cálculos.



Método para la solución de problemas

El planteo de un problema debe ser claro y preciso y contener los datos proporcionados, así como indicar la información que se requiere. Debe incluirse un dibujo claro que muestre todas las cantidades involucradas, así como un diagrama para cada uno de los cuerpos que participan, que indique en forma clara las fuerzas que actúan sobre ellos. A estos diagramas se les conoce como **diagramas de cuerpo libre**.

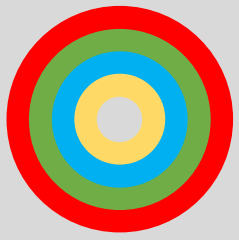
Los principios fundamentales de la mecánica se emplean para escribir las ecuaciones que expresen las condiciones de reposo o de movimiento de los cuerpos considerados.



Método para la solución de problemas

Cada ecuación debe estar relacionada en forma clara con uno de los diagramas de cuerpo libre.

Después se procederá a resolver el problema, observando en forma estricta las reglas usuales de la aritmética, la geometría, el álgebra, el cálculo (análisis matemático). El desarrollo de la solución debe contar con el registro minucioso y prolijamente dispuesto de los diferentes pasos dados.



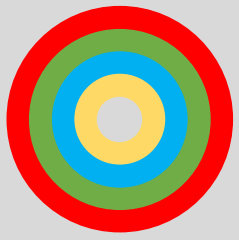
Método para la solución de problemas

Después de haber obtenido la respuesta, ésta debe comprobarse con todo cuidado.

Con frecuencia se pueden detectar errores en el razonamiento mediante la verificación de las unidades.

Los errores de cálculo por lo general se encontrarán al sustituir los valores numéricos en una ecuación o al operar en forma inadecuada con la calculadora.

No debería hacer falta destacar en este lugar la importancia de los cálculos correctos en el ámbito de las Ciencias Naturales.

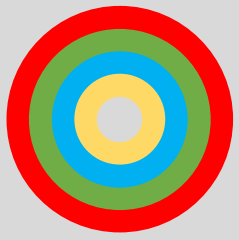


Exactitud numérica

La exactitud en la solución de un problema depende de dos factores:

- la exactitud de los datos proporcionados y
- la exactitud de los cálculos desarrollados.

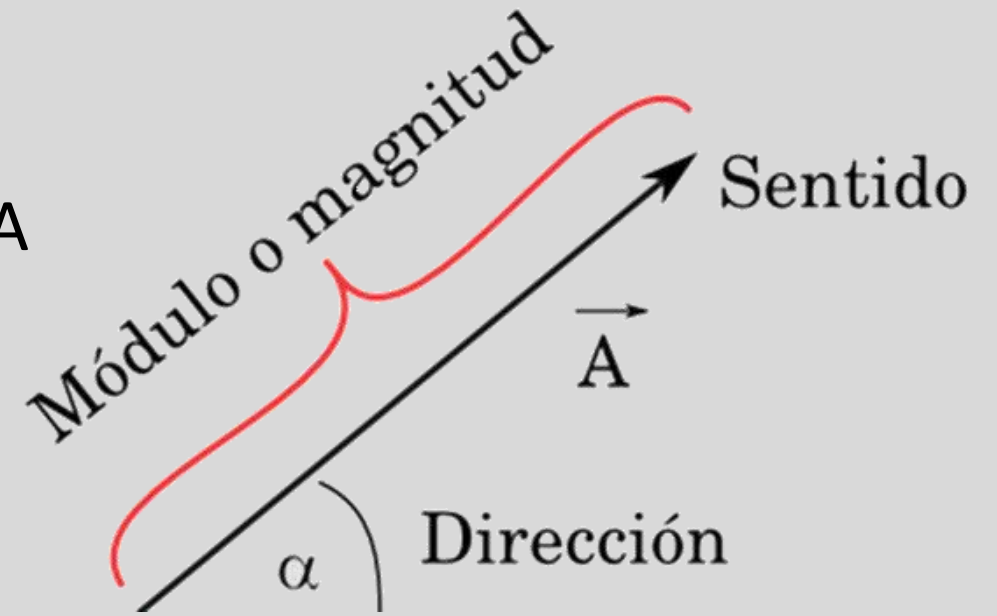
La solución no puede ser más exacta que el menos exacto de los datos; por ejemplo, si se sabe que la carga de un puente es de 75.000 N con un posible error de 100 N, el error relativo que mide la calidad del dato es $100 \text{ N} / 75.000 \text{ N}$ que es igual a 0,0013 (el 0,13 por ciento).

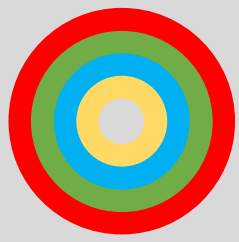


Vectores

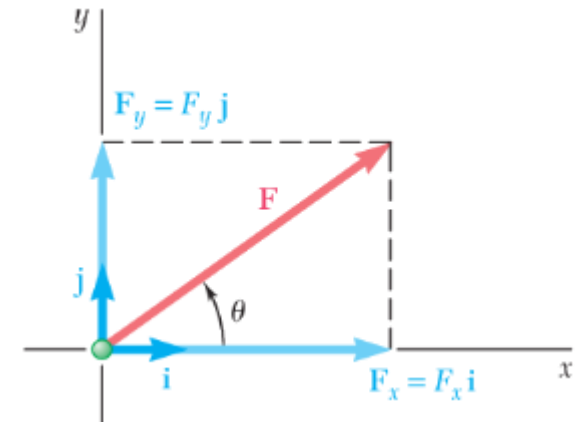
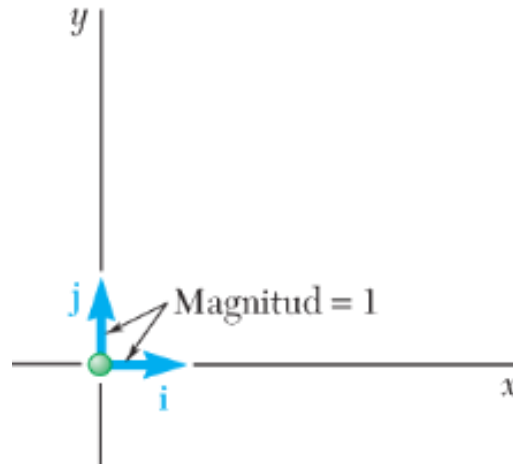
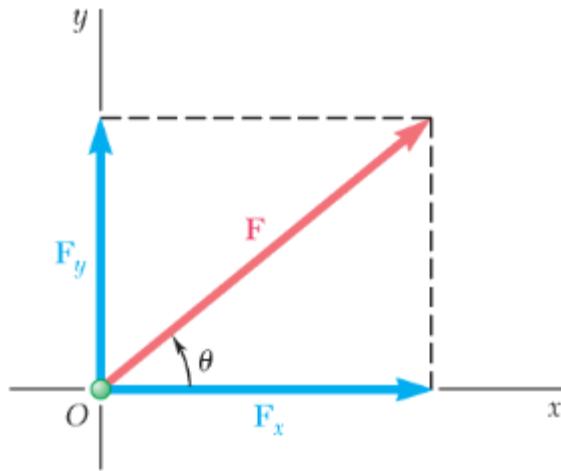
Mientras que los vectores se escriben con una flecha sobre su símbolo (\vec{A}) en letra impresa se escriben en negritas, como en **A**, **s** y **v**. El módulo del vector **A** se escribe A o $|A|$.

Un vector se representa en un diagrama por una flecha cuya longitud es proporcional a su módulo y está orientado indicando su dirección y sentido.





Nomenclatura



$$\vec{F} = |\vec{F}|; \theta$$

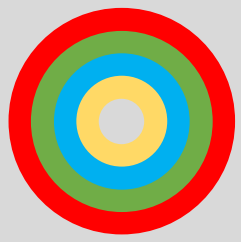
$$F_x = |\vec{F}| \cos(\theta)$$

$$\vec{F} = (\vec{F}_x + \vec{F}_y) \quad \vec{F}_x = F_x \mathbf{i}$$

$$\vec{F} = (F_x ; F_y)$$

$$F_y = |\vec{F}| \sin(\theta)$$

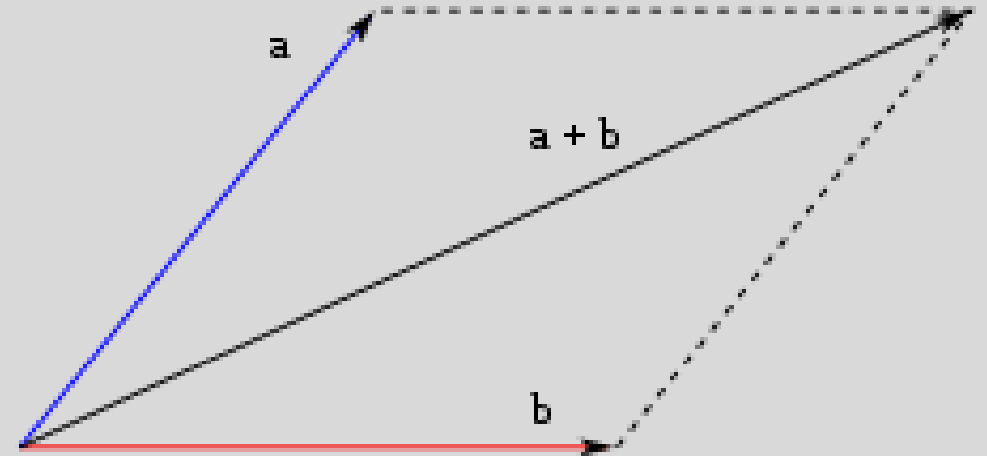
$$\vec{F} = (F_x \mathbf{i} + F_y \mathbf{j}) \quad \vec{F}_y = F_y \mathbf{j}$$

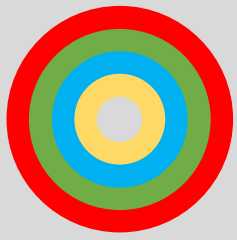


Método del paralelogramo

Este método permite solamente sumar vectores de dos en dos. Consiste en disponer gráficamente los dos vectores de manera que los orígenes de ambos coincidan en un punto, trazando rectas paralelas a cada uno de los vectores, en el extremo del otro y de igual longitud, formando así un igual longitud, formando así un paralelogramo.

El vector resultado de la suma es la diagonal de dicho paralelogramo que parte del origen común de ambos vectores.





Método analítico

Dados dos vectores libres,

$$\mathbf{a} = (a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k})$$

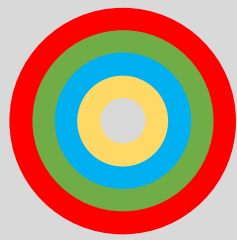
$$\mathbf{b} = (b_x \mathbf{i} + b_y \mathbf{j} + b_z \mathbf{k})$$

El resultado de su suma o de su diferencia se expresa en la forma

$$\mathbf{a} \pm \mathbf{b} = (a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k}) \pm (b_x \mathbf{i} + b_y \mathbf{j} + b_z \mathbf{k})$$

y ordenando los componentes,

$$\mathbf{a} \pm \mathbf{b} = (a_x \pm b_x) \mathbf{i} + (a_y \pm b_y) \mathbf{j} + (a_z \pm b_z) \mathbf{k}$$



Suma Gráfica de Vectores

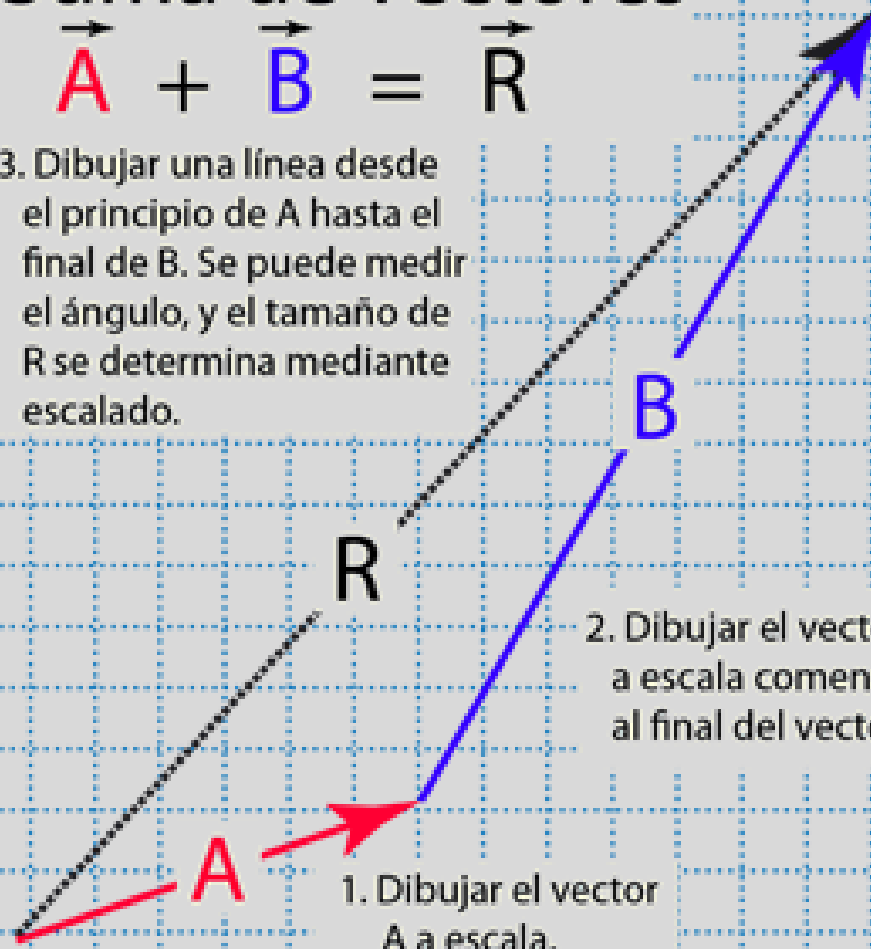
Suma de vectores

$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{R}$$

3. Dibujar una línea desde el principio de A hasta el final de B. Se puede medir el ángulo, y el tamaño de R se determina mediante escalado.

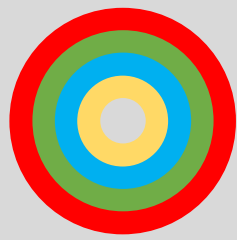
2. Dibujar el vector B a escala comenzando al final del vector A.

1. Dibujar el vector A a escala.



La suma de vectores A y B gráficamente, se puede visualizar como dos recorridos consecutivos, donde el vector suma corresponde al vector distancia que va desde el punto inicial al punto final. A la izquierda tenemos una representación de vectores por medio de flechas dibujadas a escala. El comienzo del vector B, se coloca sobre el extremo final del vector A. El vector suma R se dibuja como el vector que va desde el punto inicial del vector A al punto final del vector B.

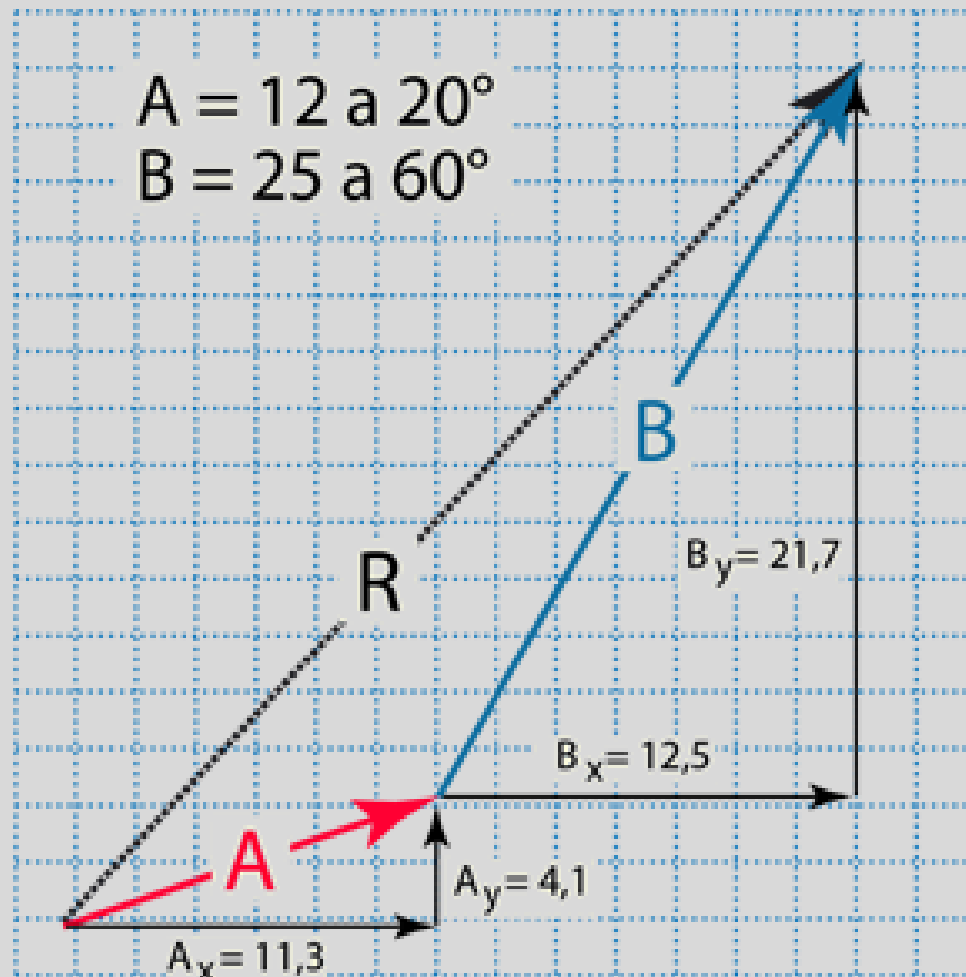
El proceso anterior se puede realizar matemáticamente encontrando las componentes de A y B, combinándolos para formar las componentes de R, y luego convirtiéndolos a la forma polar.



Ejemplo de Componentes de Vector

$$A = 12 \text{ a } 20^\circ$$

$$B = 25 \text{ a } 60^\circ$$



Para encontrar las componentes de un vector en la suma de vectores tenemos que construir triángulos rectángulos en cada vector y luego hacer uso de la trigonometría del triángulo estandar.



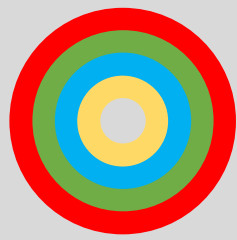
$$A_x = 12 \cos 20^\circ = 11,3$$

$$A_y = 12 \sin 20^\circ = 4,1$$

$$B_x = 25 \cos 60^\circ = 12,5$$

$$B_y = 25 \sin 60^\circ = 21,7$$

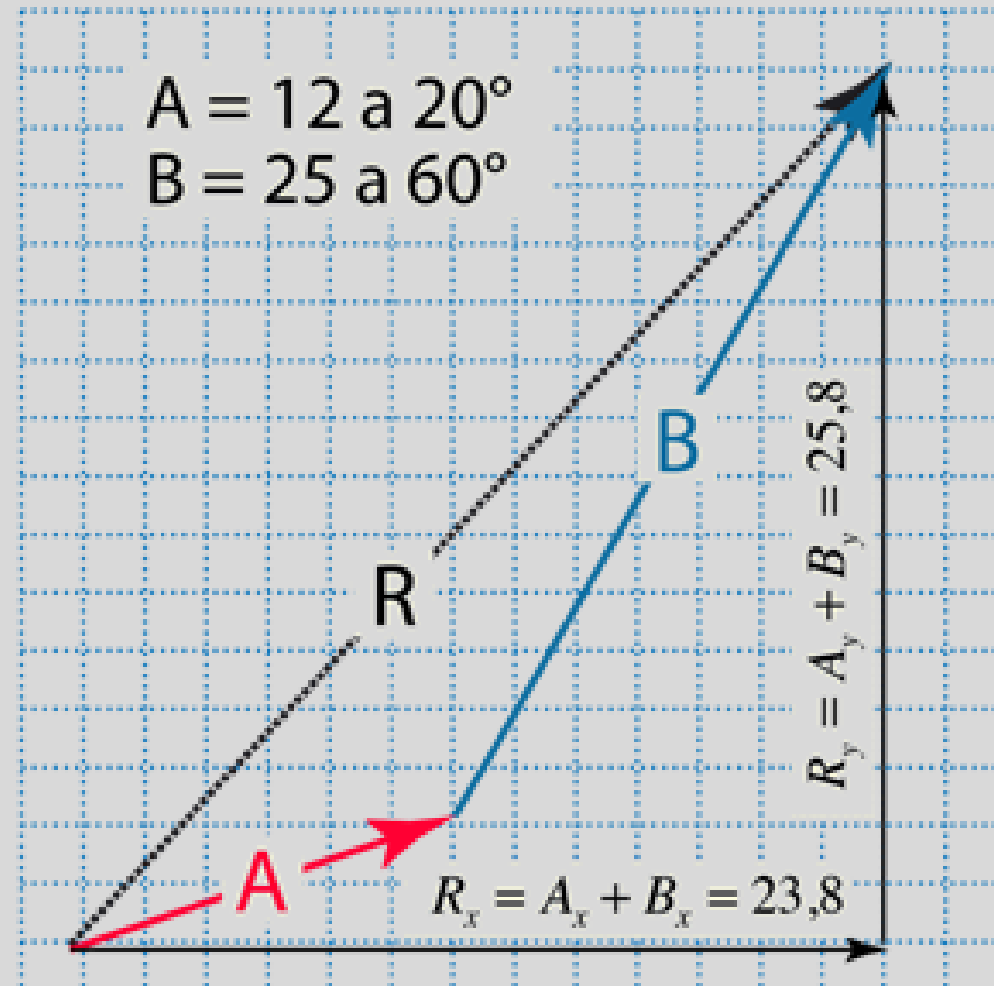
El vector suma se obtiene combinando estas componentes y luego convirtiéndolo a la forma polar.



Combinación de Componentes Vectoriales

$$A = 12 \text{ a } 20^\circ$$

$$B = 25 \text{ a } 60^\circ$$

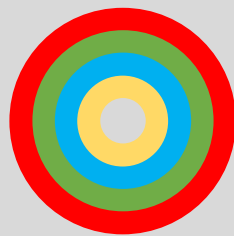


Despues de encontrar las componentes de los vectores A y B, solo requieren sumarlal para encontrar las componentes del vector resultante R.

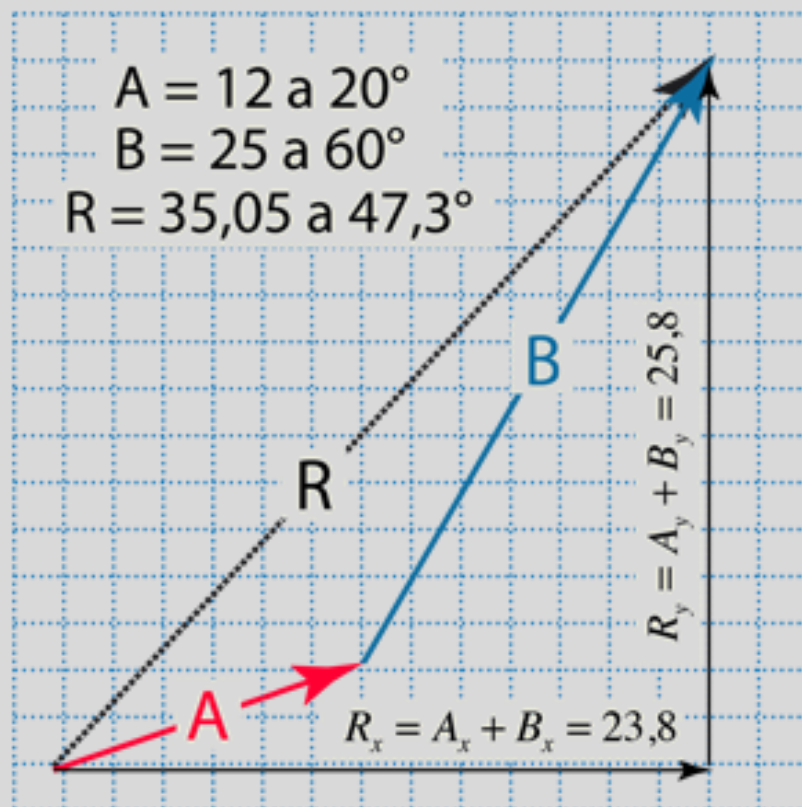
$$R_x = A_x + B_x = 11,3 + 12,5 = 23,8$$

$$R_y = A_y + B_y = 4,1 + 21,7 = 25,8$$

Estas componentes especifican completamente el resultado de la suma de vectores, pero es deseable a menudo, poner el resultado en forma polar.



Ejemplo de Forma Polar



Después de encontrar las componentes de los vectores A y B, y combinándolos luego, para obtener las componentes del vector resultante R, se puede poner en forma polar por medio de

$$R_x = A_x + B_x = 11,3 + 12,5 = 23,8$$

$$R_y = A_y + B_y = 4,1 + 21,7 = 25,8$$

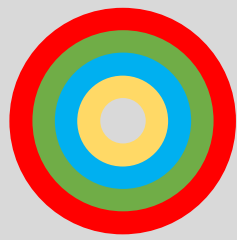
$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

$$R = \sqrt{23,8^2 + 25,8^2} = 35,05$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{R_y}{R_x} = \tan^{-1} 1,084$$

$$\theta = 47,3^\circ$$

Se deben tomar ciertas precauciones al obtener el ángulo con la calculadora, debido a ambigüedades en el arcotangente de la calculadora.

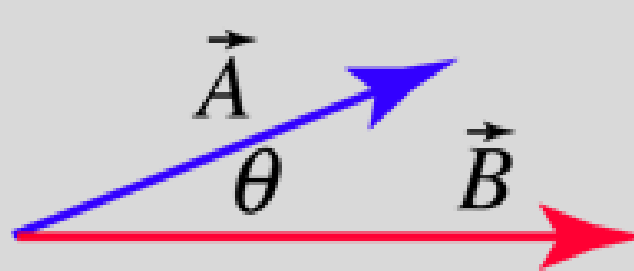


Producto Escalar de Vectores

El producto escalar y el [producto vectorial](#) son las dos formas de multiplicar vectores que vemos en la mayoría de las aplicaciones de Física y Astronomía. El producto escalar de dos vectores se puede construir, tomando la [componente](#) de un vector en la dirección del otro vector y multiplicándola por la magnitud del otro vector. Esto se puede expresar de la forma:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta$$

Cálculo



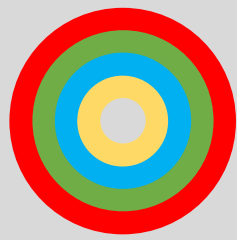
\vec{A} denota un vector
 A denota la magnitud del vector

Si se expresan los vectores en términos de los vectores unitarios \hat{i} , \hat{j} , y \hat{k} a lo largo de las direcciones x , y , y z , el producto escalar, también se puede expresar de la forma:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \quad \text{donde}$$

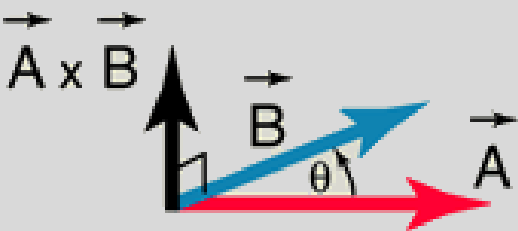
Aplicaciones

$$\begin{aligned} \vec{A} &= A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k} \\ \vec{B} &= B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k} \end{aligned}$$



Producto Vectorial

El producto vectorial y el [producto escalar](#) son las dos formas de multiplicar vectores que se realizan en la mayoría de las aplicaciones de Física y Astronomía. La magnitud del producto vectorial de dos vectores es el resultado de multiplicar las magnitudes de cada vector y por el seno del ángulo que forman ambos vectores (≤ 180 grados) entre ellos. La magnitud del producto vectorial se representa de la forma:

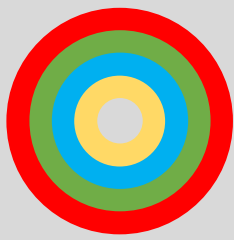
$$\vec{A} \times \vec{B}_{\text{magnitud}} = A B \sin \theta$$


$\vec{A} \times \vec{B}$ es perpendicular a ambos A y B

y la dirección es dada por la [regla de la mano derecha](#). Si los vectores se expresan por medio de sus vectores unitarios i, j, y k en las direcciones x, y, y z, entonces el producto vectorial, se expresa de esta forma bastante engorrosa:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \vec{i}(A_y B_z - A_z B_y) - \vec{j}(A_x B_z - A_z B_x) + \vec{k}(A_x B_y - A_y B_x)$$

que corresponde al desarrollo de la forma mas compacta de un [determinante del producto vectorial](#).



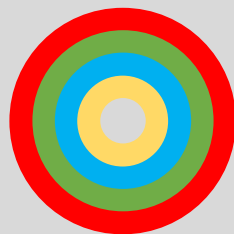
Determinante del Producto Vectorial

El producto vectorial se representa de forma compacta por medio de un determinante que para el caso de dimensión 3x3 tiene un desarrollo matemático conveniente:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

A partir de esta forma familiar, podemos desarrollarlo para obtener su forma expandida:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \vec{i}(A_y B_z - A_z B_y) - \vec{j}(A_x B_z - A_z B_x) + \vec{k}(A_x B_y - A_y B_x)$$

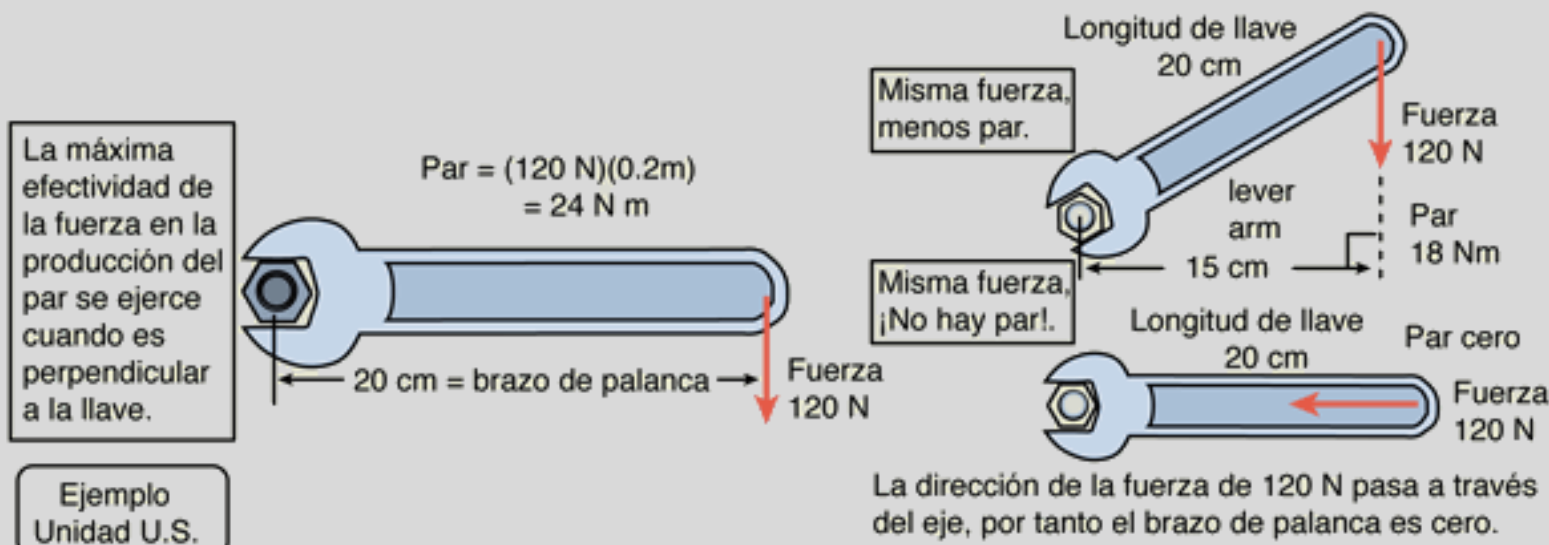


Par

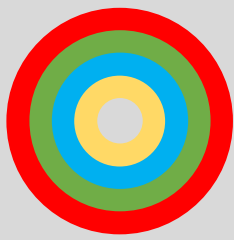
El par es, una influencia que tiende a cambiar el movimiento de rotación de un objeto. Una forma de cuantificar un par es

$$\text{Par} = \text{Fuerza aplicada} \times \text{brazo de palanca}$$

El brazo de palanca, se define como la distancia perpendicular desde el eje de rotación a la línea de acción de la fuerza.

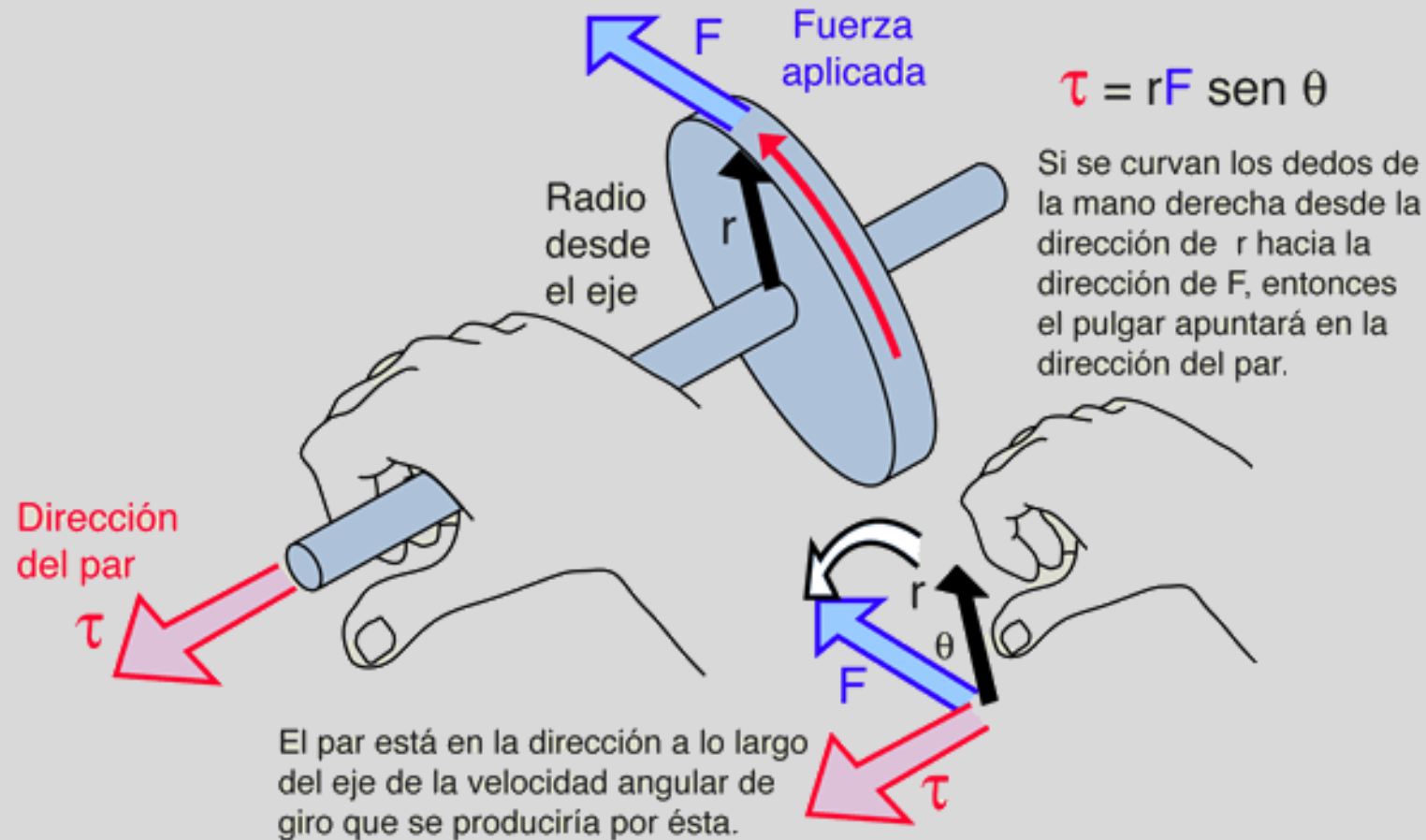


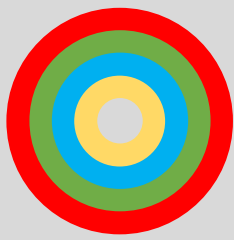
Tres ejemplos de ejercer un par de fuerza sobre una llave de 20 cm de longitud.



Regla de la Mano Derecha para Pares

El par es inherentemente una cantidad vectorial. Una parte del cálculo del par es la determinación de la dirección. La dirección es perpendicular a ambos, el radio del eje y la fuerza. Por convención, se elige en la dirección determinada por la regla de la mano derecha a lo largo del eje de rotación. El par está en la dirección de la velocidad angular que se produciría en ausencia de otras influencias. En general, el cambio en la velocidad angular está en la dirección del par.



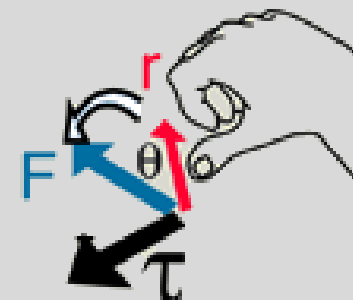
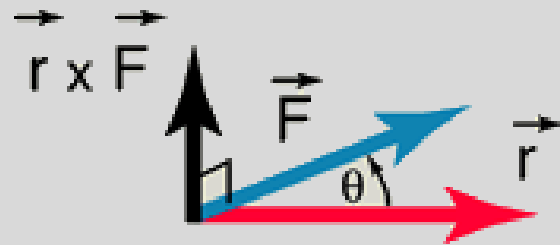


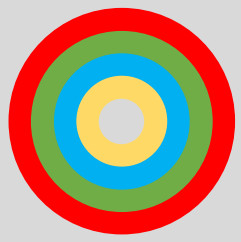
Par como Producto Vectorial

El par producido por una fuerza toma la forma de un producto vectorial.

Puede entrar cualquier valor en las casillas de los vectores unitarios de abajo. Luego pulse encima del símbolo del producto vectorial y/o del ángulo.

$$\tau = \vec{r} \times \vec{F} = r F \sin \theta$$





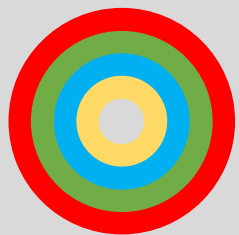
Mediciones en el laboratorio

Magnitud: Propiedad física que puede ser medida; p. ej., la temperatura, el peso, etc.

Mensurando: Magnitud particular sujeta a medición. Ejemplo: longitud (m), masa (kg). **VALOR(de una magnitud):** Expresión cuantitativa de una magnitud particular, generalmente en forma de una unidad de medida multiplicada por un número.

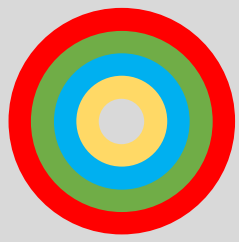
Unidad de medida: es una cantidad estandarizada de una determinada magnitud física, definida y adoptada por convención o por ley.

Cantidad: Porción de una magnitud. Cierta número de unidades.



Sistema Internacional de Unidades (SI)

Nombre	Símbolo típico	Nombre	Símbolo
Tiempo	t	segundo	s
Longitud	l, x, r, h	metro	m
Masa	m	kilogramo	kg
Corriente eléctrica	I, i	amperio	A
Temperatura termodinámica	T	kelvin	K
Cantidad de materia	n	mol	mol
Intensidad luminosa	I_v	candela	cd

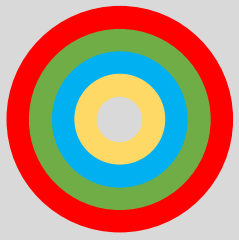


Constantes definitorias del SI

Las siete constantes definitorias son:

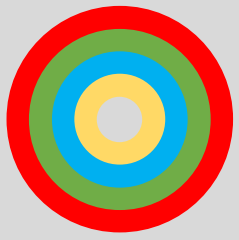
- la frecuencia hiperfina de cesio $\Delta\nu_{\text{Cs}}$
- la velocidad de la luz en el vacío c
- la constante de Planck h
- la carga elemental e
- la constante de Boltzmann k
- la constante de Avogadro N_A , y
- la eficacia luminosa de una radiación visible definida K_{cd}





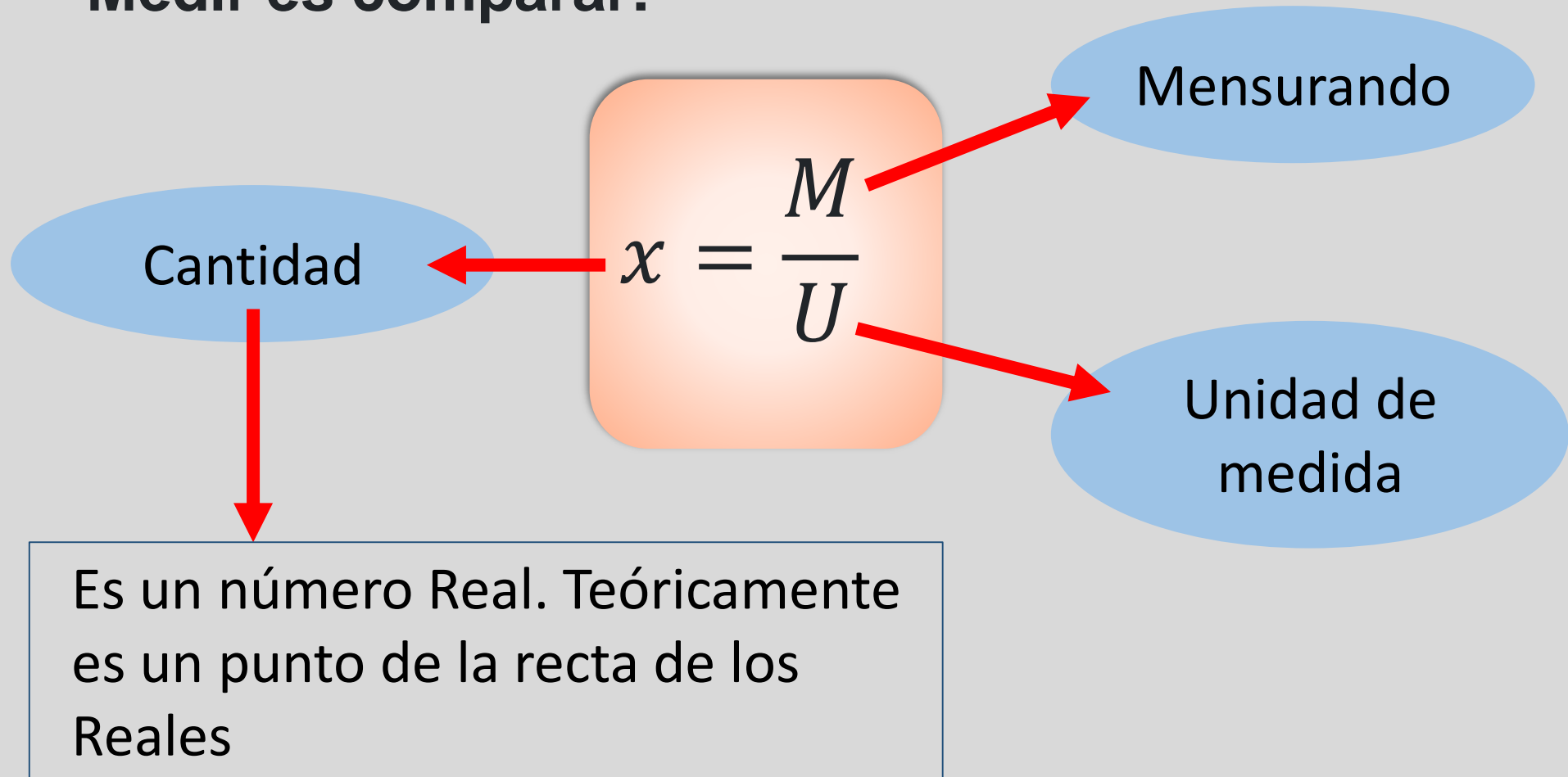
Sistema Internacional de Unidades

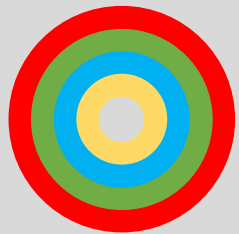
- la frecuencia de transición hiperfina del estado fundamental no perturbado del átomo de cesio 133, $\Delta\nu_{\text{Cs}}$ es 9 192 631 770 Hz,
- la velocidad de la luz en el vacío, c , es 299 792 458 m/s,
- la constante de Planck, h , es $6,626\,070\,15 \times 10^{-34}$ J s,
- la carga elemental, e , es $1,602\,176\,634 \times 10^{-19}$ C,
- la constante de Boltzmann, k , es $1,380\,649 \times 10^{-23}$ J/K,
- la constante de Avogadro, N_A , es $6.022\,140\,76 \times 10^{23}$ mol⁻¹,
- la eficacia luminosa de la radiación monocromática de frecuencia 540×10^{12} Hz, Kcd, es 683 lm/W,



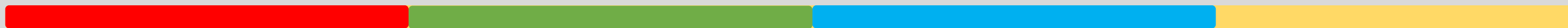
Mediciones

Medir es comparar:

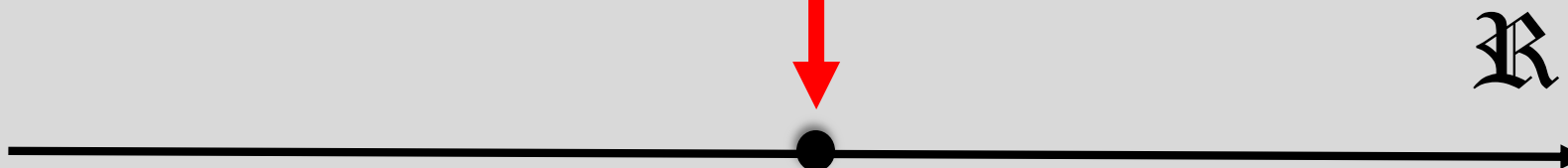




Mediciones



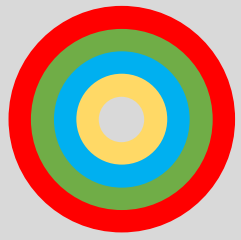
$$x = \frac{M}{U}$$



47,93... kg

Cantidad

Unidad de
medida

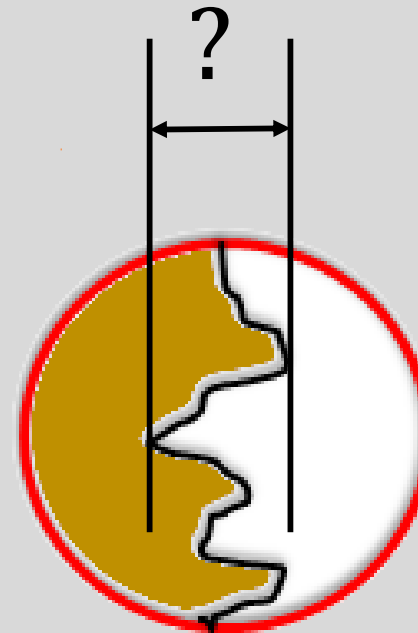
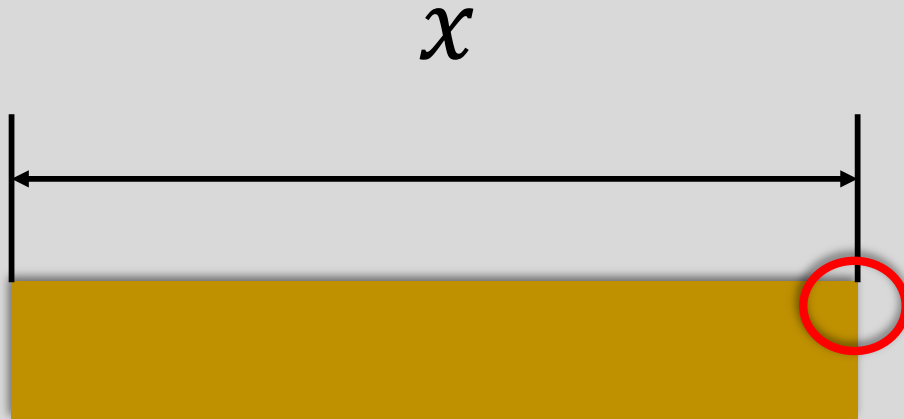


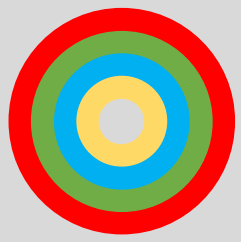
Incertidumbre

**De la propiedad
a medir**



Las propiedades a medir no
siempre están bien definidas



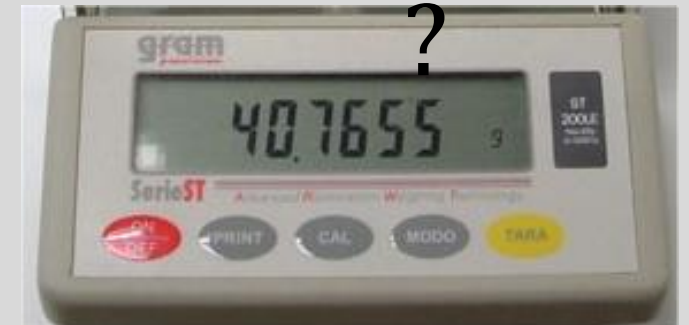
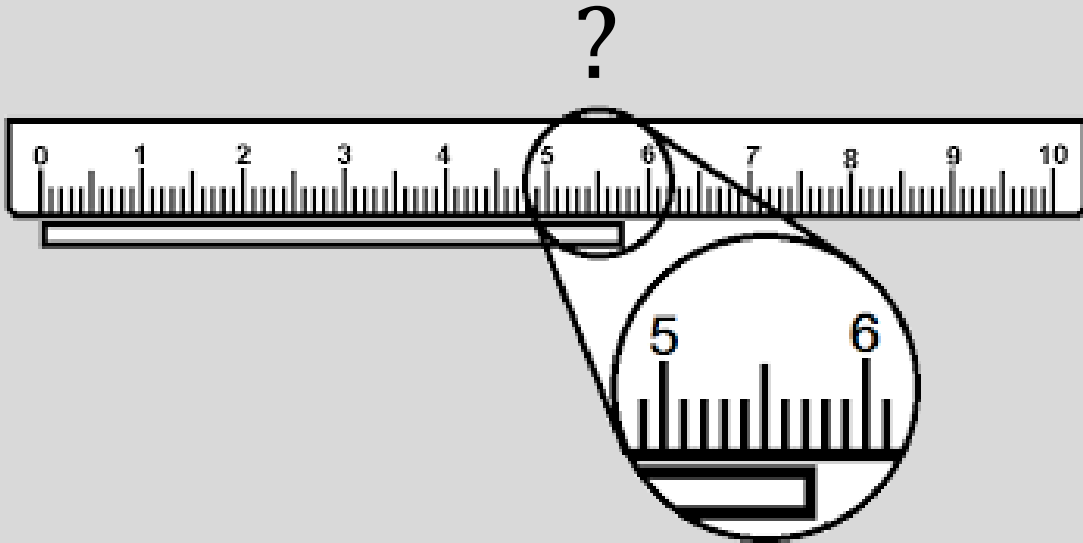


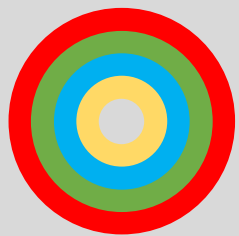
Incertidumbre

**Del instrumento
con el que se
mide**



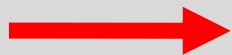
Todo instrumento aproxima en un intervalo de la unidad de medida:
Apreciación del Instrumento





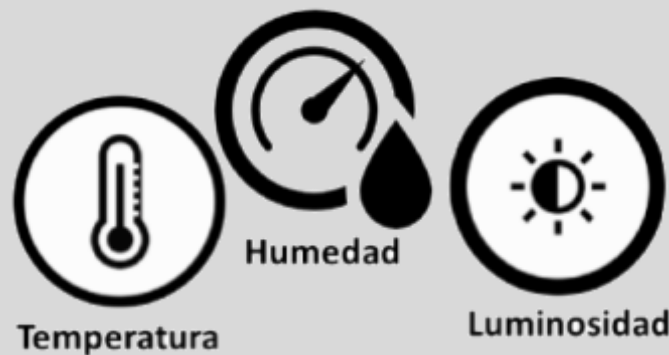
Incertidumbre

De los errores de medición

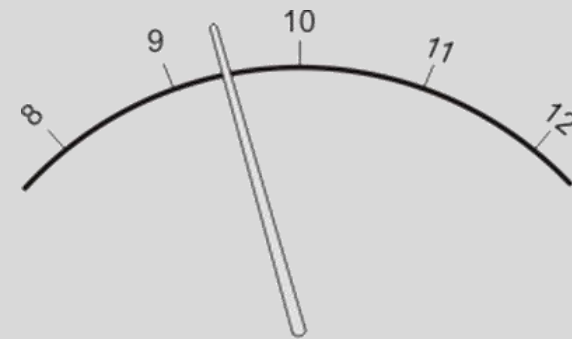


Provocados por el operador, el instrumento (errores iniciales) y las condiciones de contorno

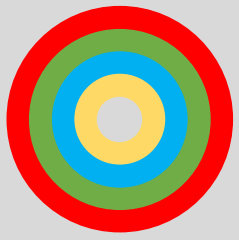
Errores de lectura (paralaje)



Errores debido a las condiciones ambientales



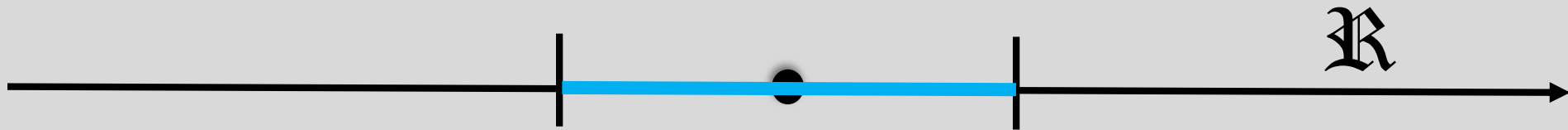
Errores debido a los instrumentos de medición



Incertidumbre

Resultado de la medición

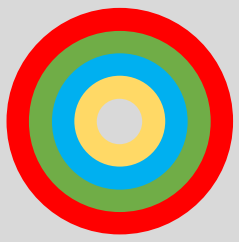
Es un intervalo de la recta de los Reales. Es un segmento de recta.



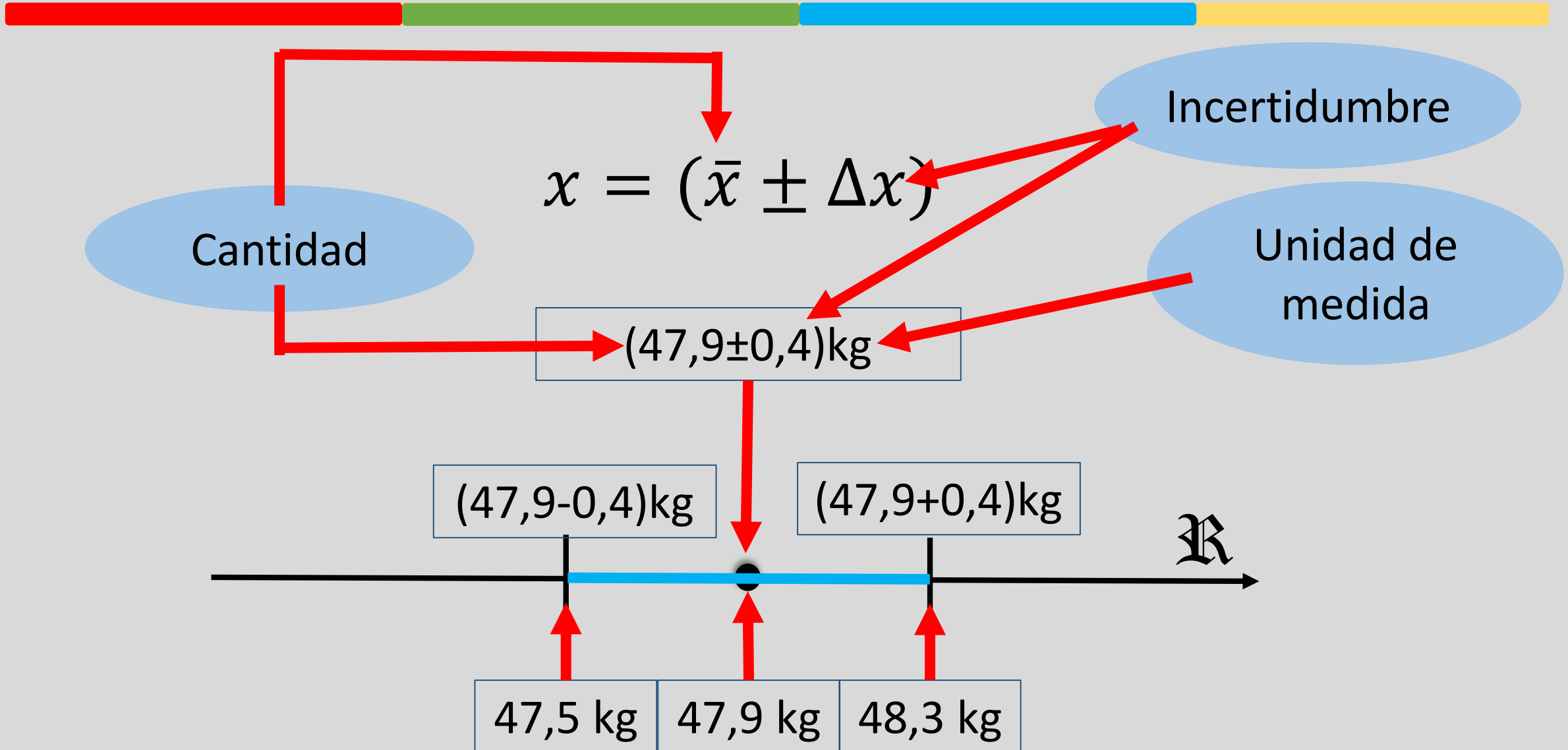
$$x = (\bar{x} \pm \Delta x)$$

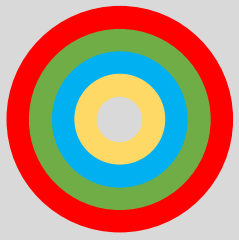
El valor mas probable se redondea a la misma posición decimal de la incertidumbre

La incertidumbre se escribe con una sola cifra significativa



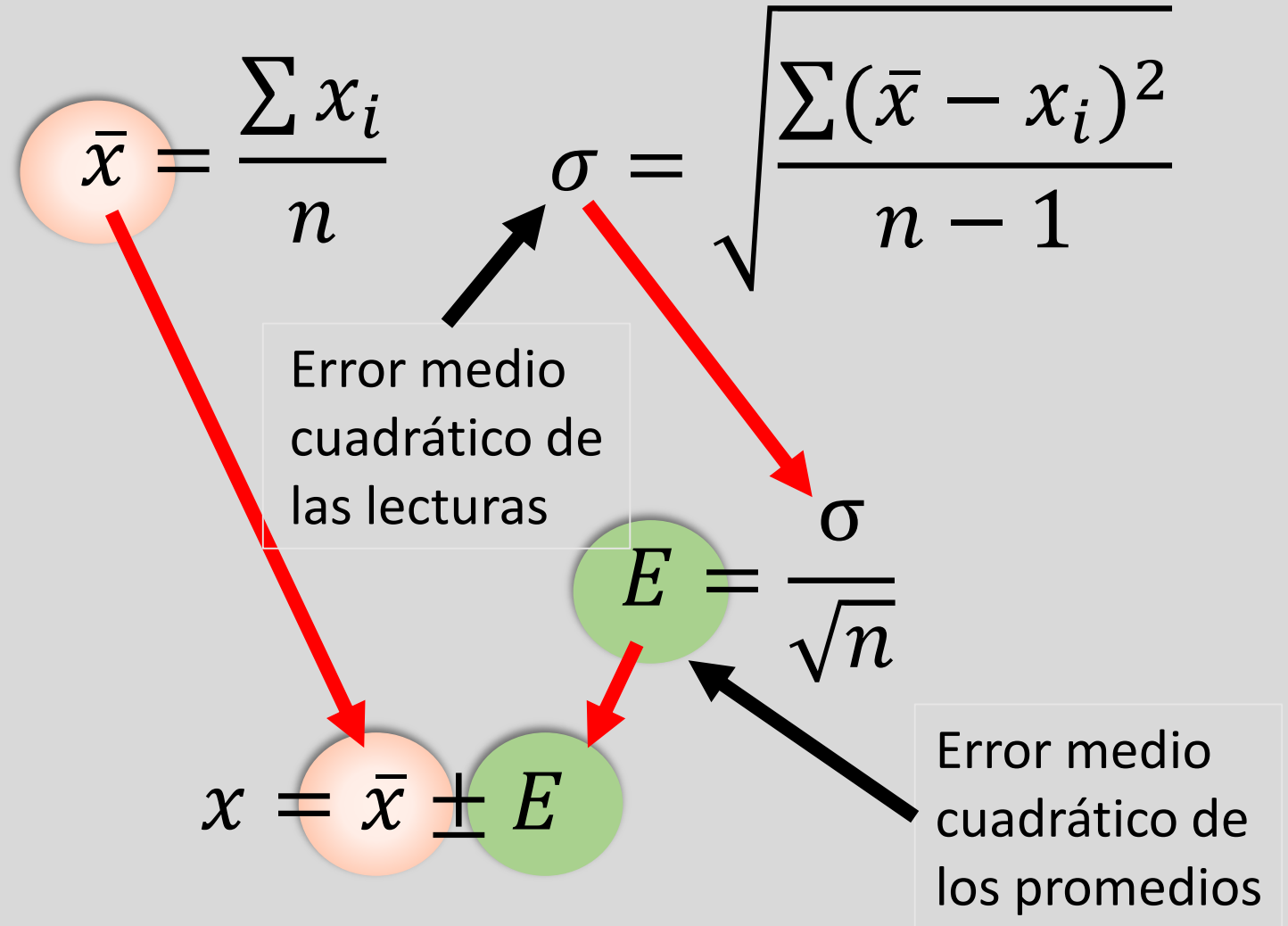
Medición con incertidumbre

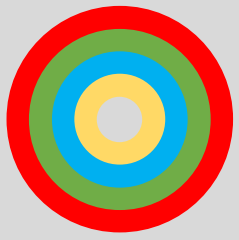




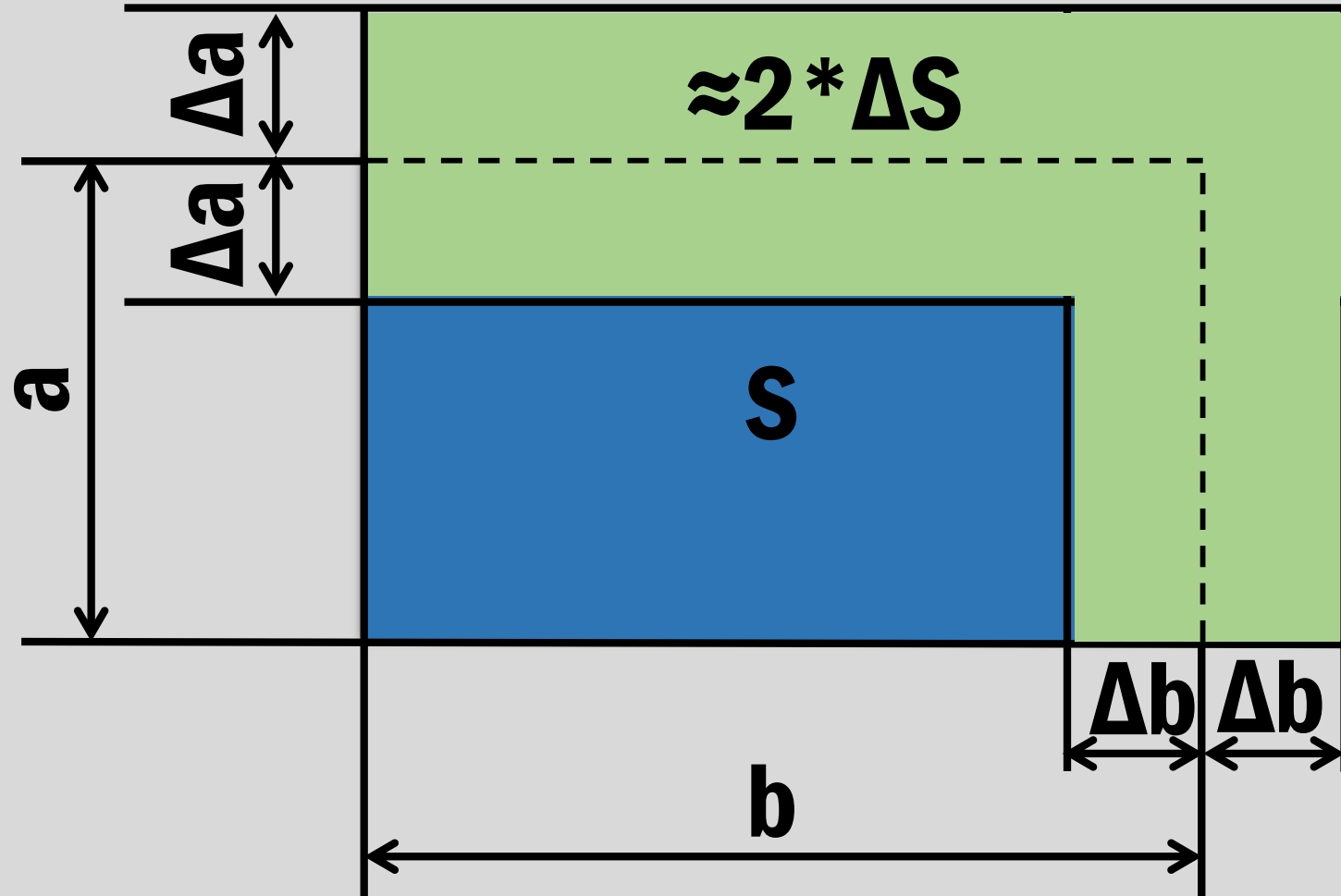
Medición directa con incertidumbre

Lectura	Valor
1	33,5 cm
2	33,6 cm
3	33,3 cm
...	...
n-2	33,5 cm
n-1	33,7 cm
n	33,9 cm

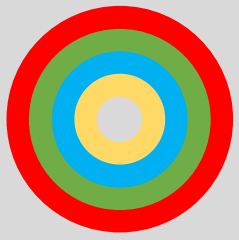




Medición indirecta con incertidumbre



$S \pm \Delta S$

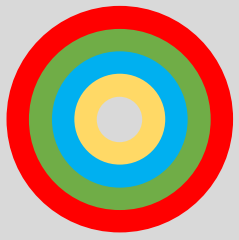


Medición indirecta con incertidumbre

$$w = f(x; y; z; \dots)$$

Una medición $\longrightarrow \Delta w = \frac{\partial w}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial w}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial w}{\partial z} \Delta z \dots$

Mas de una medición $\longrightarrow \Delta w = \sqrt{\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 \Delta x^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 \Delta y^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2 \Delta z^2 + \dots}$



Medición indirecta con incertidumbre

*Propagación de incertidumbres procedimiento simplificado:
Sean $A; B; C; \dots$ variables medidas en forma directa, n un numero real e Y una función de las variables $A; B; C; \dots$*

$$Y = A + B \rightarrow \Delta Y = \Delta A + \Delta B$$

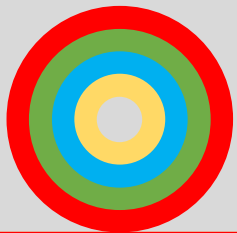
$$Y = A - B \rightarrow \Delta Y = \Delta A + \Delta B$$

$$Y = A * B \rightarrow \frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B}$$

$$Y = \frac{A}{B} \rightarrow \frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B}$$

$$Y = A^n \rightarrow \frac{\Delta Y}{Y} = n * \frac{\Delta A}{A}$$

$$Y = \sqrt[n]{A} \rightarrow \frac{\Delta Y}{Y} = \frac{1}{n} * \frac{\Delta A}{A}$$



Bibliografía

- Bureau International des Poids et Mesures. <https://www.bipm.org/fr/>
- Capuano V. (2020) Apuntes de clases teóricas. Cátedra de Física I para ciencias Biológicas de la FCEfyN de la UNC. https://fcefynt.aulavirtual.unc.edu.ar/pluginfile.php/865192/mod_resource/content/2/libro%20de%20F%C3%ADsica%20I%20Vicente%20Capuano.pdf
- Hyperphysics (© C. R. Nave, 2010). Carl R. (Rod) Nave. Department of Physics and Astronomy. Georgia State University. Atlanta, Georgia 30302-4106. <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/>
- Ortuño, M. (2019). Física para las ciencias de la vida. Editorial Tébar Flores. <https://elibro.net/es/ereader/bmayorunc/124788>
- Pérez Montiel, H. (2016). Física General. Grupo Editorial Patria. <https://elibro.net/es/ereader/bmayorunc/40438>
- Wikipedia. Enciclopedia libre. <https://es.wikipedia.org/>
- Ling S. J. (2022) Física universitaria. Vol. 1. OpenStax. ISBN-13: 978-1-711494-63-0. CC BY. <https://openstax.org/details/books/f%C3%ADsica-universitaria-volumen-1>
- Introducción a la metrología, normas y análisis básico de mediciones (video) https://youtu.be/SeczOCvImco?si=Tj52VeL_KLoblEqr



@ Javier Martín 2024

Esta obra está bajo una [Licencia Creative Commons Atribución-CompartirIgual 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/).