

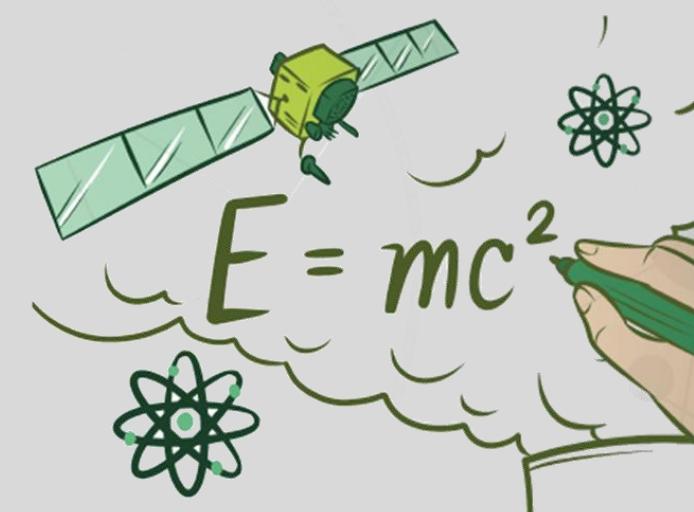
Física I



Unidad 2: Estática

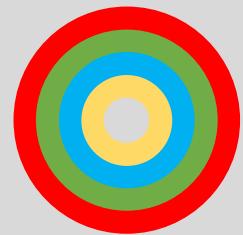


Ing. Javier Martín - 2024



@ Javier Martín 2024

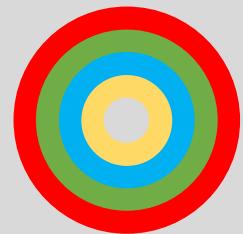
Esta obra está bajo una [Licencia Creative Commons Atribución-CompartirIgual 4.0 Internacional..](#)



Estática



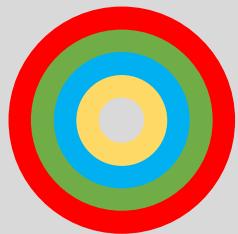
Sobre el equilibrio
de los cuerpos



Principios fundamentales de la Mecánica

El estudio de la mecánica elemental descansa sobre seis principios fundamentales basados en la evidencia experimental.

- La ley del paralelogramo para la adición de fuerzas.
- Principio de transmisibilidad
- Primer principio de Newton (Inercia)
- Segundo principio de Newton (Masa)
- Tercer principio de Newton (Acción y reacción)
- Ley de la Gravitación Universal de Newton



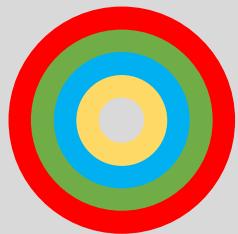
Ecuaciones de equilibrio

Para el caso general de una cuerpo rígido en **tres dimensiones**, se pueden plantear las dos condiciones de equilibrio de la siguiente forma:

$$\Sigma \mathbf{F} = 0 \quad \Sigma \mathbf{M}_O = \Sigma (\mathbf{r} \times \mathbf{F}) = 0$$

A partir de estas dos ecuaciones vectoriales se pueden obtener **seis ecuaciones escalares** por cada cuerpo rígido que permiten resolver hasta tres incógnitas por cada cuerpo:

$$\begin{array}{lll} \Sigma F_x = 0 & \Sigma F_y = 0 & \Sigma F_z = 0 \\ \Sigma M_x = 0 & \Sigma M_y = 0 & \Sigma M_z = 0 \end{array}$$



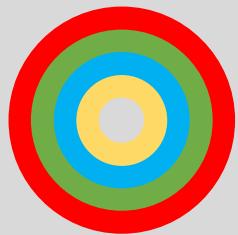
Ecuaciones de equilibrio

Para el caso general de una cuerpo rígido en **dos dimensiones**, se pueden plantear las dos condiciones de equilibrio de la siguiente forma:

$$\sum \mathbf{F} = 0 \quad \sum \mathbf{M}_O = \sum (\mathbf{r} \times \mathbf{F}) = 0$$

A partir de estas dos ecuaciones vectoriales se pueden obtener **tres ecuaciones escalares** por cada cuerpo rígido que permiten resolver hasta tres incógnitas por cada cuerpo:

$$\begin{aligned}\sum F_x &= 0 & \sum F_y &= 0 \\ \sum M_z &= 0\end{aligned}$$



Ecuaciones de equilibrio 3D

Dos ecuaciones
Vectoriales

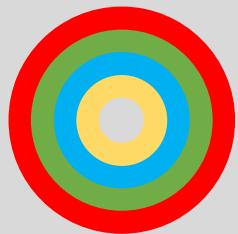
$$\sum \vec{F} = \sum F_x \mathbf{i} + \sum F_y \mathbf{j} + \sum F_z \mathbf{k} = 0$$

Seis ecuaciones
Escalares

$$\sum \overrightarrow{M_o} = \sum M_{ox} \mathbf{i} + \sum M_{oy} \mathbf{j} + \sum M_{oz} \mathbf{k} = 0$$

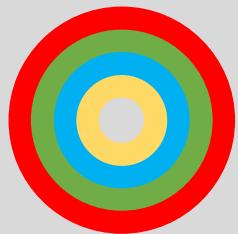
$$\begin{aligned}\sum F_x &= 0 (\mathbf{i}) \\ \sum F_y &= 0 (\mathbf{j}) \\ \sum F_z &= 0 (\mathbf{k})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum M_{ox} &= 0 (\mathbf{i}) \\ \sum M_{oy} &= 0 (\mathbf{j}) \\ \sum M_{oz} &= 0 (\mathbf{k})\end{aligned}$$

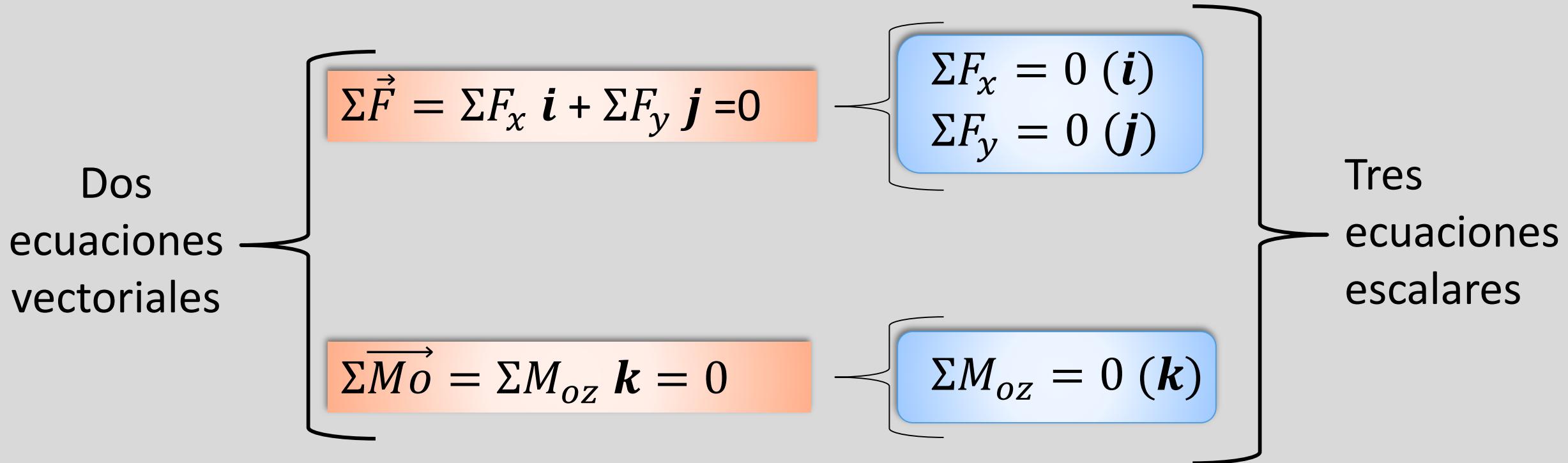


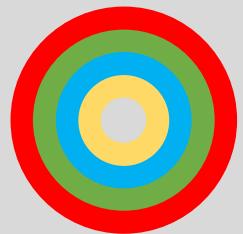
Ecuaciones de equilibrio 3D

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c} & X_1 & X_2 & X_3 & X_4 & X_5 & X_6 & & & & & \\ \hline & a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} & X_1 & b_1 & (i) & & \\ & a_{21} & a_{21} & a_{21} & a_{21} & a_{21} & a_{21} & X_2 & b_2 & (j) & & \\ & a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} & X_3 & b_3 & (k) & & \\ \hline & a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} & X_4 & b_4 & (i) & \Sigma \vec{F} = 0 & \\ & a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} & a_{56} & X_5 & b_5 & (j) & & \\ & a_{61} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} & a_{56} & X_6 & b_6 & (k) & & \\ \hline \end{array} * \begin{array}{c|c|c|c|c|c} & X_1 & X_2 & X_3 & X_4 & X_5 & X_6 \end{array} = \begin{array}{c|c|c|c|c|c} & b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 & b_6 \end{array} \quad \Sigma \overrightarrow{Mo} = 0$$



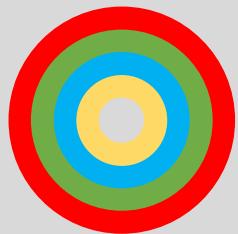
Ecuaciones de equilibrio 2D





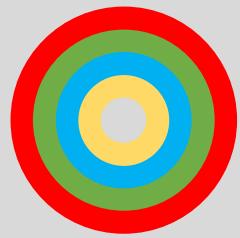
Ecuaciones de equilibrio 2D

$$\begin{array}{c|c|c} X_1 & X_2 & X_3 \\ \hline \left. \begin{array}{ccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{21} & a_{21} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{array} \right. & * & \left. \begin{array}{c} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{array} \right. \\ \hline \end{array} = \left. \begin{array}{c} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{array} \right. \left. \begin{array}{c} (\textbf{i}) \\ (\textbf{j}) \\ (\textbf{k}) \end{array} \right\} \quad \sum \vec{F} = 0$$
$$\sum \overrightarrow{Mo} = 0$$



Planteo de las Ecuaciones de equilibrio

1. Operativamente, en primer lugar, se realiza un **diagrama de cuerpo libre** que consiste en un esquema o dibujo donde se explicitan las **fuerzas y los vectores de posición**.
2. Despues, se calculan todos los momentos de las fuerzas.
3. A continuación se suman las componentes de las fuerzas por una parte y de los momento por otra y se igualan a cero, se obtienen así las ecuaciones escalares. Se observa que a través de una selección cuidadosa del punto donde se calculan los momentos se pueden eliminar algunas componentes desconocidas (incógnitas) de las ecuaciones.
4. Finalmente se resuelven la ecuaciones

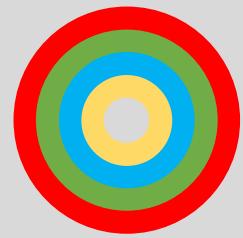


Reacciones en puntos de apoyo y conexiones

En una estructura, las reacciones abarcan desde una sola fuerza de dirección conocida, que ejerce una superficie sin fricción, hasta un sistema fuerza y momentos ejercido por un apoyo fijo (empotrado).

En los problemas que involucran el equilibrio de un cuerpo rígido tridimensional pueden existir entre una y seis incógnitas asociadas con la reacción correspondiente a cada apoyo o conexión.

Una forma sencilla de determinar tanto el tipo de reacción correspondiente a un apoyo o conexión, como el número de incógnitas involucradas, consiste en establecer cuáles son los movimientos que están permitidos y cuales están restringidos.

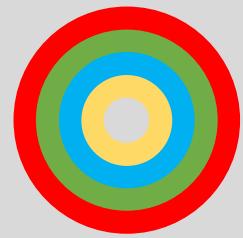


Reacciones en puntos de apoyo y conexiones

Por ejemplo, los apoyos de bola y cuenca o de rótula, las superficies sin fricción y los cables sólo impiden la translación en una dirección y, por tanto, ejercen una sola fuerza cuya línea de acción es conocida.

Los rodillos sobre superficies rugosas y las ruedas sobre rieles impiden la translación en dos direcciones; por consiguiente, las reacciones correspondientes consisten en dos componentes de fuerza desconocidas.

Las superficies rugosas en contacto directo y las rótulas impiden la translación en tres direcciones; por tanto estos apoyos involucran tres componentes de fuerza desconocidas.

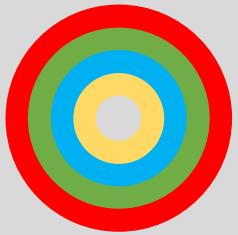


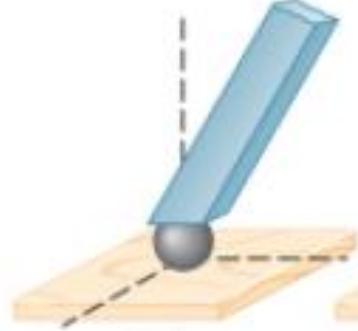
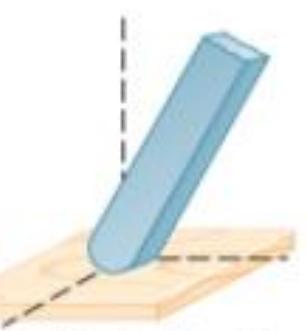
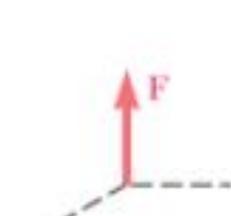
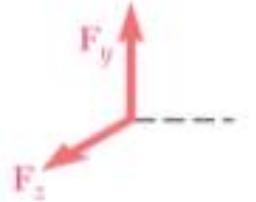
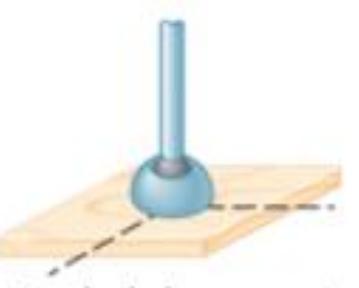
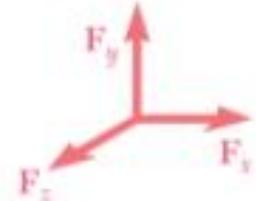
Reacciones en puntos de apoyo y conexiones

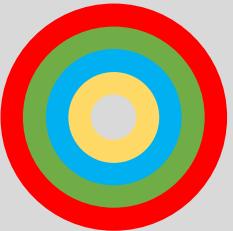
Algunos apoyos y conexiones pueden impedir la rotación y la translación; en estos casos, las reacciones correspondientes incluyen tanto momentos como fuerzas.

Por ejemplo, la reacción en un apoyo fijo, la cual impide cualquier movimiento (tanto de rotación como de translación), consiste en tres fuerzas y tres momentos, todos desconocidos. Una junta universal diseñada para permitir la rotación alrededor de dos ejes ejercerá una reacción que consiste en tres componentes de fuerza y un momento, todos desconocidos.

Reacciones en 3D

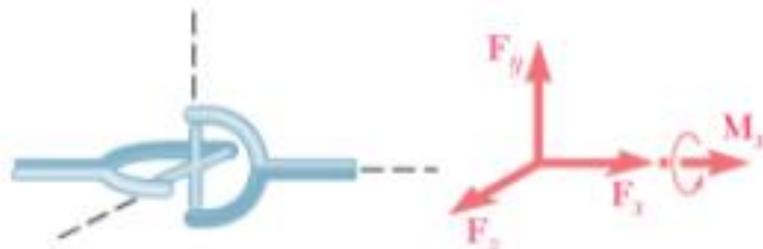


 Bola	 Superficie sin fricción	 Fuerzas con línea de acción conocida (una incógnita)	 Cable	 Fuerza con línea de acción conocida (una incógnita)
 Rodillo sobre superficie rugosa	 Rueda sobre riel	 Dos componentes de fuerza		
 Superficie rugosa	 Rótula (bola y cuenca)	 Tres componentes de fuerza		

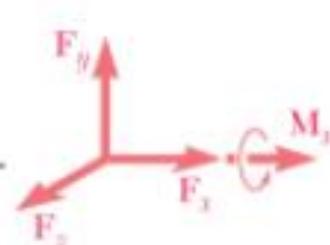


Reacciones en 3D

1



Junta o unión universal



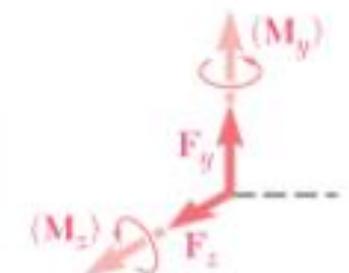
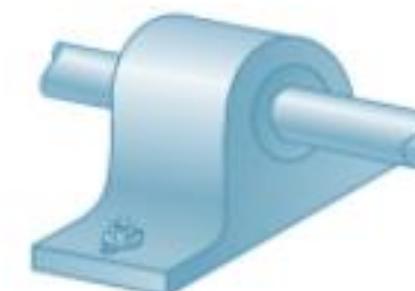
Tres componentes de fuerza y un par



Tres componentes de fuerza y tres pares



Bisagra y cojinete que soportan sólo carga radial



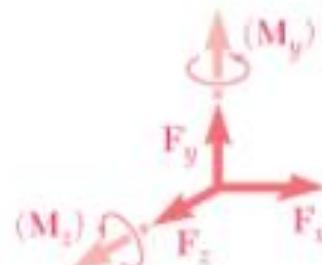
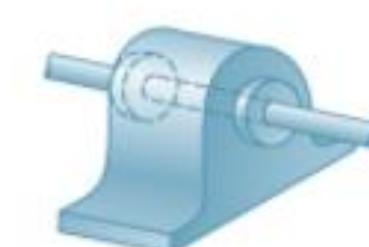
Dos componentes de fuerza (y dos pares)



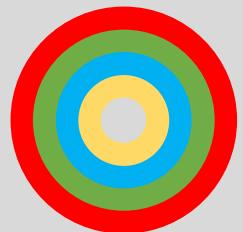
Pasador y ménsula



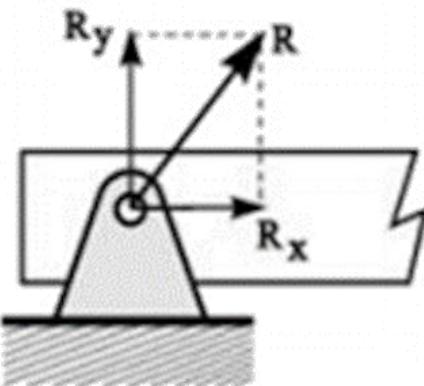
Bisagra y cojinete que soportan empuje axial y carga radial



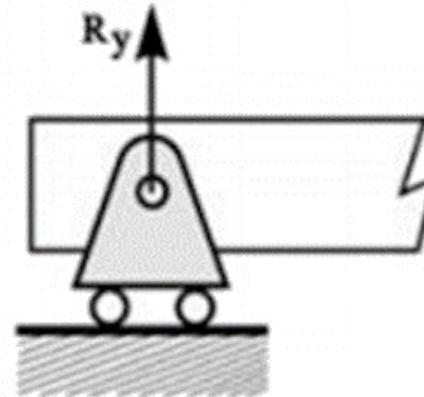
Tres componentes de fuerza (y dos pares)



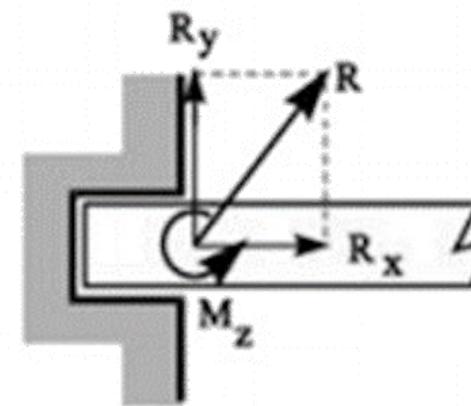
Reacciones en 2D



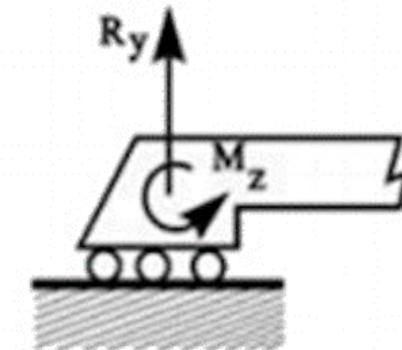
Apoyo Articulado Fijo



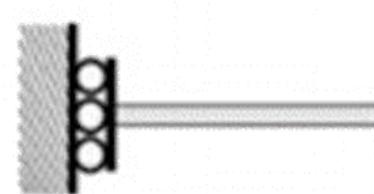
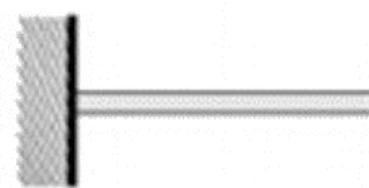
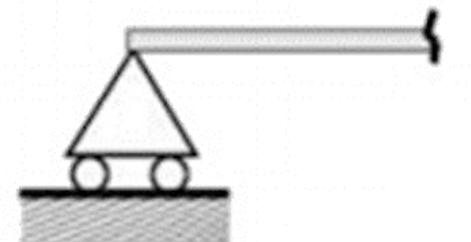
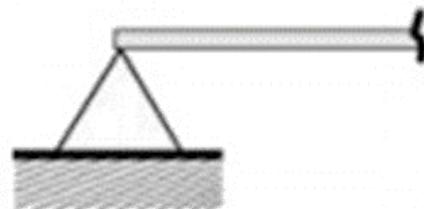
Apoyo Articulado Movil

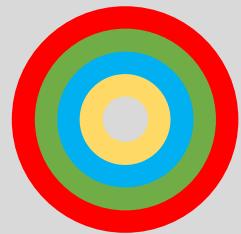


Empotramiento



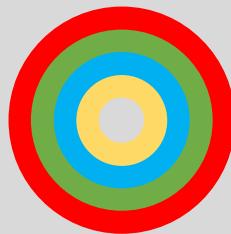
Empotramiento Movil





Casos especiales





Fuerzas colineales

A diagram showing two teams of people pulling on opposite ends of a rope. The team on the left pulls with force F_1 to the right, and the team on the right pulls with force F_2 to the left. The net force R is shown pointing to the right.

De igual sentido:

A diagram showing two parallel horizontal vectors, \vec{F}_1 and \vec{F}_2 , both pointing to the right. Their resultant vector \vec{R} is also shown pointing to the right.

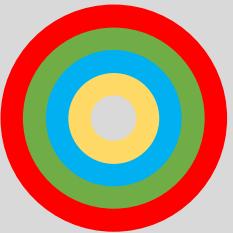
De sentido contrario:

A diagram showing two parallel horizontal vectors, \vec{F}_2 pointing to the left and \vec{F}_1 pointing to the right, such that \vec{F}_2 is longer than \vec{F}_1 . Their resultant vector \vec{R} is shown pointing to the left.

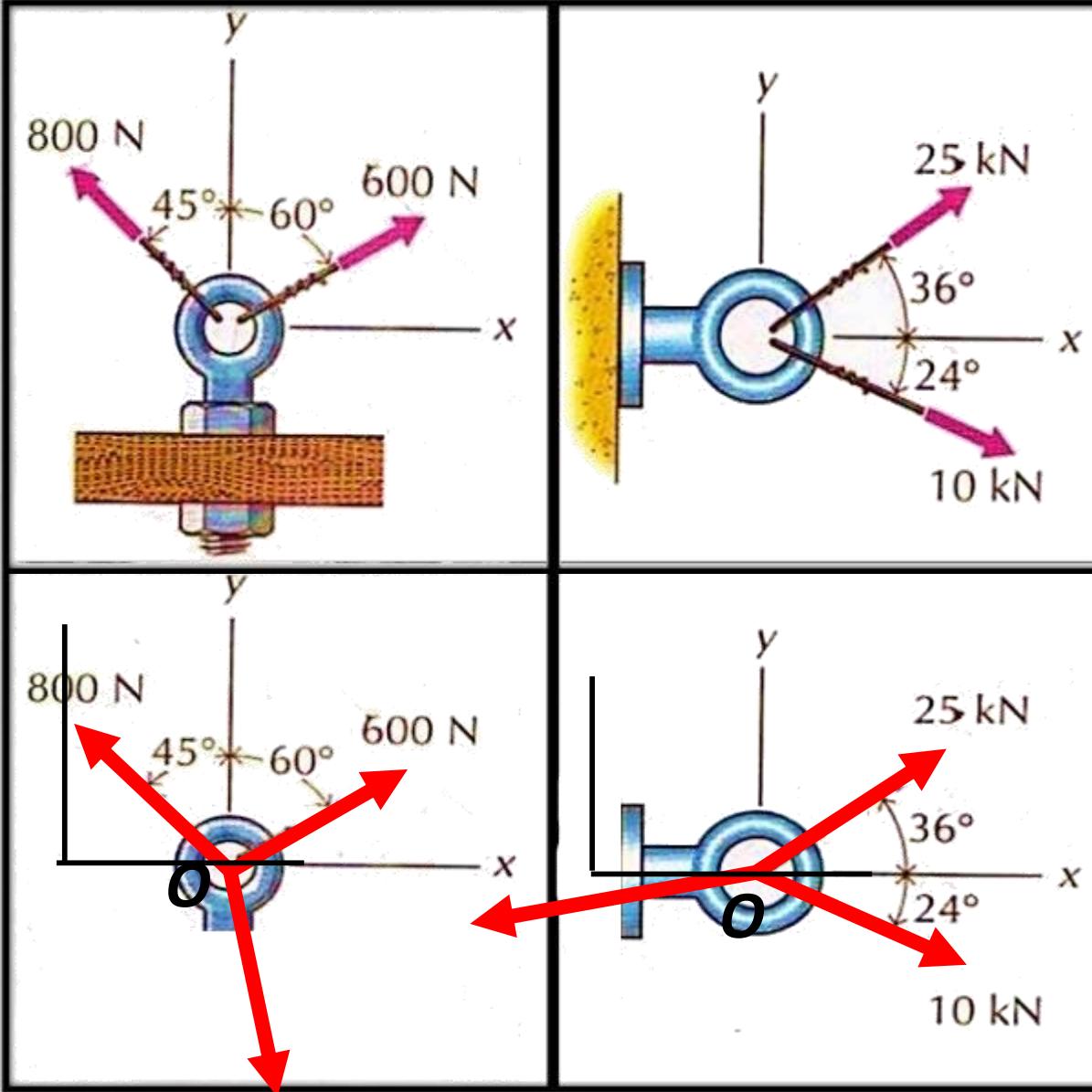
$$\Sigma \mathbf{F} = 0$$

$$\Sigma F_x = 0$$

~~$$\Sigma \mathbf{M}_O = 0$$~~

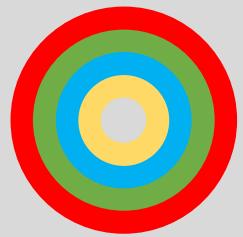


Fuerzas concurrentes

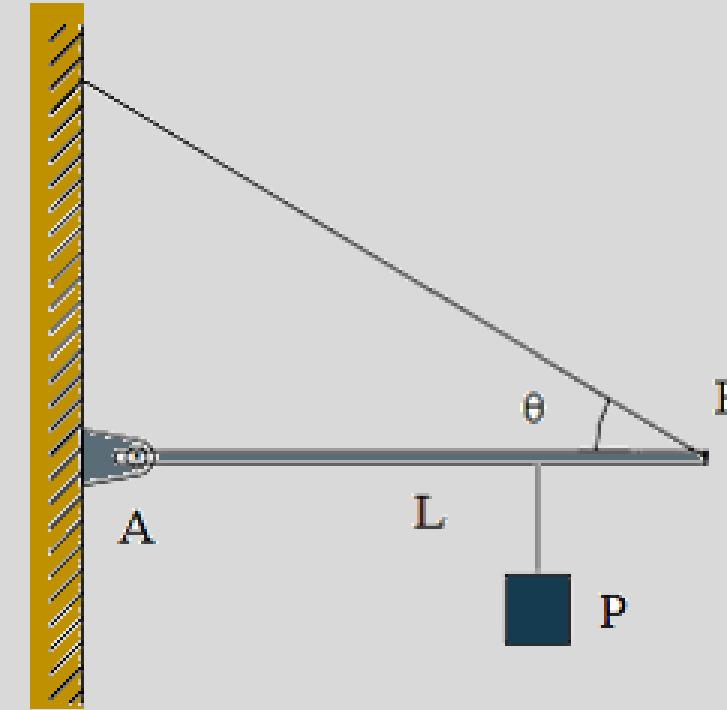
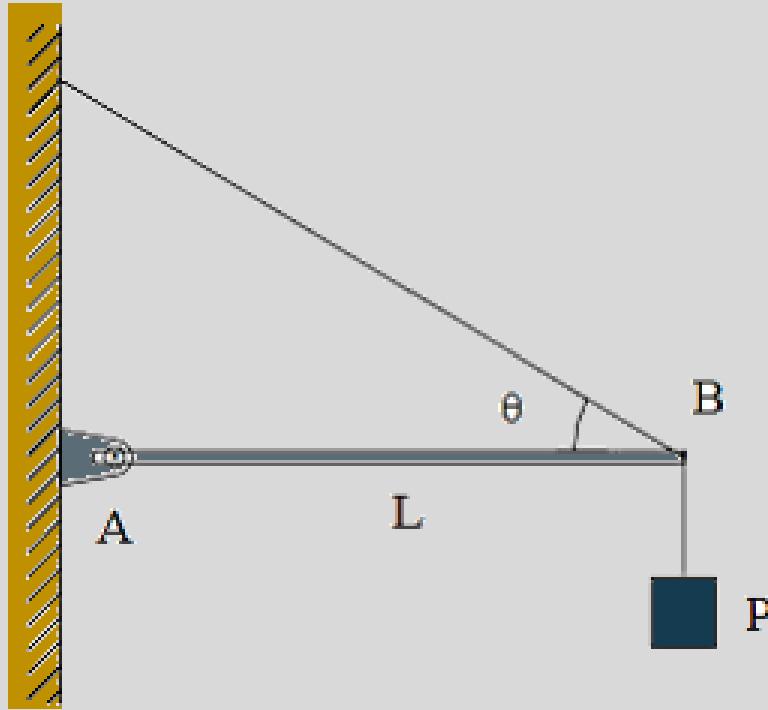


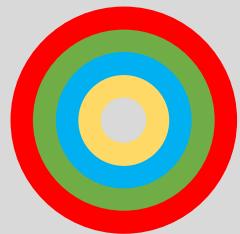
$$\Sigma \mathbf{F} = 0$$

~~$$\Sigma M_O = 0$$~~

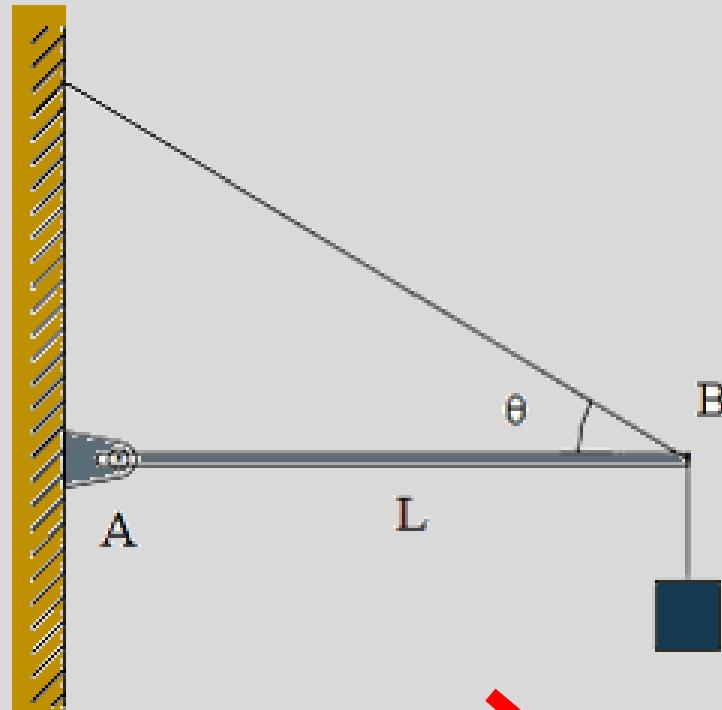


Cuerpo rígido



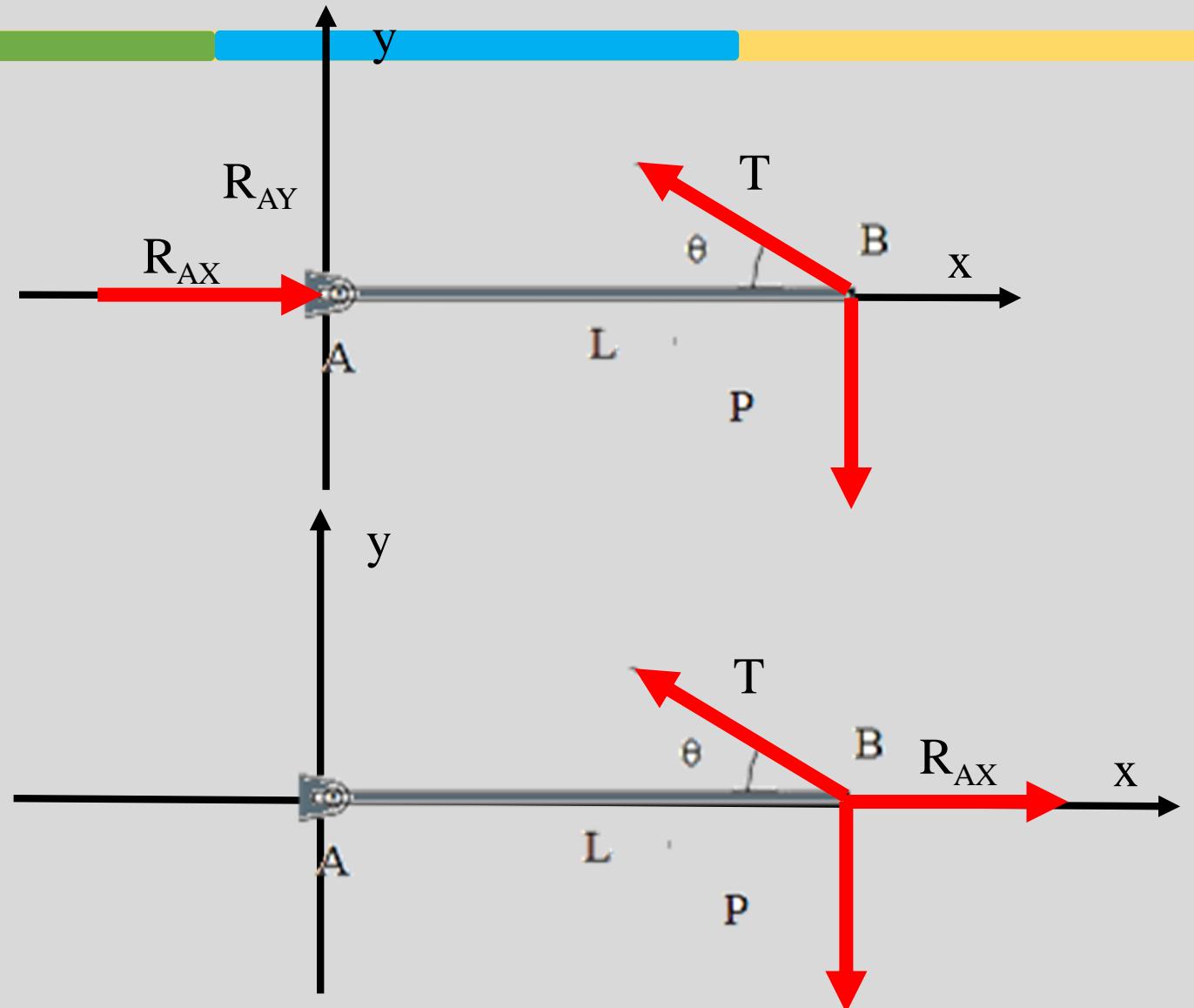


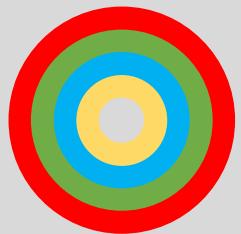
Cuerpo rígido



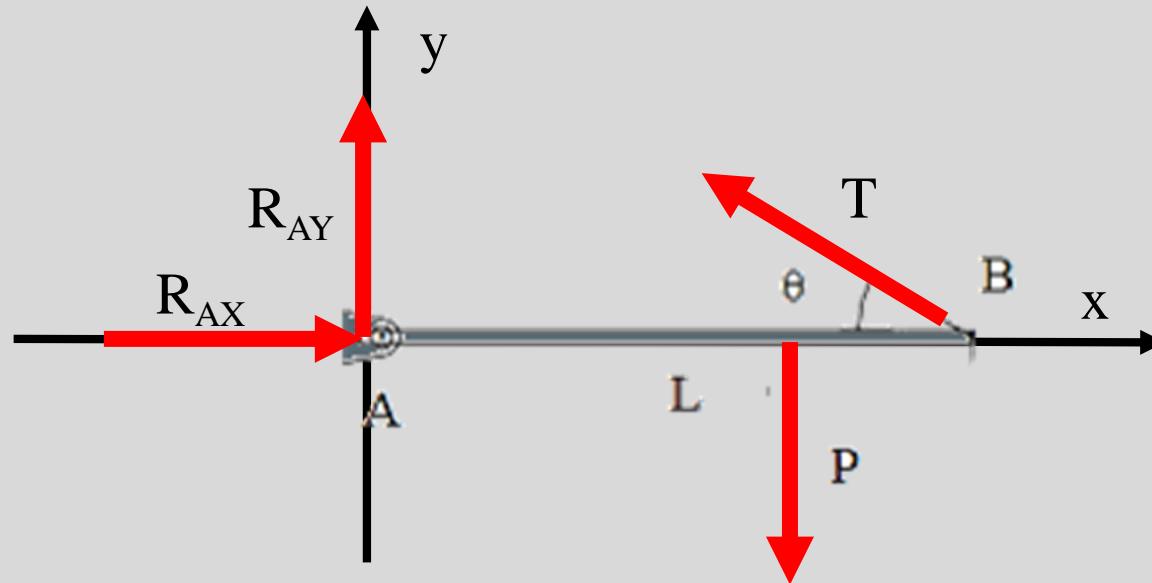
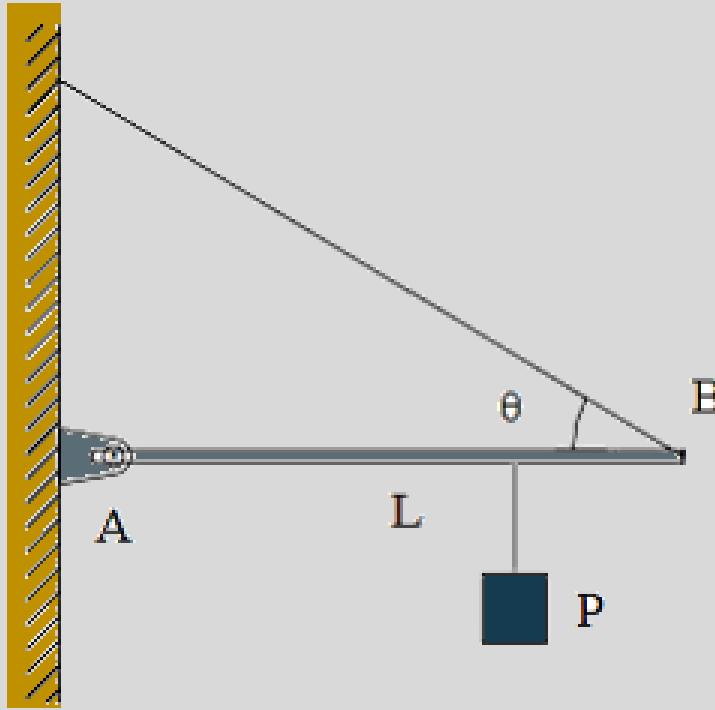
$$\Sigma \mathbf{F} = 0$$

$$\Sigma \mathbf{M}_A = 0$$



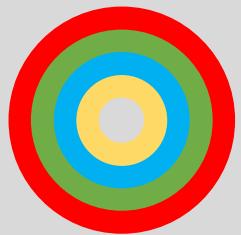


Cuerpo rígido

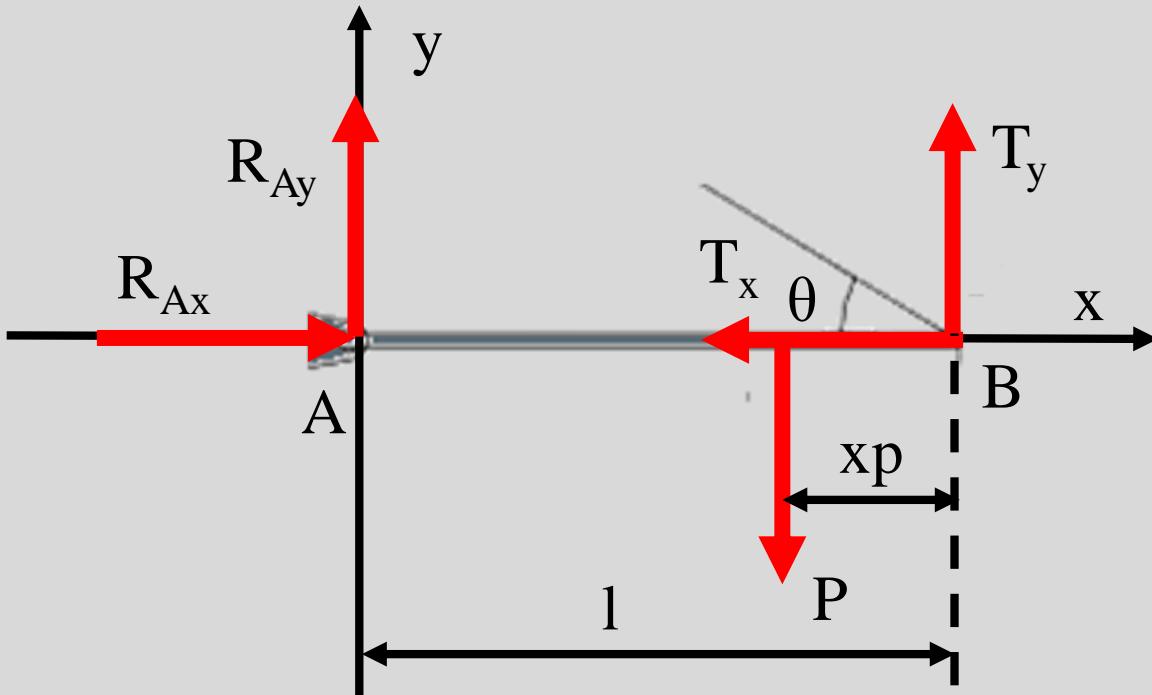


$$\Sigma \mathbf{F} = 0$$

$$\Sigma \mathbf{M}_O = 0$$



Cuerpo rígido



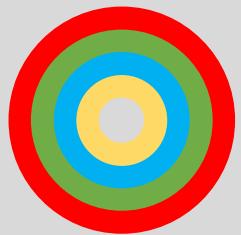
$$1) \sum F_x = R_{Ax} - T_x = 0$$

$$2) \sum F_y = R_{Ay} - P + T_y = 0$$

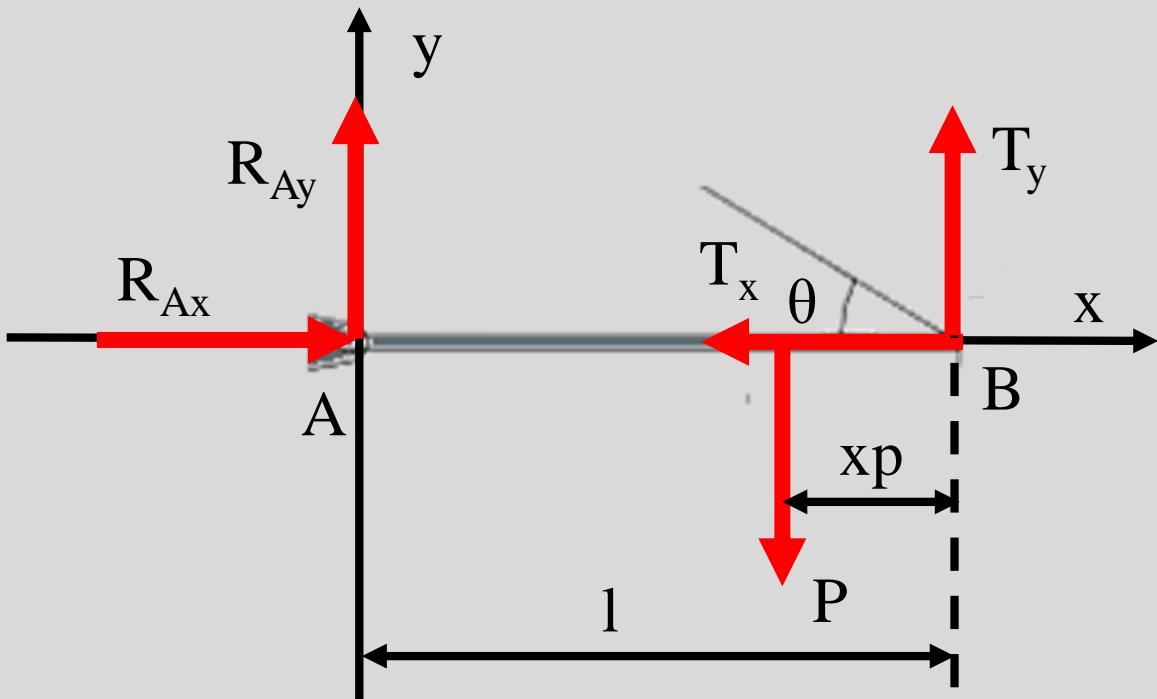
$$3) \sum Mf_B = -R_{Ay} * l + P * xp = 0$$

$$4) T_x = T * \cos \theta$$

$$5) T_y = T * \sin \theta$$



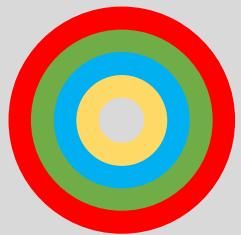
Cuerpo rígido



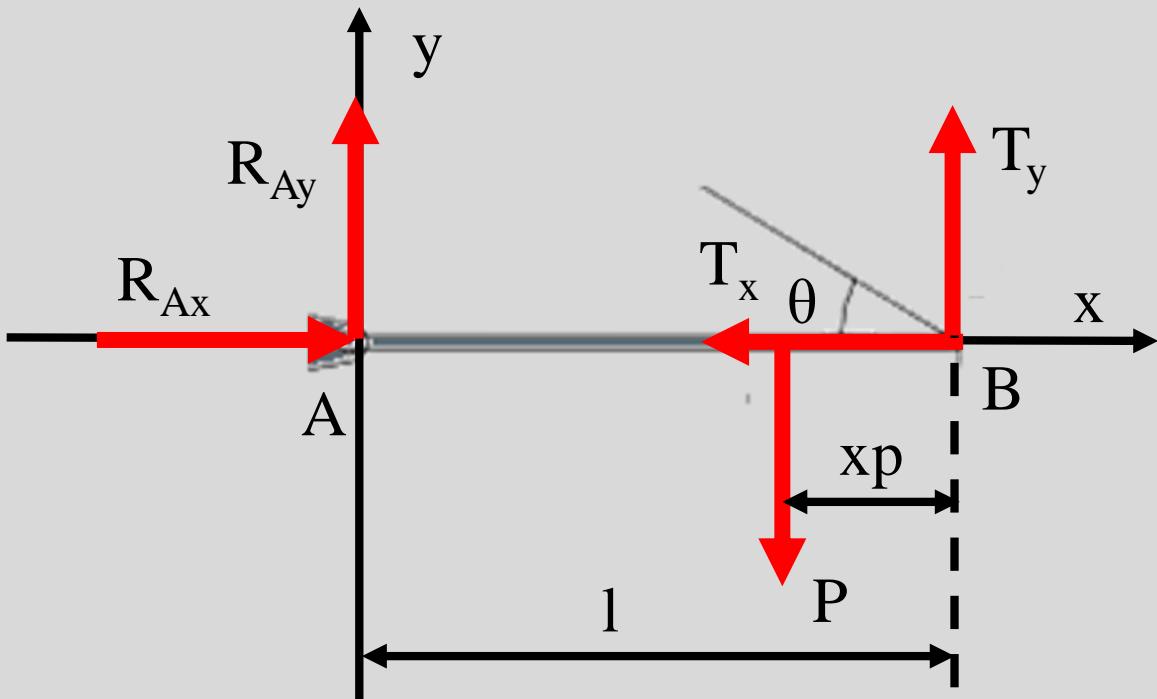
$$6) \sum F_x = R_{Ax} - T * \cos \theta = 0$$

$$7) \sum F_y = R_{Ay} + T * \sin \theta - P = 0$$

$$8) \sum Mf_B = -R_{Ay} * l + P * xp = 0$$



Cuerpo rígido



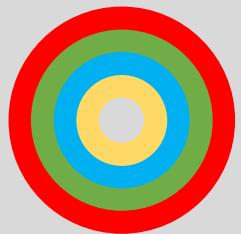
$$6) \sum F_x = R_{Ax} - T * \cos \theta = 0$$

$$7) \sum F_y = R_{Ay} + T * \sin \theta - P = 0$$

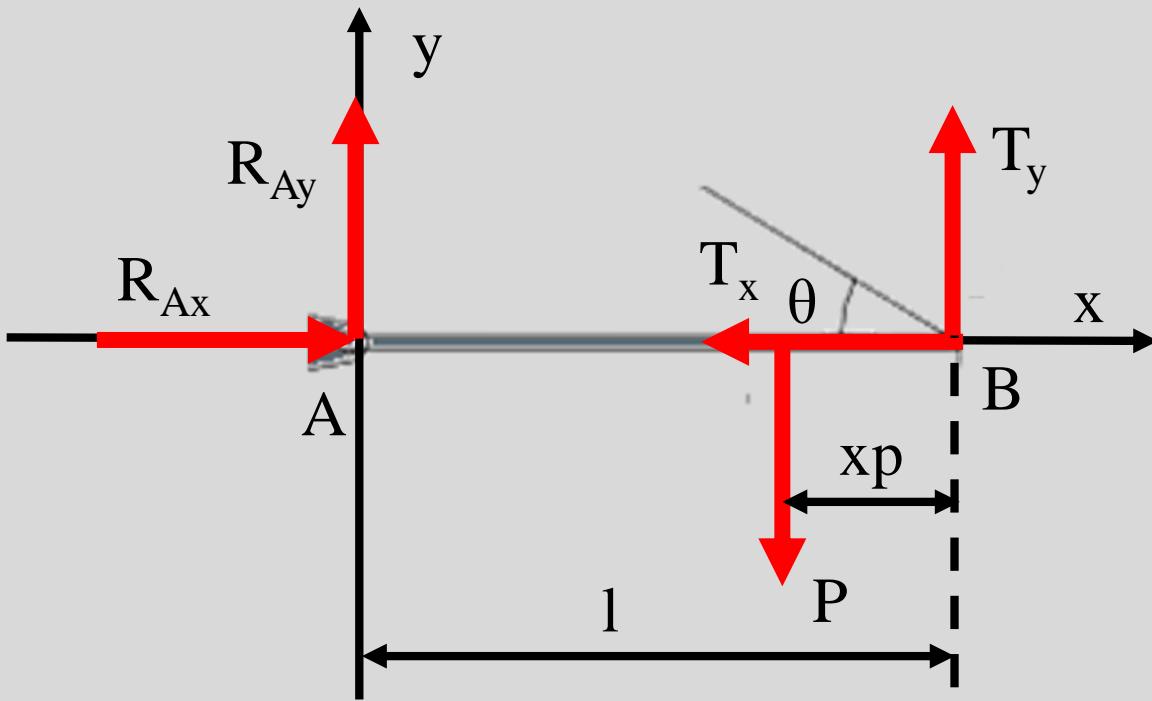
$$8) \sum Mf_B = -R_{Ay} * l + P * x_p = 0$$

Dato

Incógnita



Cuerpo rígido



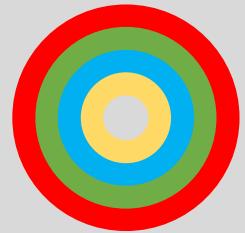
$$\text{De 8} \rightarrow R_{Ay} = \frac{P * xp}{l}$$

$$\text{De 7} \rightarrow T = \frac{P - R_{Ay}}{\sin \theta} = \frac{P(1 - \frac{xp}{l})}{\sin \theta}$$

$$\text{De 6} \rightarrow R_{Ax} = T * \cos \theta$$

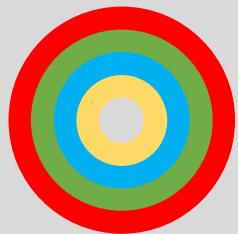
$$R_{Ax} = \frac{P(1 - \frac{xp}{l})}{\sin \theta} * \cos \theta$$

$$R_{Ax} = \frac{P(1 - \frac{xp}{l})}{\tan \theta}$$



Aplicaciones Biológicas

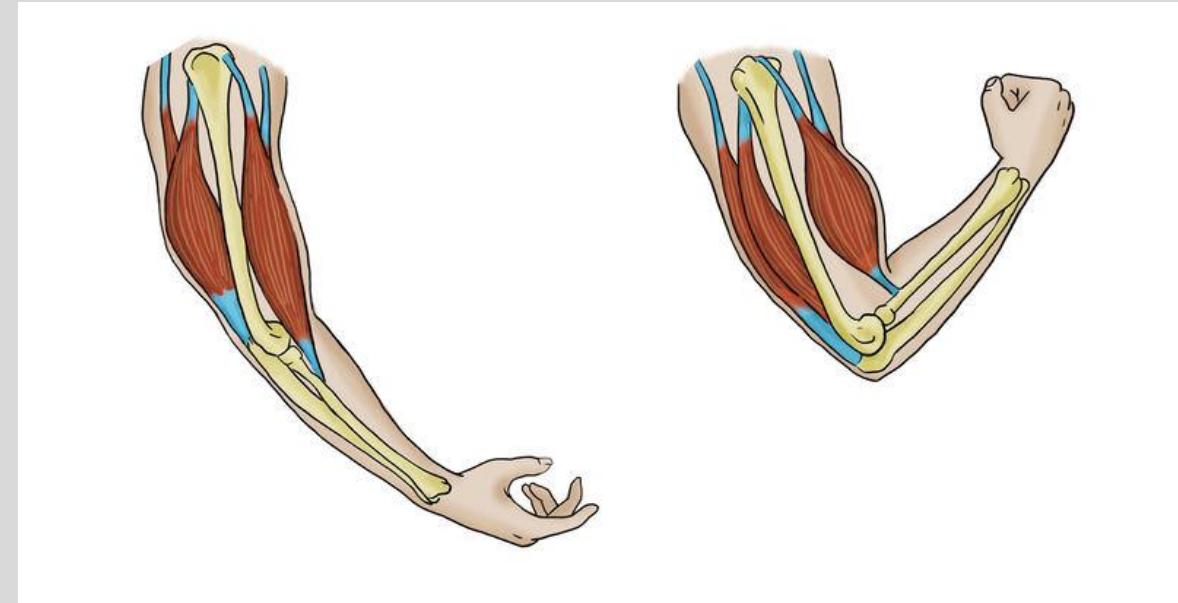


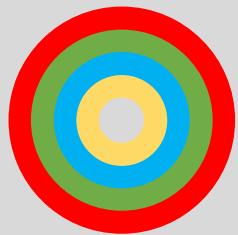


Músculos

Un músculo se compone de un gran número de fibras largas y finas. Cuando un músculo es estimulado por una señal eléctrica del sistema nervioso, se contrae brevemente o se crispa, ejerciendo una fuerza.

La máxima tensión de un músculo es proporcional al área de su sección transversal en el punto más ancho y de la longitud del músculo. La mayor tensión ocurre cuando el músculo está sólo ligeramente alargado con respecto a su posición de descanso y va de 30 a 40 N/cm² de sección.



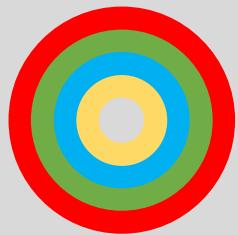


La columna vertebral

La columna vertebral, espina dorsal o el raquis es una compleja estructura osteofibrocartilaginosa articulada y resistente, en forma de tallo longitudinal, que constituye la porción media y posterior del tronco, va desde la cabeza (a la cual sostiene), pasando por el cuello y la espalda, hasta la pelvis que le da soporte.

La columna vertebral de un humano consta de 33/26 vértebras óseas separadas por discos intervertebrales.

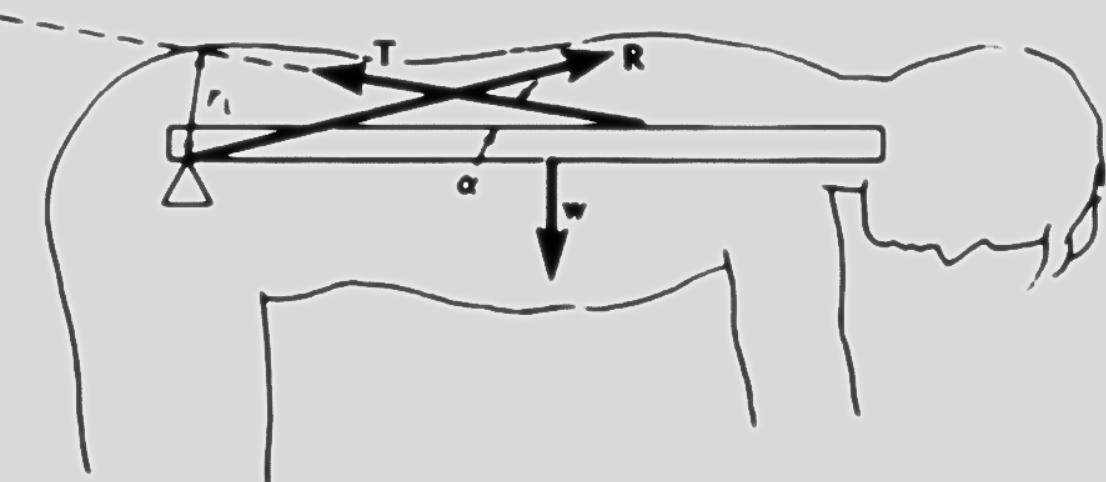


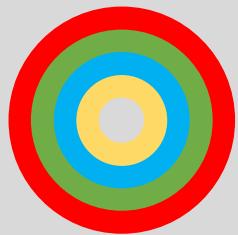


La columna vertebral

Cuando una persona se agacha para recoger un objeto ligero, se produce una gran fuerza sobre la columna especialmente sobre el disco sacrolumbar, que separa la quinta vértebra lumbar y el sacro. Si se debilita este disco puede romperse o deformarse, ejerciendo presión sobre los nervios próximos y produciendo grandes dolores. El pivote corresponde al sacro y ejerce una fuerza **R**. Los músculos de la espalda ejercen una fuerza **T**.

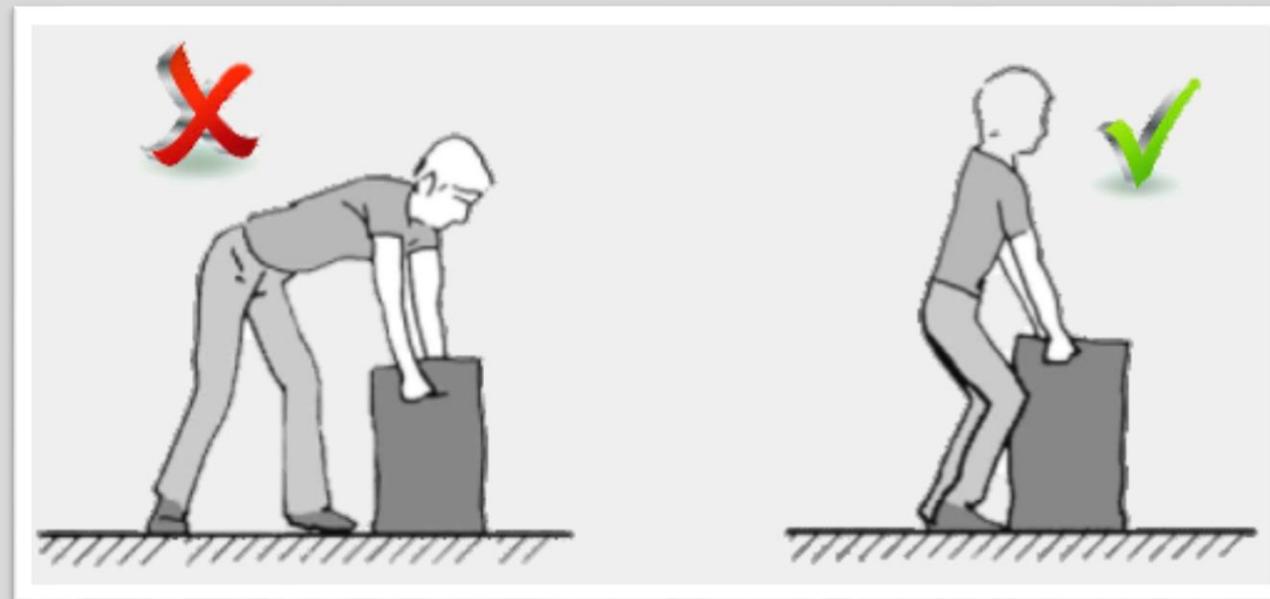
Cuando la espalda está horizontal, el ángulo α es de 12° . **P** es el peso del torso, cabeza y brazos, que alcanza aproximadamente el 65 % del peso total del cuerpo.

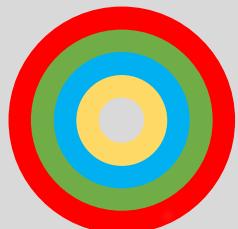




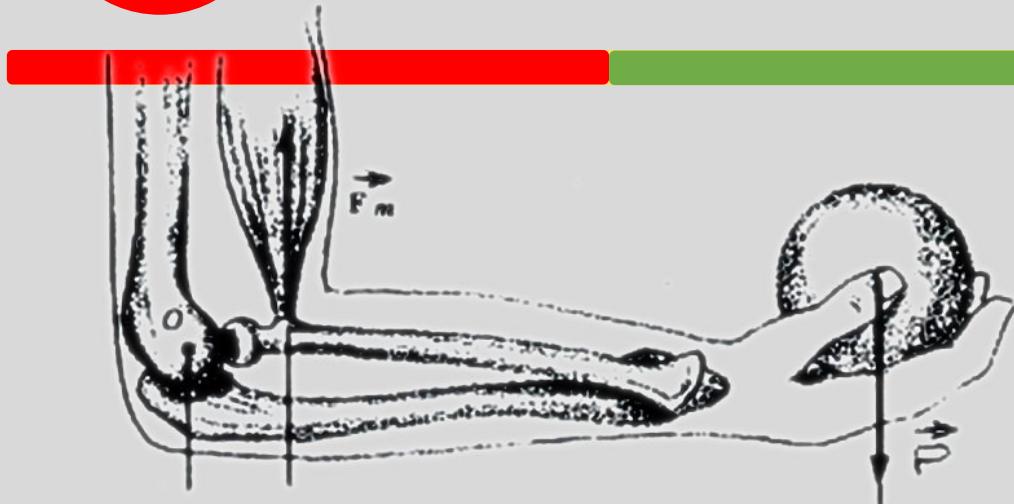
La columna vertebral

Para una persona de 75 kg ($P=735\text{N}$), T y R se aproximan a los 2000 N. Si el hombre, además, está levantando un cuerpo de 15 kg ($P_c=147\text{ N}$), de modo que en el extremo derecho de la barra de la Figura 24 haya un peso adicional de 147N, T y R alcanzan los 3.000N. Estas fuerzas en los músculos y en los discos son potencialmente peligrosas.





Biomecánica del brazo y del antebrazo

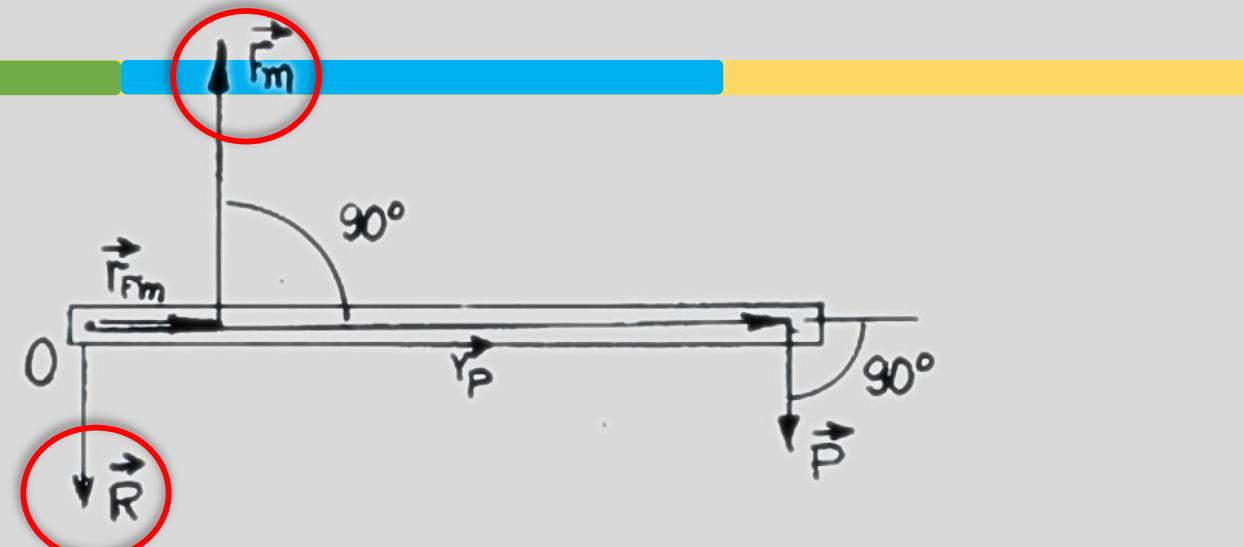


$$\sum_{i=1}^N \vec{F}_i = 0$$

$$\vec{P} + \vec{F}_m + \vec{R} = 0$$

$$-P + F_m - R = 0$$

$$R = F_m - P.$$



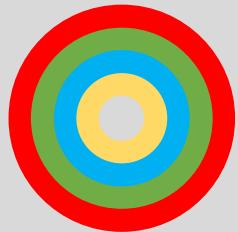
$$\sum \vec{M}_o = \vec{M}_P + \vec{M}_{Fm} = 0$$

$$\sum_{i=0}^n \vec{M}_o = \vec{r}_P \times \vec{P} + \vec{r}_{Fm} \times \vec{F}_m$$

$$\sum_{i=0}^n \vec{M}_o = -(r_P \times P \sin 90^\circ) \vec{k} + r_{Fm} F_m \sin 90^\circ \vec{k}$$

$$(r_P \times P \sin 90^\circ) \vec{k} = r_{Fm} F_m \sin 90^\circ \vec{k}$$

$$r_P P = r_{Fm} F_m$$



Bibliografía

- Capuano V. (2020) Apuntes de clases teóricas. Catrera de Física I para ciencias Biológicas de la FCEFyN de la UNC. https://fcefn.aulavirtual.unc.edu.ar/pluginfile.php/865192/mod_resource/content/2/libro%20de%20F%C3%ADsica%20I%20Vicente%20Capuano.pdf
- Hyperphysics (© C. R. Nave, 2010). Carl R. (Rod) Nave. Department of Physics and Astronomy. Georgia State University. Atlanta, Georgia 30302-4106. <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/>
- Ortuño, M. (2019). Física para las ciencias de la vida. Editorial Tébar Flores. <https://elibro.net/es/ereader/bmayorunc/124788>
- Pérez Montiel, H. (2016). Física General. Grupo Editorial Patria. <https://elibro.net/es/ereader/bmayorunc/40438>
- Wikipedia. Enciclopedia libre. <https://es.wikipedia.org/>
- Ling S. J. (2022) Física universitaria. Vol. 1. OpenStax. ISBN-13: 978-1-711494-63-0. CC BY. <https://openstax.org/details/books/f%C3%ADsica-universitaria-volumen-1>



@ Javier Martín. 2024

Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-CompartirIgual 4.0 Internacional