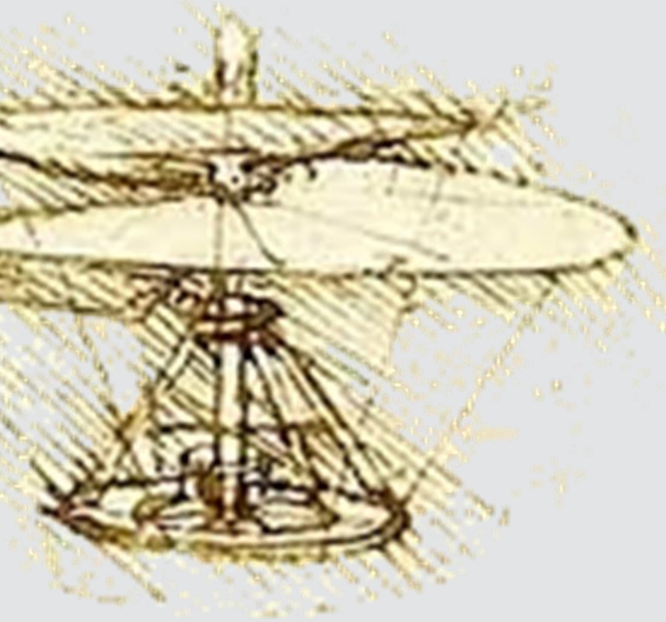
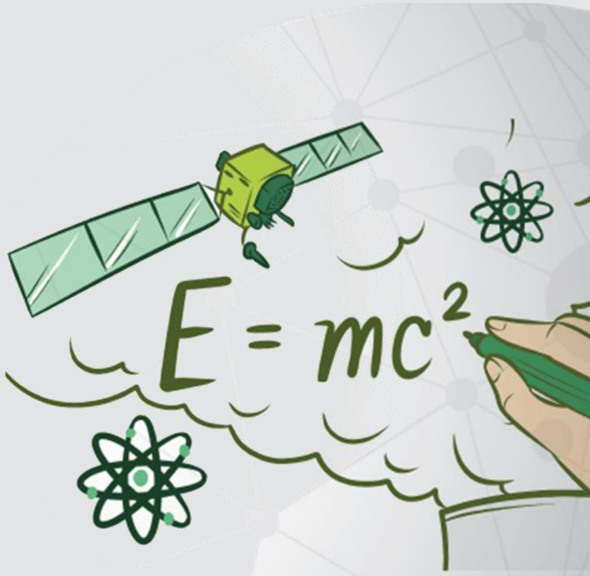
Física I

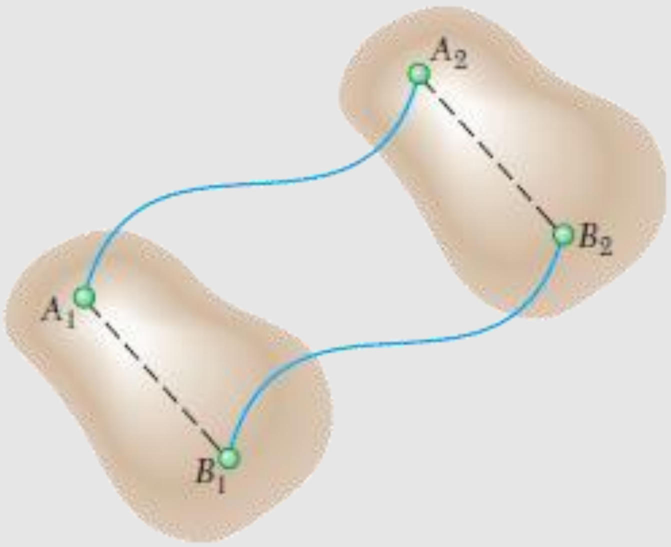
Unidad 5: Rotaciones



Ing. Javier Martín - 2024

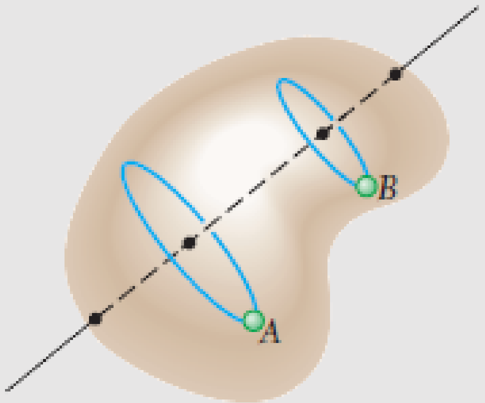


Tipos de movimiento

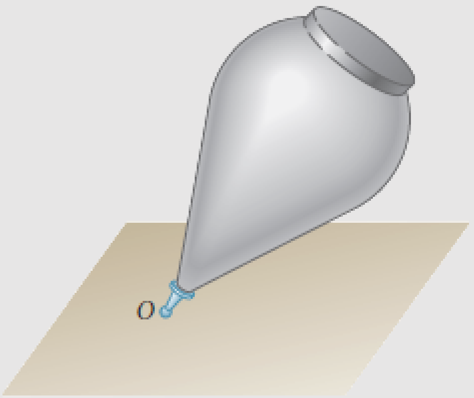


Traslación. Se afirma que un movimiento será de traslación si toda línea recta dentro del cuerpo mantiene la misma dirección durante el movimiento.

Rotación alrededor de un eje fijo. En este movimiento, las partículas que forman al cuerpo rígido se mueven en planos paralelos a lo largo de círculos centrados sobre el mismo eje fijo



Movimiento alrededor de un punto fijo. El movimiento tridimensional de un cuerpo rígido unido a un punto fijo O,



Cinemática de rotaciones

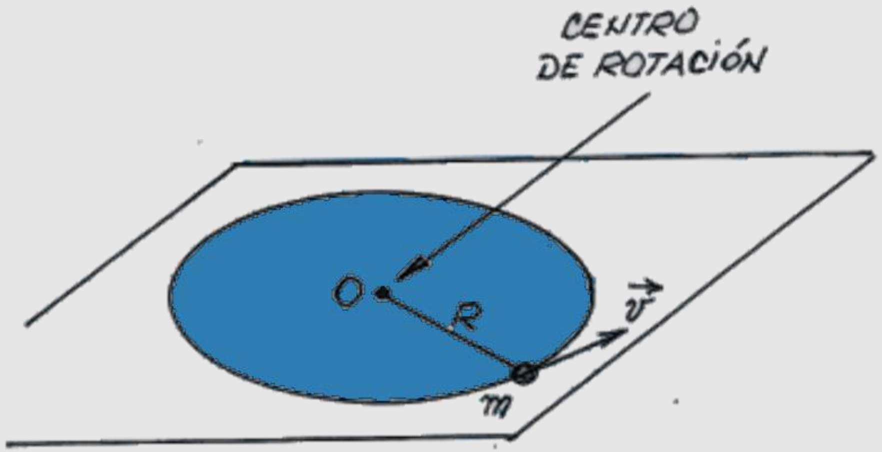


Figura 1a. Masa puntual que gira alrededor del punto O

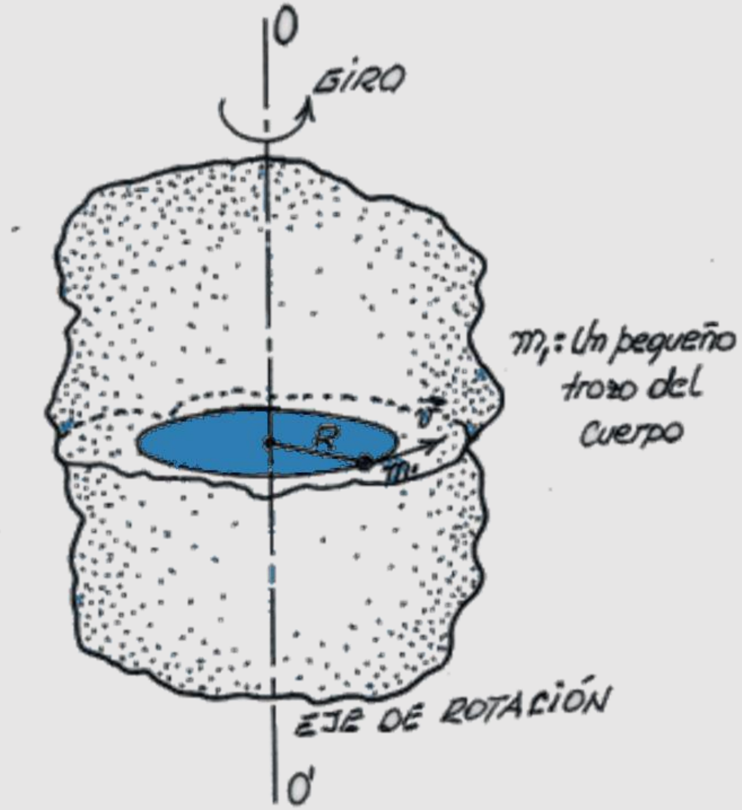


Figura 1b. Cuerpo que gira alrededor del eje de rotación OO′.

Sistemas de referencia

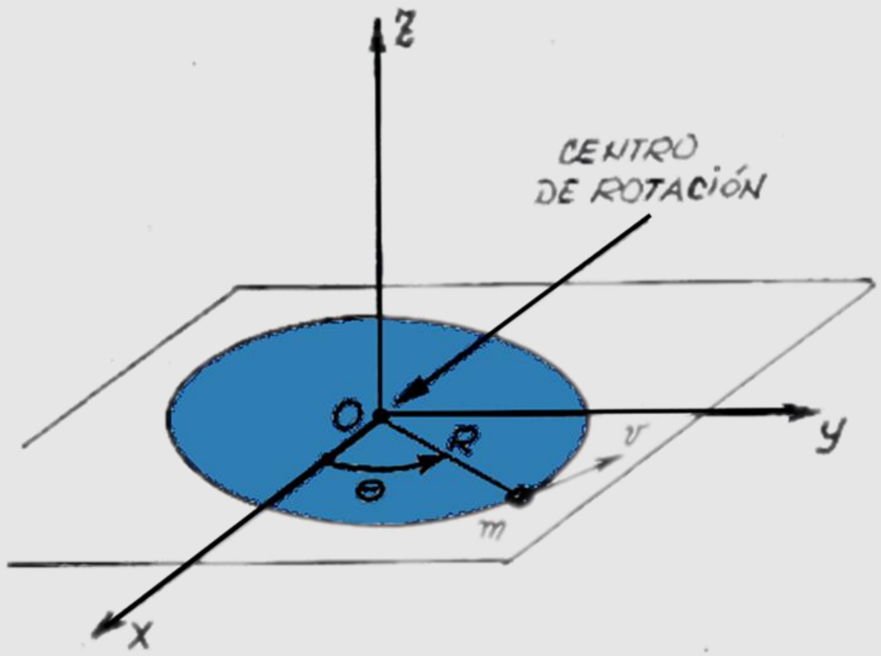


Figura 2a. Sistema de referencia para una masa puntual que gira alrededor del punto O

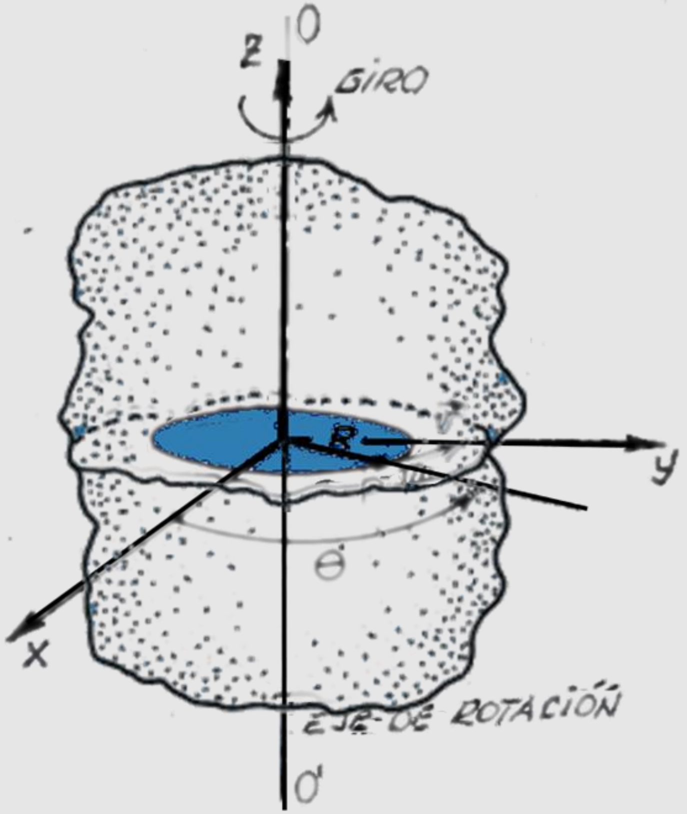
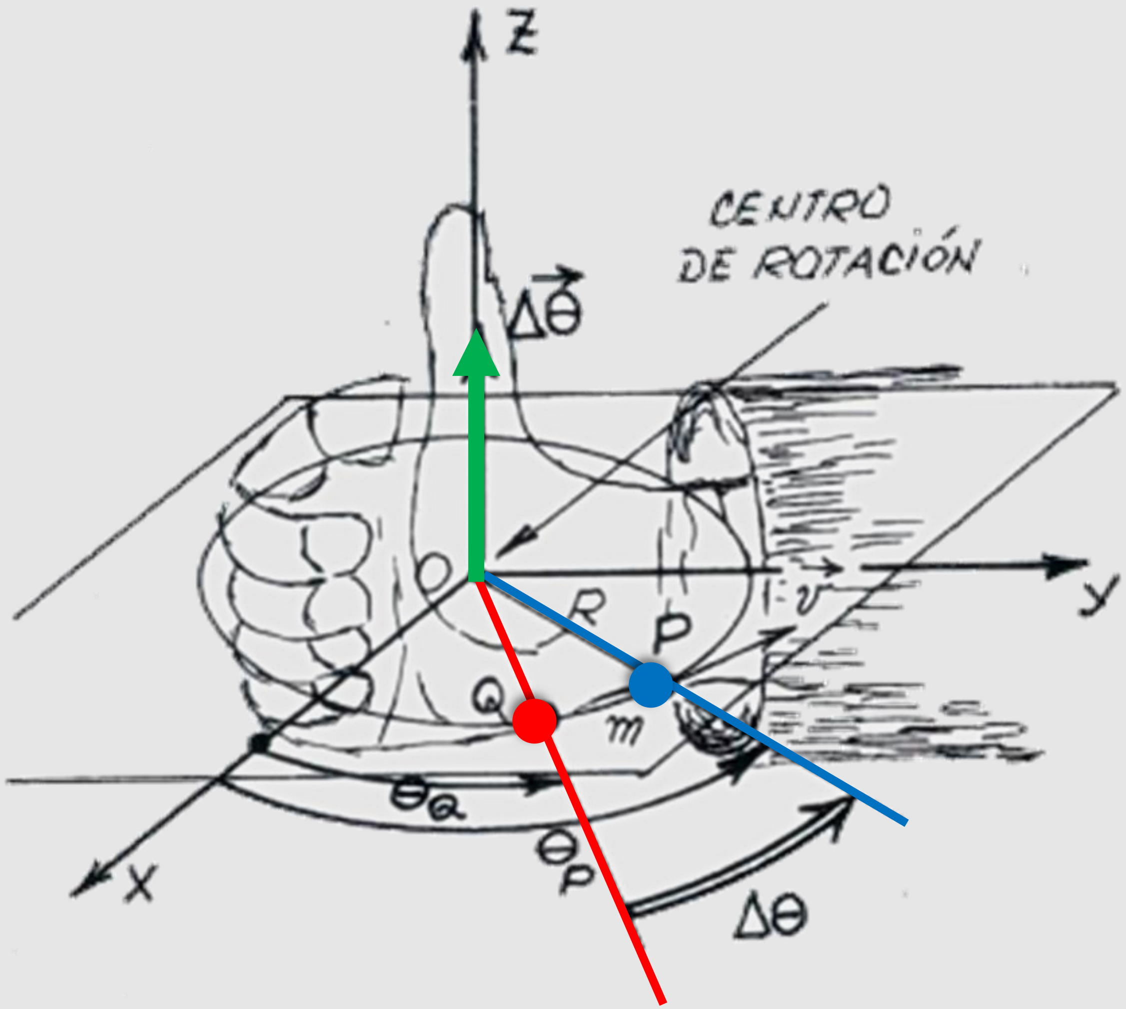


Figura 2b. Sistema de referencia para un cuerpo que gira alrededor del eje de rotación OO´.

Cinemática de Rotaciones

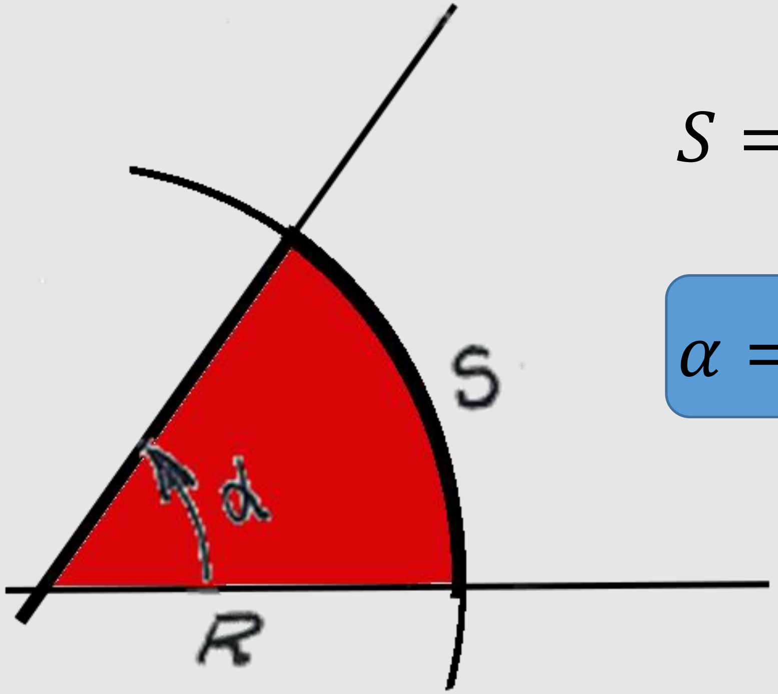


El desplazamiento angular y
la “regla de la mano derecha”

$$\overrightarrow{\Delta\theta} = \Delta\theta\,\vec{k}$$

Unidades angulares: radian

$$Ángulo\ medido\ en\ radianes = \frac{S}{R}$$



$$\boxed{\alpha = 0°} \rightarrow S = 0 \rightarrow \boxed{\alpha = \frac{0}{R} = 0}$$

$$S = R \rightarrow \boxed{\alpha = \frac{R}{R} = 1} \rightarrow \boxed{\alpha = 57{,}29578°}$$

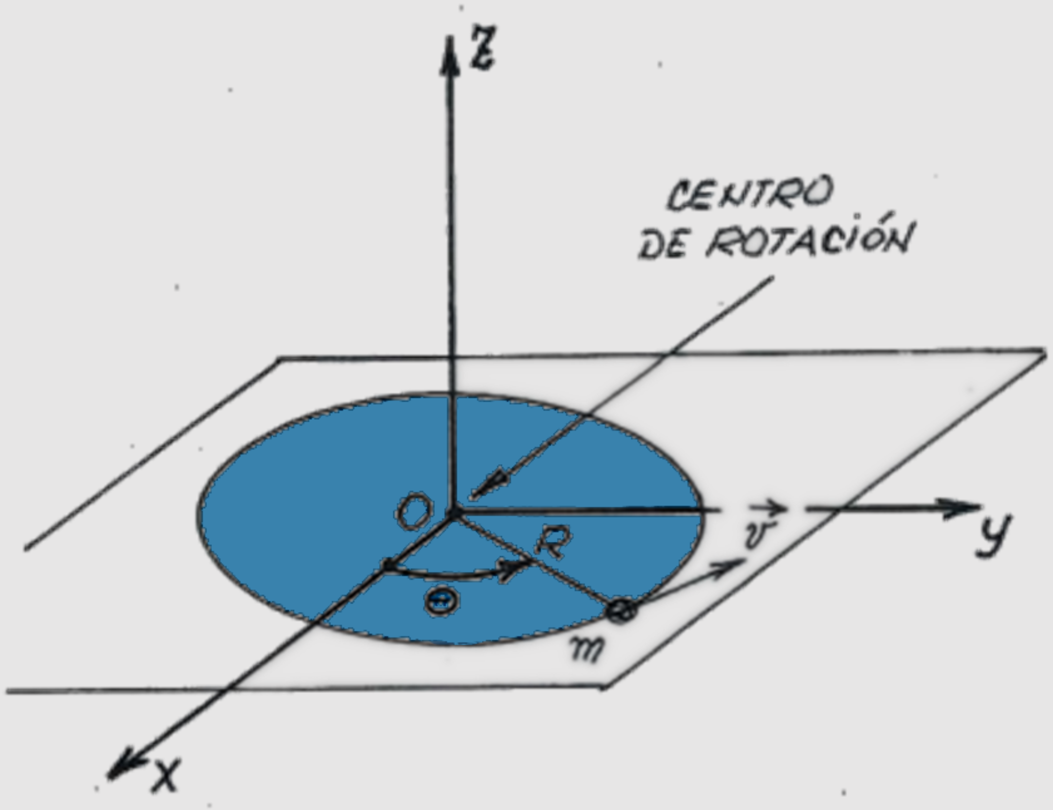
$$\boxed{\alpha = 360°} \rightarrow S = 2\pi R \rightarrow \boxed{\alpha = \frac{2\pi R}{R} = 2\pi}$$

Velocidad angular y aceleración angular

$$\varpi = \frac{\Delta\vec{\theta}}{\Delta t} = \frac{(\theta_f - \theta_i)}{(t_f - t_i)}$$

$$1 \text{ revolución por minuto} = \frac{2\pi \text{ radianes}}{60 \text{ segundos}}$$

$$\gamma = \frac{\Delta\varpi}{\Delta t} = \frac{(\varpi_f - \varpi_i)}{(t_f - t_i)}$$



Velocidad y aceleración, media e instantánea

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{(\theta_f - \theta_i)}{(t_f - t_i)}$$

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$

$$\bar{\gamma} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{(\omega_f - \omega_i)}{(t_f - t_i)}$$

$$\gamma = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}$$

$$d\theta = \omega dt$$

$$\int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta = \int_{t_1}^{t_2} \omega . dt$$

$$\theta_2 - \theta_1 = \int_{t_1}^{t_2} \omega . dt$$

Movimiento Circular

$$\theta = \theta_i + \omega_i (t - t_i) + \frac{1}{2}\gamma (t - t_i)^2 \qquad \text{FPA}$$

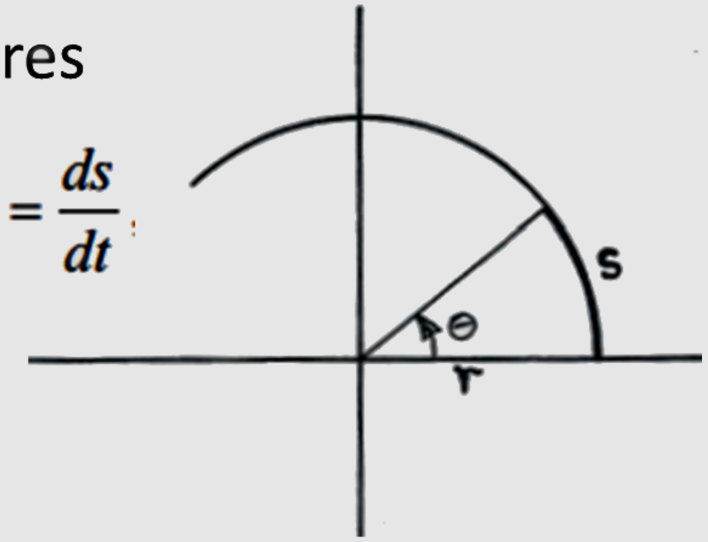
$$\omega = \omega_i + (t - t_i)\gamma \qquad \text{FVA}$$

$$\omega^2 - \omega_i^2 = 2\gamma(\theta - \theta_i)$$

Relación entre magnitudes lineales y angulares

$$\Delta\theta = \frac{\Delta s}{r} \rightarrow \Delta s = r.\Delta\theta$$

$$v = \frac{ds}{dt}$$



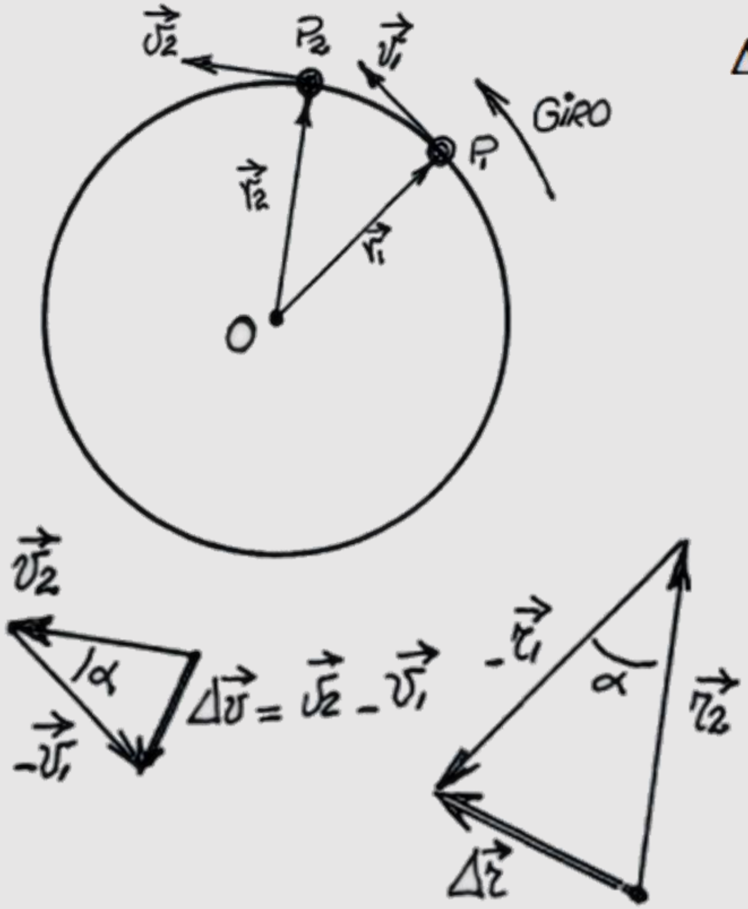
$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = r\frac{\Delta\theta}{\Delta t} \rightarrow v = r\,\omega$$

$$\Delta v = r\,\Delta\omega$$

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = r\frac{\Delta\omega}{\Delta t} \rightarrow a = r\,\gamma$$

Aceleración central o centrípeta

Sea el caso de un cuerpo que se mueve con MCU.

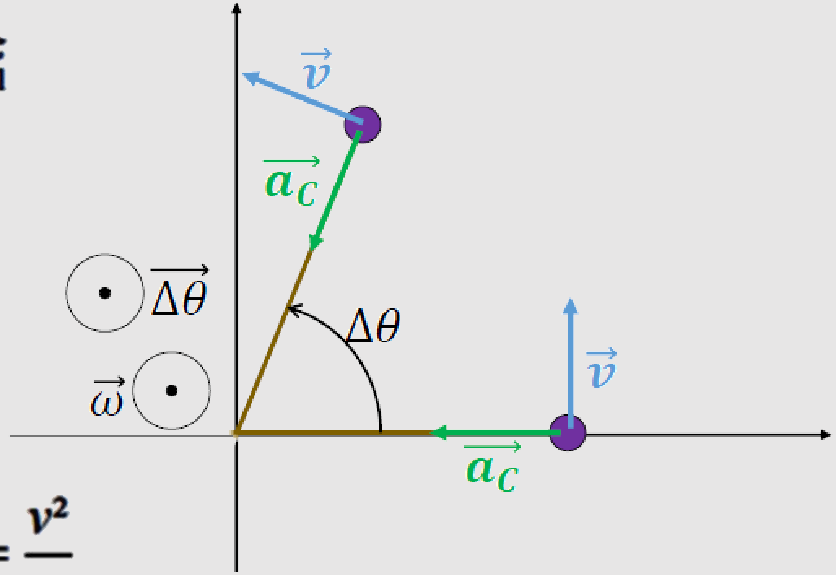


$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 \qquad \Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta r}{r}$$

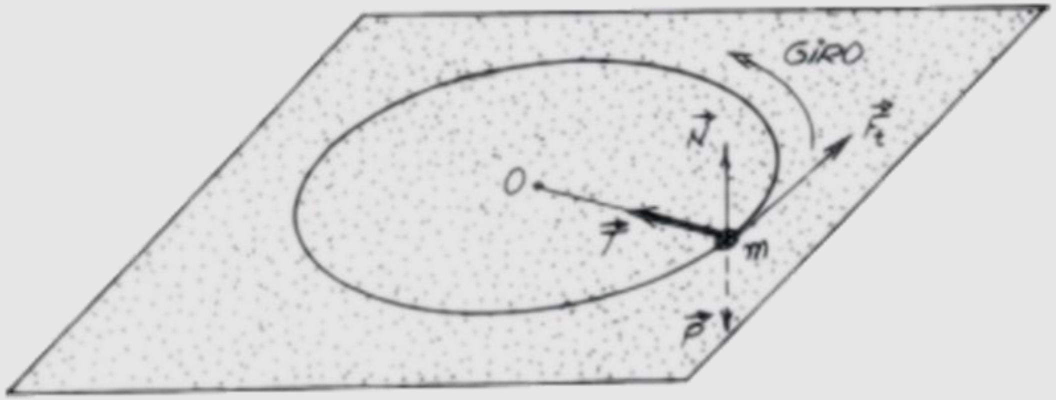
$$\frac{1}{v}.\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{1}{r}.\frac{\Delta r}{\Delta t}$$

$$\frac{a}{v} = \frac{v}{r} \Rightarrow a_c = \frac{v^2}{r}$$



Sea el caso de un cuerpo que se mueve con MCV. $\Rightarrow$ $a_T = \sqrt{a_c^2 + a^2}$

Segunda ley de Newton (rotación)



$$F_t = m a_t .$$

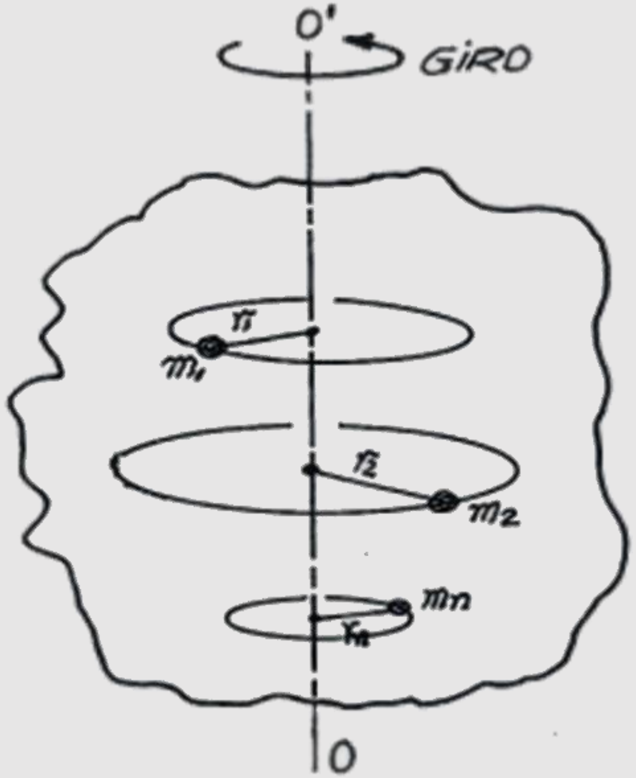
$$F_t = m.r.\gamma$$

$$r.F_t = (m.r.\gamma).r$$

$$M = (m.r^2).\gamma$$

$$M = I.\gamma$$

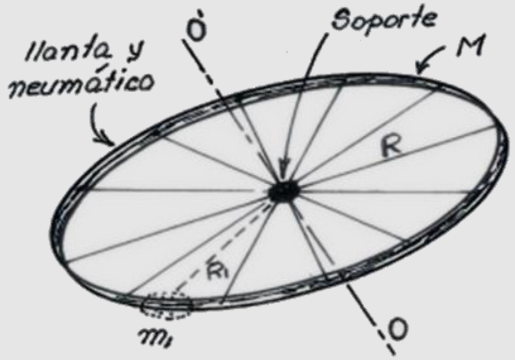
$$\sum_{i=1}^{n} \vec{M}_i = I.\vec{\gamma}$$



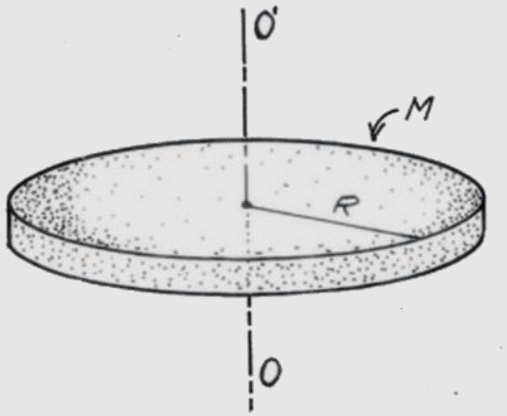
$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \ldots + m_N r_N^2$$

Momento de Inercia

$$dI = r^2 . dm \longrightarrow I = \int r^2 . dm$$



$$I = R^2 . \sum_{i=1}^{i=N} m_i \longrightarrow I = M.R^2$$



$$I = \frac{MR^2}{2}$$

Cantidad de movimiento angular

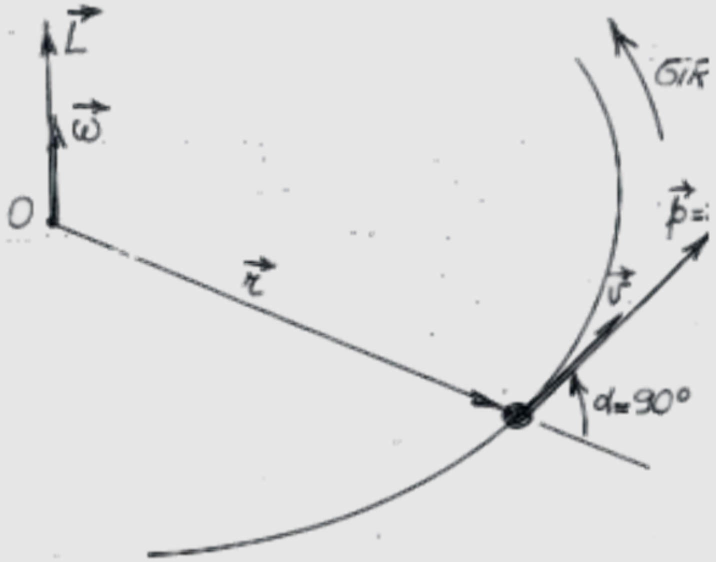
$\vec{L} = \vec{r} x \vec{p}$ $\vec{p} = m\vec{v}$ $\vec{L} = \vec{r} x (m\vec{v})$

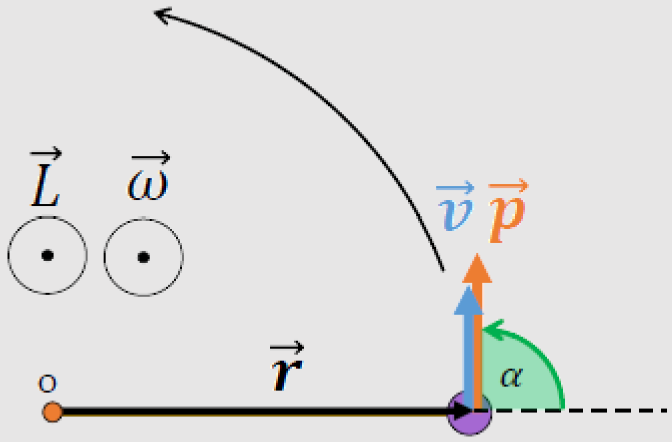
$L = r.m.v.\ sen\ \alpha$ $v = \omega.r$ $\alpha = \frac{\pi}{2} \rightarrow sen\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$

$L = r.m.(\omega.r)$

$L = mr^2.\omega$

$L = I\ \omega$





Conservación de la cantidad de movimiento angular

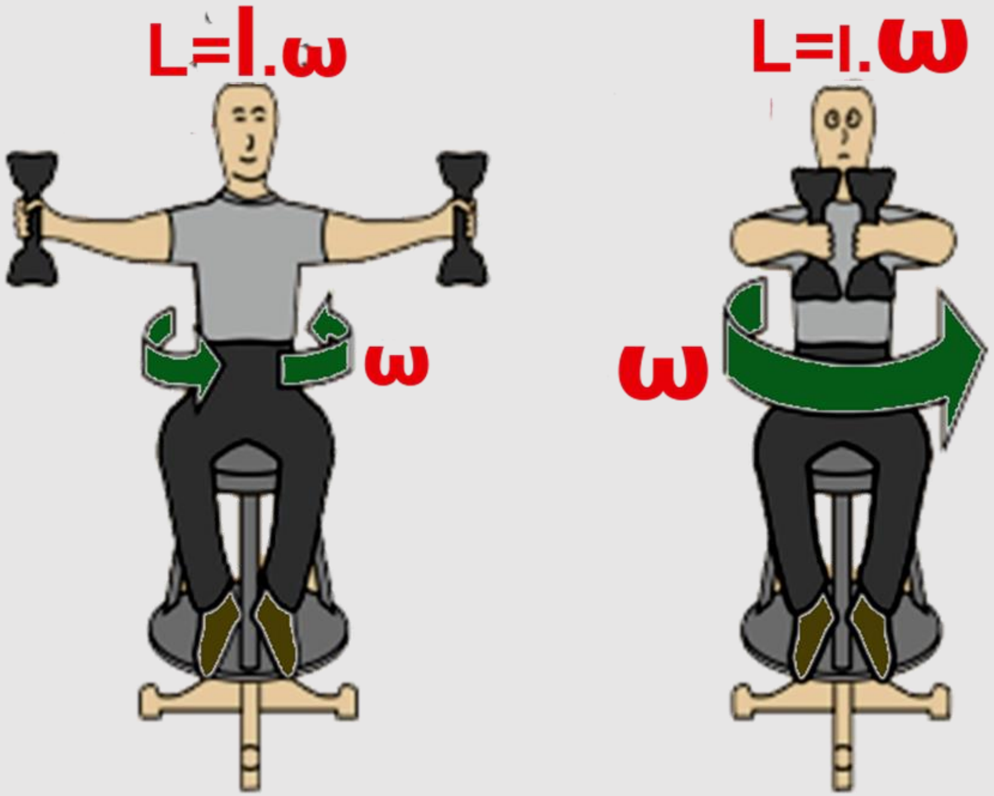
$$\overrightarrow{MR_O}.dt = \overrightarrow{dL} \longrightarrow \overrightarrow{MR_O}.\Delta t = \overrightarrow{\Delta L}$$

$$\overrightarrow{MR_O} = 0 \quad \rightarrow \quad \overrightarrow{\Delta L} = 0$$

$$\overrightarrow{L_f} - \overrightarrow{L_i} = 0 \quad \rightarrow \quad \overrightarrow{L_f} = \overrightarrow{L_i}$$

$$\vec{L} = constante$$

$$I_f.\vec{\omega}_f = I_i.\vec{\omega}_i = constante$$



Resumen dinámica de traslación

$posición \rightarrow \ \vec{\theta}$

$tiempo \rightarrow t$

$velocidad \rightarrow \vec{\omega} = \frac{d\vec{\theta}}{dt}$

$aceleración \rightarrow \vec{\gamma} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$

Momento
de inercia→ I

$Momento$
de la fuerza→ $\overrightarrow{Mf} = I.\vec{\gamma}$

$impulso = cantidad\ de\ movimiento$
$\overrightarrow{Mf}.dt = I.d\vec{\omega} = d\vec{L}$

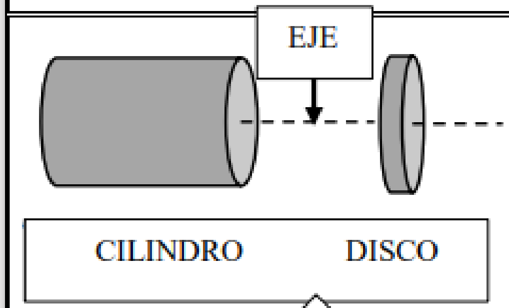
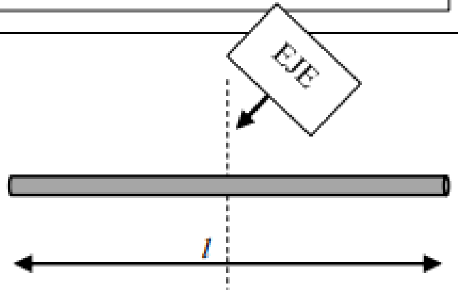
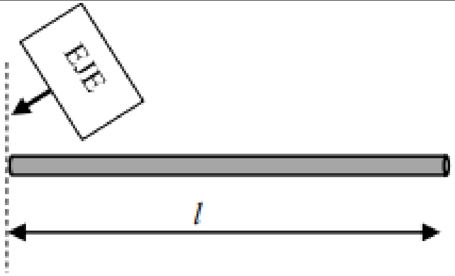
$trabajo \rightarrow W = \overrightarrow{Mf}.\vec{\theta}$

$principio\ de\ la\ consevación$
$del\ trabajo\ y\ la\ energía$
$W = \Delta E$

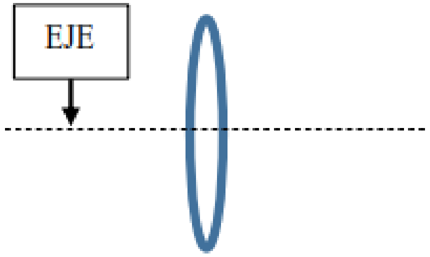
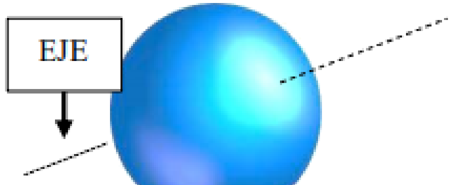
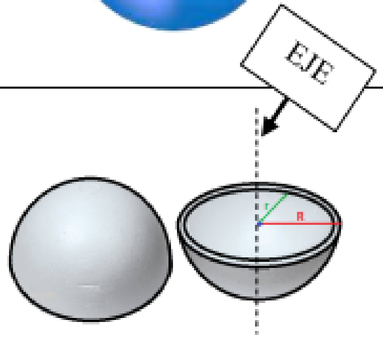
$principio\ de\ la\ consevación$
$de\ la\ energía$
$\Delta E = 0$

$\overrightarrow{Mf} = \frac{d\vec{L}}{dt}$ → $\sum \overrightarrow{Mf} = \dot{\vec{L}}$

Anexo

Cuerpo: “R” es el radio	Momento de Inercia: “m” es la masa del cuerpo	Descripción del cuerpo
	$I = \frac{1}{2}mR^2$	• Disco uniforme macizo de radio R y masa m, que rota alrededor de su eje principal. • Cilindro macizo de radio R, que rota areedor de su eje principal y masa m.
	$I = \frac{1}{12}ml^2$	• Varilla de longitud l, que rota alrededor de un eje de rotación que pasa por su centro.
	$I = \frac{1}{3}ml^2$	• Varilla de longitud l, que rota alrededor de un eje de rotación que pasa por un extremo.

Anexo

Cuerpo: “R” es el radio	Momento de Inercia: “m” es la masa del cuerpo	Descripción del cuerpo
	$I = mR^2$	• Anillo delgado de radio R. • Rueda de bicicleta de radio R. • Corteza cilíndrica de radio R.
	$I = \frac{2}{5}mR^2$	• Esfera maciza de radio R.
	$I = \frac{2}{3}mR^2$	• Cascarón esférico de radio R.

Bibliografía

- Capuano V. (2020) Apuntes de clases teóricas. Catrera de Física I para ciencias Biológicas de la FCEFyN de la UNC. https://fcefyn.aulavirtual.unc.edu.ar/pluginfile.php/865192/mod_resource/content/2/libro%20de%20F%C3%ADsica%20I%20Vicente%20Capuano.pdf
- Hyperphysics (© C. R. Nave, 2010). Carl R. (Rod) Nave. Department of Physics and Astronomy. Georgia State University. Atlanta, Georgia 30302-4106. http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/
- Ortuño, M. (2019). Física para las ciencias de la vida. Editorial Tébar Flores. https://elibro.net/es/ereader/bmayorunc/124788
- Pérez Montiel, H. (2016). Física General. Grupo Editorial Patria. https://elibro.net/es/ereader/bmayorunc/40438
- Wikipedia. Enciclopedia libre. https://es.wikipedia.org/
- Ling S. J. (2022) Física universitaria. Vol. 1. OpenStax. ISBN-13: 978-1-711494-63-0. CC BY. https://openstax.org/details/books/f%C3%ADsica-universitaria-volumen-1