



ESTRUCTURAS DE GRANDES LUCES. TECNOLOGÍA Y DISEÑO

-Versión 1.0-

ISBN: 978-987-25052-0-2

Autores

Profesor Arquitecto Daniel Edgardo Vedoya y; Profesora Arquitecta Emma Susana Prat

Publicado por

EDICIONES DEL ITDAHU, Corrientes, Argentina, 2009".-

Registro

"ISBN: 978-987-25052-0-2"

Publicación

"Noviembre de 2009".-

Formato

"Acrobat Reader© – PDF".-

Prohibida su reproducción total y/o parcial, impresa y/o digital sin la correspondiente autorización escrita de los autores. Material bibliográfico adecuado para uso académico. Su divulgación obliga a citar la fuente y los autores. Todos los derechos reservados.

Contactos con los autores: **"Prof. Arq. Emma Susana PRAT y Prof. Arq. Daniel Edgardo VEDOYA, Cátedra de "ESTRUCTURAS III", Facultad de Arquitectura y Urbanismo, Universidad Nacional del Nordeste, Avenida Las Heras N° 727, (H3500COI) Resistencia, Provincia del Chaco, República Argentina, espf@gigared.com; devedoya@arnet.com.ar**

¡Enhorabuena! Está a punto de entrar en el mundo del análisis de las Grandes Estructuras realizadas por los más grandes Arquitectos, contemporáneos y algunos grandes ya fallecidos.

SUMARIO

ESTRUCTURAS DE GRANDES LUCES. Tecnología y Diseño

SUMARIO PÁGS.

<u>PRÓLOGO</u>	3
--------------------------------------	---

<u>FUNDAMENTACIÓN PEDAGÓGICA</u>	4
--	---

UNIDAD DIDÁCTICA 1

Principios básicos para el diseño de las estructuras.

UD 1.0 – Objetivos.....	7
UD 1.1 – Concepto de espacio.....	8 a 16
UD 1.2 – Configuraciones espaciales.....	17 a 33
UD 1.3 – Estudio de las formas.....	34 a 42
UD 1.4 – Leyes de equipartición del espacio.....	43 a 48
UD 1.5 – Geometría de las superficies.....	49 a 66
UD 1.6 – Clasificación de las estructuras.....	67 a 73

UNIDAD DIDÁCTICA 2

Tipos estructurales sometidos a esfuerzos de tracción.

UD 2.0 – Objetivos.....	74
UD 2.1 – Nociones básicas.....	75 a 94
UD 2.2 – Curvatura Total Nula.....	95 a 102
UD 2.2.2 – Trabajo práctico CTNula.....	103 a 107
UD 2.3 – Curvatura Total Positiva.....	
UD 2.3.1– Trabajo práctico CTPositiva.....	108 a 116
UD 2.4 – Curvatura Total Negativa.....	117 a 122
UD 2.4.1– Trabajo práctico CTNEG.....	123 a 129
UD 2.5 – Materiales aptos.....	130 a 144
UD 2.6 – Tipos de Cubierta.....	145 a 154

UNIDAD DIDÁCTICA 3

Tipos estructurales con componentes superficiales rígidos.

UD 3.0 – Objetivos.....	155
UD 3.1 – Nociones básicas.....	156 a 160
UD 3.2 – Estructuras de curvatura total nula	
UD 3.2.1 - Láminas Plegadas.....	161 a 177
UD 3.2.2 - Cáscaras Cilíndricas.....	178 a 191
UD 3.3 – Estructuras de curvatura total positiva.....	
UD 3.3.1 - Cúpula de Revolución.....	192 a 209
UD 3.4 – Estructuras de curvatura total negativa.....	
UD 3.4.1 - Paraboloide Hiperbólico.....	210 a 228

UNIDAD DIDÁCTICA 4

Tipos estructurales con componentes lineales Rígidos.

UD 4.0 – Objetivos.....	229
UD 4.1 – Nociones básicas.....	230 a 234
UD 4.2 – Estructuras espaciales rígidas discontinuas–Clasificación.....	235 a 245
UD 4.3 – Estructuras espaciales rígidas discontinuas–Tecnología de los Sistemas.....	246 a 255

PRÓLOGO

QUERIDOS ESTUDIANTES:

Los arquitectos actuales, como si estuvieran evocando glorias pasadas, reeditan en sus proyectos las mismas tipologías morfológicas de los antiguos (como los egipcios y los romanos), o imitan las grandes superficies vidriadas de los vitreaux de las catedrales góticas; pero lo hacen de la mano de tecnologías de avanzada y de nuevos materiales. Es por eso que hoy, en todas las grandes capitales mundiales, surgen edificios tales como los polifuncionales, los deportivos, o las estaciones de transportación aérea o ferroautomotor, con esas características.

En todos estos ejemplos y en muchos otros más, surgen como protagonistas principales las estructuras espaciales livianas para cubrir grandes luces con ventajas superadoras en cuanto a economía en costos y tiempos de ejecución. Aunque en nuestro país los ejemplos se dan en menor escala que a nivel mundial, es justamente en el semillero de los diseñadores arquitectónicos -la Universidad- donde debe profundizarse el tema, llegando no sólo a producir diseños formales sino también estructurales y tecnológicos.

¿DE QUÉ TRATA ESTE LIBRO?

Este libro está destinado a los alumnos de la carrera de Arquitectura y da una visión alternativa de que el diseño estructural y arquitectónico debe ser analizado desde el principio de su proceso.

Podrán ver aquí principios básicos para el diseño de las estructuras de grandes luces, tipos estructurales sometidos a tracción, componentes superficiales rígidos y tipos estructurales con componentes lineales rígidos.

Este es un material bibliográfico básico y fundamental sobre el que se sustenta el dictado presencial (2000-2005) y muy recientemente (2006 en adelante) con modalidad Semipresencial de la Cátedra de Estructuras III de la Facultad de Arquitectura y Urbanismo de la Universidad Nacional del Nordeste. En esas instancias se propone, como trabajo final del curso, un Taller de Análisis y Diseño Estructural, en el cual, y como herramienta principal, ofrecemos una base de datos gráfico-textuales del análisis comparativo de Grandes Obras de Arquitectura con Estructuras de Grandes Luces, que analiza desde todos los puntos de vista del Diseño y hace hincapié en el diseño estructural de las mismas.

Además, se verán obras de los “grandes” de la arquitectura mundial, analizadas por los alumnos de la Cátedra de Estructuras III de la FAU-UNNE desde el año 2001 en adelante.

Algunos de los trabajos analizados en años anteriores pueden encontrarse en la carpeta **DOCUMENTOS** del sitio de la cátedra de **Estructuras III EnLínea** sobre la Plataforma Claroline en el sitio del Politécnico de Turín (Italia), con servidor en el Departamento de Física

<http://ol-tutor.polito.it/claroline/claroline/course/index.php?cid=ESTIII>

**EN ESTE AÑO 2010 LO
SUBIREMOS A LA
PLATAFORMA DE
MOODLE**

FUNDAMENTACIÓN PEDAGÓGICA

La Programación Didáctica de la cátedra se basa en un desarrollo temático que arranca desde los principios básicos de la equipartición del espacio y la geometría de las superficies, desarrollando una clasificación completa de las estructuras para edificios conocidas, incluyendo las tradicionales y las atípicas, tomando como tema principal aquéllas definidas como “Estructuras Espaciales Livianas”, que se desarrolla en profundidad.

Para entender este proceso, la cátedra considera indispensable tener presente los conocimientos ya estudiados sobre las estructuras tradicionales, que deben estar internalizados por los alumnos, dado que ya han cursado previamente las tres asignaturas que preceden a Estructuras III en el área: Introducción a las Estructuras, Estructuras I y Estructuras II. En esta última instancia de la problemática de las estructuras se agrega un nuevo ingrediente, el estudio de la Estructuración del Espacio como base fundamental del Diseño Estructural, partiendo del aprovechamiento de campos específicos que resultan ser ricas fuentes de inspiración para el diseñador. Como complemento, en cada unidad temática, se realiza el análisis del comportamiento estructural básico. En este sentido, es preciso producir una integración interdisciplinaria entre las diversas cátedras para resolver los problemas que, en el esquema tradicional de la enseñanza de la Arquitectura, desde tiempo pretérito es común considerarlos por separado. Algunos de estos problemas se refieren a acondicionamientos ambientales, instalaciones especiales, detalles tecnológicos, materiales apropiados, etc.

Luego del desarrollo de los principios básicos que rigen el comportamiento de las estructuras, los contenidos se ordenan en cuatro grandes grupos:

- ✓ Los fundamentos del diseño estructural.
 - ✓ Las estructuras de tracción pura.
 - ✓ Las estructuras laminares.
 - ✓ Las estructuras reticuladas espaciales
-

OBJETIVOS

Objetivos de la enseñanza

Que el alumno:

- ✓ Se capacite en el análisis de las estructuras elaborando críticas con criterio de razonamiento lógico.
- ✓ Se apropie de un vocabulario técnico adecuado que le facilite la expresión de los conceptos en forma clara y precisa, oral, escrita y gráficamente.
- ✓ Adquiera habilidades para la resolución de los problemas estructurales, tanto de dimensionamiento como los tecnológico-constructivos.
- ✓ Desarrolle prácticas de investigación-acción en trabajos individuales y grupales de carácter interdisciplinario que lo preparen para su futura actividad profesional.

Objetivos del aprendizaje

Que el alumno:

- ✓ Conozca y aprenda a resolver los procesos de diseño estructural.
 - ✓ Adquiera capacidad crítica con criterio de razonamiento.
 - ✓ Aplique métodos de resolución heurística de problemas de cálculo estructural, analítico y gráfico, para cada una de las estructuras analizadas en el programa de la asignatura.
 - ✓ Resuelva problemas estructurales analizando patologías y errores comunes en las estructuras de los edificios.
-

CONTENIDO TEMÁTICO

Unidad Didáctica 1: Principios básicos para el diseño de las estructuras.

Organización del espacio. Configuraciones espaciales. Estudio de las formas. Leyes de equipartición del espacio. Geometría de las superficies. Clasificación de las estructuras.

Unidad Didáctica 2: Tipos estructurales sometidos a esfuerzos de tracción.

Nociones básicas. Cubiertas colgantes. Cubiertas infladas o neumáticas.

Unidad Didáctica 3: Tipos estructurales con componentes superficiales rígidos.

Nociones básicas. Estructuras de curvatura total nula. Estructuras de curvatura total positiva. Estructura de curvatura total negativa.

Unidad Didáctica 4: Tipos estructurales con componentes lineales rígidos.

Nociones básicas. Estructuras rígidas discontinuas espaciales.

PRINCIPIOS DIDÁCTICOS

Se pretende adoptar una modalidad de enseñanza y aprendizaje que se caracterice por ser novedosa, atractiva, individualizada y llevada a la práctica a través de múltiples medios de comunicación.

Esta modalidad dará lugar a la socialización, a la creatividad y a la libertad, siempre basada en una toma de conciencia por parte de los alumnos sobre su responsabilidad.

Posee dos subsistemas, a saber:

Subsistema Didáctico, que consta de Objetivos - Contenidos - Relaciones de comunicación - Medios técnicos - Organización - Evaluación.

Subsistema Psicológico, que ayuda a desarrollar un aprendizaje significativo basado en:

- ✓ Las expectativas, intereses y falencias del alumno.
 - ✓ Ayudar a recordar conceptos previos.
 - ✓ Producir una elaboración gradual del aprendizaje.
 - ✓ Incentivar el trabajo participativo del alumno en el desarrollo del curso.
 - ✓ Ayudar a mantener la atención.
 - ✓ Hacer un seguimiento continuo del alumno en el desarrollo de su aprendizaje.
 - ✓ Producir retroalimentación de logros.
 - ✓ Promover la autoevaluación del alumno como paso intermedio de su proceso de aprendizaje.
-

UNIDAD DIDÁCTICA 1

Objetivos de la Unidad: Ilustrar al alumno en el conocimiento de las formas naturales y artificiales y las leyes de generación, transformación, crecimiento y organización espacial.



“Principios básicos para el diseño de las estructuras”

1.1. CONCEPTO DE ESPACIO

“En esta clase abordaremos las leyes que rigen la organización de las formas en el espacio y de qué manera se relacionan entre sí, a partir de la Topología Combinatoria”.

Concepción topológica del [espacio](#)

Existen muchas maneras de interpretar y estudiar el espacio.

Una de ellas es considerarlo desde el punto de vista de las dimensiones y las formas de las cosas. Se trata de un espacio que se extiende en las tres dimensiones básicas: alto, ancho y profundidad. Es un espacio dimensional, “mensurable”.

Otro modo de entender el espacio es teniendo en cuenta los objetos que están contenidos en él, las relaciones entre sí, y relaciones entre sus partes. Es un espacio relacional, “relativo”.

Es en esta segunda concepción del espacio donde nos detendremos en este análisis, tratando de descubrir la forma de distribución de los objetos contenidos en el espacio, de qué manera se sitúan en él, qué leyes rigen su organización y de qué manera se relacionen entre sí.

Aquí no nos interesa la dimensión de los objetos, sino sus propiedades intrínsecas.

En esta concepción, el espacio no tiene existencia por sí, sino por lo que contiene.

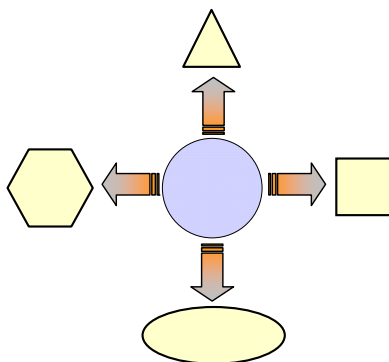
La rama de la Geometría que estudia al espacio según este criterio se conoce con el nombre de [TOPOLOGÍA COMBINATORIA](#). Las propiedades cualitativas que abarca la Topología son aquellas que permanecen invariables a pesar de las deformaciones a que pueda estar sometida una figura o cuerpo, y son las llamadas “INVARIANTES TOPOLÓGICAS”.

Para la topología combinatoria el espacio es válido en función de los objetos que contiene, y puede ser:

Adimensional (espacio Vacío):	PUNTO (P)
Unidimensional (1 dimensión):	LÍNEA (L)
Bidimensional (2 dimensiones):	REGIÓN (R)
Tridimensional (3 dimensiones):	SÓLIDO (S)

La topología combinatoria es una rama de la geometría basada en las propiedades cualitativas de las figuras, sin hacer intervenir la noción de medida.

En esta disciplina dos figuras son topológicamente equivalentes cuando ambas ocupan la misma situación en el espacio.

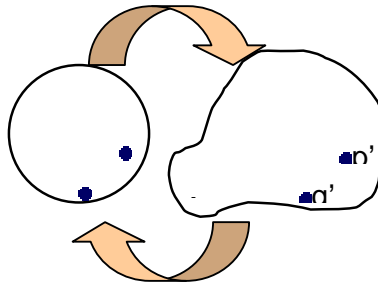


Si, además, una resulta de la otra a través de una deformación continua, es decir, que en las sucesivas deformaciones se respete la continuidad, pasando por sucesivos homeomorfismos, Este proceso se conoce como TRANSFORMACIÓN TOPOLÓGICA. De esta manera, un círculo es equivalente a una elipse o a una curva cerrada cualquiera, pero no a un segmento de recta.

El [HOMEOMORFISMO](#) es la propiedad que define la relación entre dos figuras, cuando entre ellas existe correspondencia [BIUNÍVOCA](#) y [BICONTINUA](#). Dos figuras son homeomorfas cuando se pasa de una a otra por una transformación topológica u homeomorfismo. Las propiedades que permanecen invariables después de una deformación se denominan INVARIANTES TOPOLÓGICAS.

Se dice que existe correspondencia UNÍVOCA entre dos figuras cualesquiera, cuando a cada punto de una de ellas se corresponde un punto y sólo uno de la otra. Cuando además, a cada punto de la segunda figura corresponde uno y sólo un punto de la primera, se dice que existe correspondencia BIUNÍVOCA entre ambas.

Cuando a un punto cualquiera de una figura, y los infinitos puntos, infinitamente próximos a dicho punto, le corresponde un punto y sólo uno de la segunda figura, y a cada punto infinitamente próximo del primer punto, le corresponde en la segunda figura uno y sólo un punto infinitamente próximo al segundo punto, existe correspondencia [CONTINUA](#) de la segunda figura a la primera.



Cuando además, al punto considerado de la segunda figura, y los infinitos puntos, infinitamente próximos al mismo, le corresponde un punto y sólo uno de la primera, y a cada punto infinitamente próximo al punto de la segunda figura, le corresponde en la primera uno y sólo un punto infinitamente próximo al primer punto, existe correspondencia BICONTINUA entre ambas.

Decimos, entonces, que dos figuras son homeomórficas, cuando existe entre ambas correspondencia biunívoca y bicontinua.

Con este concepto, un poliedro convexo simple (fig. 1) puede deformarse topológicamente hasta llegar a convertirse en una esfera (fig. 2). Ambos cuerpos, y cada uno de los sucesivos pasos por los que se pasó desde el poliedro original hasta la esfera, son topológicamente equivalentes.

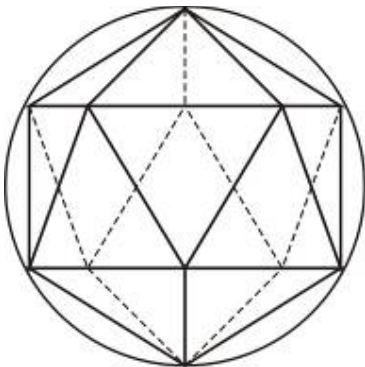


Figura 1 - ICOSAEDRO

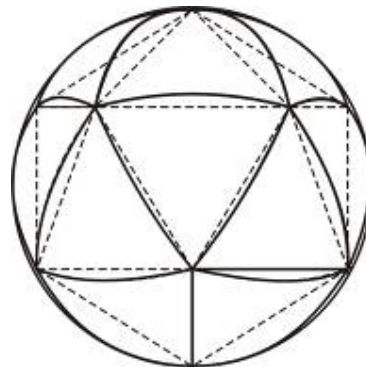


Figura 2 - ICOSAEDRO ESFÉRICO

No obstante, podemos igualmente tener dos figuras homeomorfas, pero no topológicamente equivalentes.

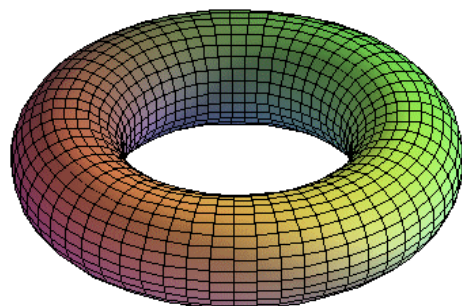
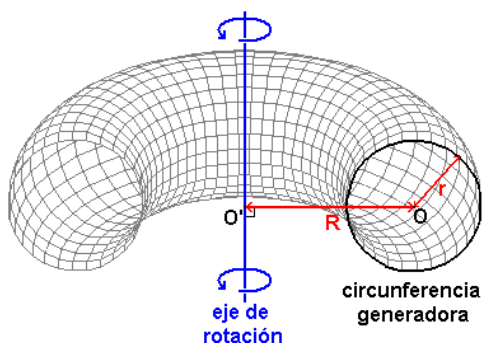


Figura 3

Linqueo a Sitio Web con Imagen en 3D <http://utenti.quipo.it/base5/geosolid/torus.htm>

Así, un toro (como el de la Figura 3) y un nudo, como los que se exponen más adelante, son homeomórficos, pero no equivalentes topológicamente, pues para pasar de uno a otro, debió interrumpirse en algún momento la secuencia topológica de la transformación.

Cuando dos figuras son homeomorfas por existir entre ellas una correspondencia biunívoca y bicontinua, pero no tienen igual situación en el espacio, se dice que tienen “Propiedad Topológica Relativa”.



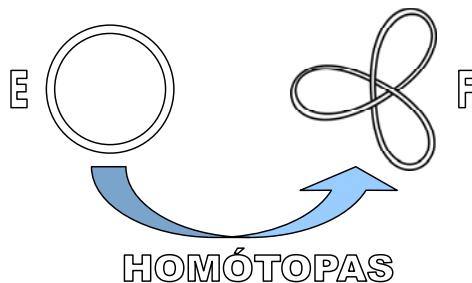
Se hace un corte en la circunferencia, se anuda y se une nuevamente.

Propiedades topológicas relativas

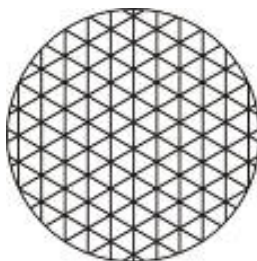
Las propiedades topológicas relativas dependen de la situación en el espacio de la figura considerada.

De las propiedades topológicas relativas dependen por lo menos dos nociones importantes:

1. Homotopía: Una figura E es homótopa de otra F en el espacio, cuando, siendo homeomorfas, se debe pasar de E a F por una secuencia discontinua de transformaciones topológicas.



2. Isotopía: Una figura E es isótopa de otra figura F en el espacio, si se puede pasar de E a F por una familia continua de homeomorfismos, de tal modo que en cada instante, la figura intermedia siempre sea homeomorfa con E.



El valor de la expresión $P - L + R = 1$ es igual para la red de triángulos que para un solo triángulo.

Dominio de las entidades básicas del espacio


El dominio representativo de una configuración espacial es:

a = P (punto)

b = L (línea)

c = R (región)

Dominio de las entidades básicas:

● PUNTO	P = 1	_____	LÍNEA	P = 0		REGIÓN	P = 0
	L = 0			L = 1			L = 0
	R = 0			R = 0			R = 1

Uno de los principales hallazgos de la Topología es una fórmula que relaciona las tres entidades (P, L y R) de la siguiente manera:

$$K = P - L + R$$

Donde k es una constante para todas las figuras pertenecientes a una misma familia de equivalencia topológica.

Esta fórmula fue descubierta por Descartes y redescubierta por Euler años mas tarde, y se la conoce como FÓRMULA DE EULER o NÚMERO DE EULER.

K es el valor característico de cada familia de configuraciones. Todas las configuraciones que poseen igual número de EULER, pertenecen a una misma familia.

Para las configuraciones bidimensionales (Plano) $k = 1$

Para las configuraciones tridimensionales (Espacio) $k = 2$

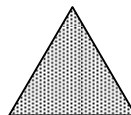
Ejemplos de configuraciones planas y aplicación del NÚMERO DE EULER:

TRIANGULO $P = 3$

$$k = 3 - 3 + 1 = 1$$

$L = 3$

$R = 1$

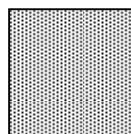


CUADRADO $P = 4$

$$k = 4 - 4 + 1 = 1$$

$L = 4$

$R = 1$

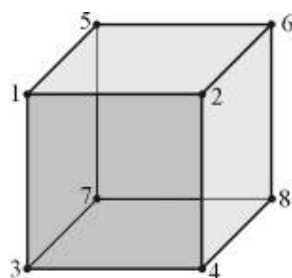
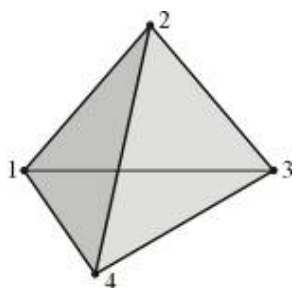
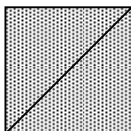


CUADRADO $P = 4$

$$k = 4 - 5 + 2 = 1$$

$L = 5$ (con una diagonal)

$R = 2$



Ejemplos de configuraciones espaciales y aplicación del NÚMERO DE EULER:

1. TETRAEDRO	$P = 4$ $L = 6$ $R = 4$ $k = 4 - 6 + 4 = 2$	2. CUBO	$P = 8$ $L = 12$ $R = 6$ $k = 8 - 12 + 6 = 2$
--------------	--	---------	--

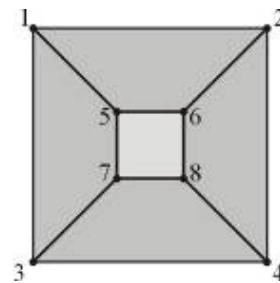
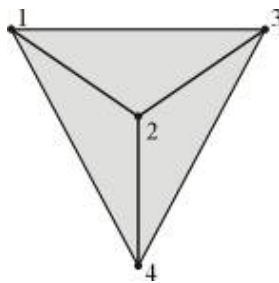
Esquema poligonal: es la representación del poliedro por un sistema de polígonos en el plano.

Una cara del poliedro equivale a un polígono en el plano con igual número de lados que la cara correspondiente del poliedro.

Al transformar un poliedro a una red plana, el número de vértices y aristas es el mismo que en un poliedro original; el número de caras es inferior a uno (quitamos una cara) para poder extender el poliedro sobre el plano.

En ambos casos se cumple: $P - L + R = 1$

Si representamos al tetraedro y al cubo en un esquema plano poligonal y aplicamos la fórmula de EULER para configuraciones de dos dimensiones, tenemos:



<p>1. TETRAEDRO $P = 4$</p> <p>$L = 6$</p> <p>$R = 3$</p> <p>$k = 4 - 6 + 3 = 1$</p>	<p>2. CUBO $P = 8$</p> <p>$L = 12$</p> <p>$R = 5$</p> <p>$k = 8 - 12 + 5 = 1$</p>
---	--

Correspondencia Bicontinua: Cuando además, al punto considerado de la segunda figura, y los infinitos puntos, infinitamente próximos al mismo, le corresponde un punto y sólo uno de la primera, y a cada punto infinitamente próximo al punto de la segunda figura, le corresponde en la primera uno y sólo un punto infinitamente próximo al primer punto, existe correspondencia BICONTINUA entre ambas.

Correspondencia Biunívoca: se dice que existe correspondencia unívoca entre dos figuras, cuando a cada punto de una de ellas se corresponde un punto y sólo uno de la otra. Cuando, además, a cada punto de la segunda figura corresponde uno y sólo un punto de la primera se dice que existe correspondencia biunívoca.

Correspondencia Continua: cuando a un punto cualquiera de una figura y los infinitos puntos, íntimamente próximos a dicho punto, le corresponde un punto y sólo uno de la segunda figura y a cada punto infinitamente próximo del primero, le corresponde en la segunda figura uno y sólo un punto infinitamente próximo al segundo punto, existe correspondencia.

Espacio: Desde el punto de vista de las dimensiones y las formas de las cosas, se lo define como la entidad mensurable que se extiende en las tres dimensiones básicas (alto, ancho y profundidad).

Homeomorfismo: Es la propiedad que define la relación entre dos figuras, cuando entre ellas existe correspondencia (biunívoca y bicontinua).

Un concepto muy usado en Topología es el de HOMEOMORFISMO, que M. Frechev y K. y Fan definen como “la deformación de una figura de caucho sin desgarramientos ni adherencias”, en el sentido que ellos definen a la Topología como “la geometría de las figuras de caucho”.

Topología Combinatoria: Aunque el auge de la topología data de dos siglos atrás (mediados del XIX) hay descubrimientos anteriores, como la fórmula de Descartes (1640), redescubierta por Euler (1752) que tiene cabida en ella, y que se explica más adelante en este trabajo. La Topología o Análisis Situs es una rama de la geometría que estudia las propiedades cualitativas de las figuras y cuerpos, desechando las propiedades métricas y proyectivas, pertenecientes a las geometrías métrica y proyectiva respectivamente. Según la definen R. Courant y H. Robbins, “la Topología estudia las propiedades de las figuras geométricas que subsisten aún si esas figuras se someten a deformaciones tan radicales que las hagan perder todas sus propiedades métricas y proyectivas”.

“Tipos estructurales sometidos a esfuerzos de tracción”

1.2. CONFIGURACIONES ESPACIALES

- Espacios de dos y tres dimensiones -

“En esta clase trataremos temas de geometría básica, con el objetivo de reconocer cómo lo simple puede llegar a resolver problemas complejos”.

Los Polígonos en general

Un polígono es una figura geométrica formada por segmentos de línea recta, unidos entre sí por sus extremos según un orden cíclico, de modo que cada uno esté conectado con sólo dos de ellos.

Cada segmento representa el lado del polígono y el punto en que se unen dos de ellos se llama vértice. Un polígono es cerrado cuando todos sus lados están unidos a otros dos, no quedando ningún extremo libre.

En todo polígono cerrado, al ángulo interior formado por dos lados consecutivos lo llamaremos ángulo interior perimetral. La suma de los ángulos interiores perimetales de un polígono cerrado es siempre igual a $2R \times (n-2)$, siendo n el número de lados del polígono.

Un polígono es convexo, cuando todos sus ángulos interiores perimetales son inferiores a 180° .

Polígonos destacados

En este espacio, veremos algunos tipos de polígonos que se destacan por sus particulares características:

1. algunos triángulos;
2. los polígonos regulares; y, entre éstos,
3. el pentágono regular.

Triángulos especiales

A modo de repaso de la geometría elemental del plano, recordaremos algunos conceptos. En el caso de los triángulos convexos debemos destacar, antes de todo otro concepto, que todos, sin excepción, son inscriptibles en una circunferencia, independientemente que sean o no regulares. Además, distinguimos tres clases de triángulos: rectángulos -tienen un ángulo recto- (figura 1), acutángulos

-todos sus ángulos miden menos que 90° - (figura 2), y obtusángulos -uno de sus ángulos mide más de 90° - (figura 3).

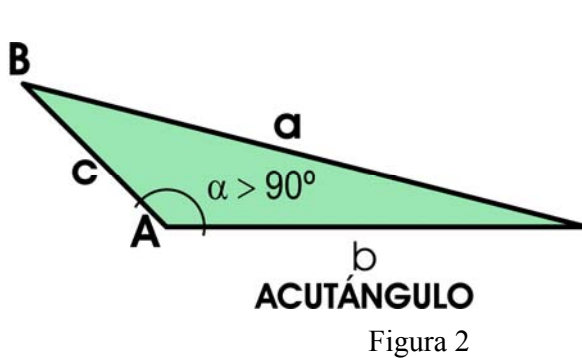
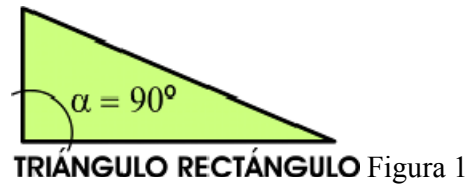


Figura 2 OBTUSÁNGULO

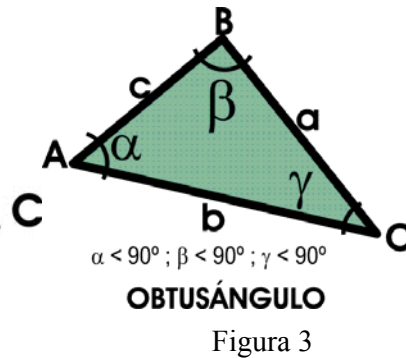


Figura 3 ACUTÁNGULO

Por otra parte, existen otros tipos de triángulos, en función de sus lados:

Triángulo Equilátero: es un triángulo regular, es decir, tiene todos sus lados y ángulos iguales (figura 4).

Triángulo Isósceles: es aquél que posee sólo dos lados iguales entre sí. Por el teorema respectivo, sabemos que los ángulos correspondientes a estos lados también son iguales entre sí. (Figura 5).

Triángulo Escaleno: todos sus lados y ángulos son desiguales entre sí (figura 6).

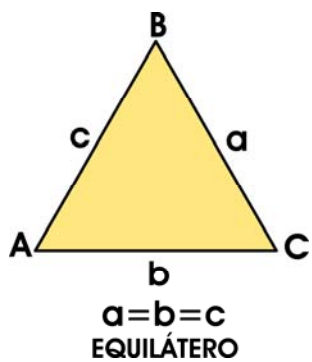


Figura 4

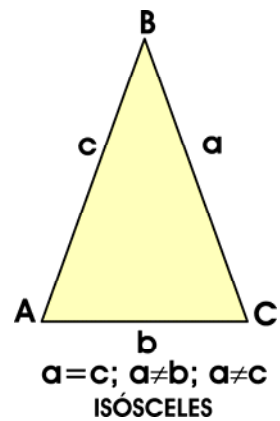


Figura5

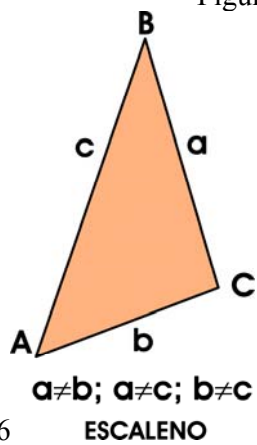


Figura 6

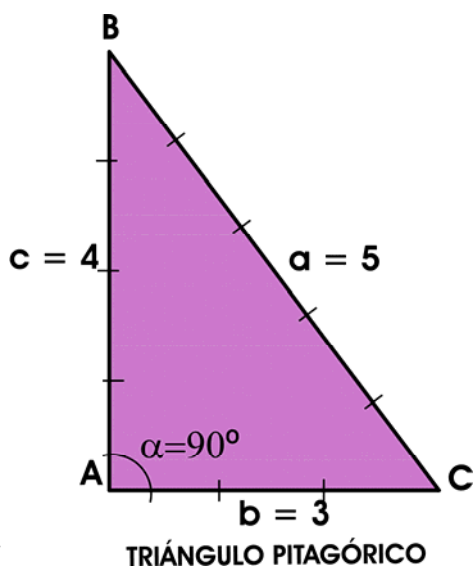


Figura 7

Ahora pasemos a estudiar otros triángulos especiales que se destacan por determinadas características y usos:

Triángulo Sagrado o Perfecto: es el triángulo rectángulo usado por los egipcios para el trazado de las pirámides, cuyos lados están en progresión aritmética 3, 4, 5. Actualmente es muy utilizado en albañilería para trazar ángulos rectos sin más recursos que una cinta métrica. Se lo conoce como *Triángulo de Pitágoras* o *de Plutarco* (figura 7).

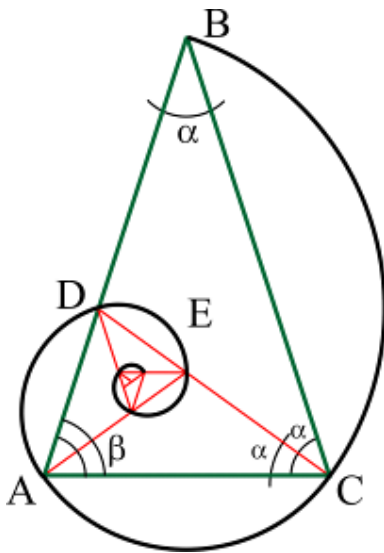


Figura 8. Espiral logarítmica en base a bisectrices

Triángulo de Price: es un triángulo rectángulo cuyos lados están en progresión geométrica. En él, la razón entre la hipotenusa y el cateto mayor es igual a la razón entre el cateto mayor y el cateto menor. Ambos cocientes son iguales a la raíz cuadrada del número de oro (Figura 9). Se lo conoce con este nombre, por haber sido Price quién lo presentó como característico del semi perfil de la Gran Pirámide. Es el único triángulo cuyos lados están en progresión geométrica.

Triángulo Isósceles Áureo: Es un triángulo isósceles. Cuy ángulo menor mide 36° , y los dos restantes miden, 72° cada uno. Se lo encuentra en el pentágono regular estrellado. También sirve de base para el desarrollo de una espiral logarítmica de crecimiento armónico según el número de oro (figura 8).

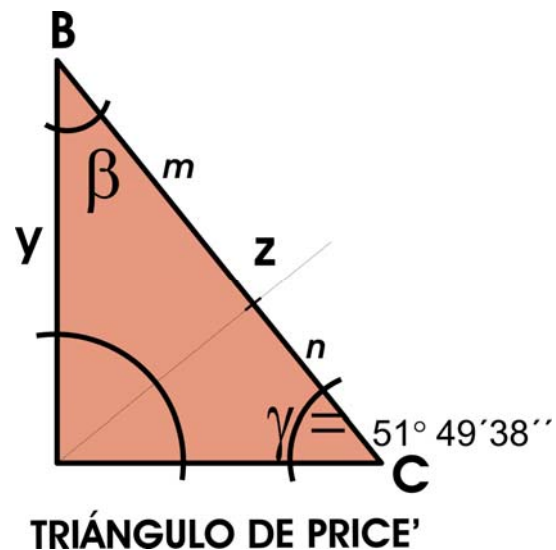
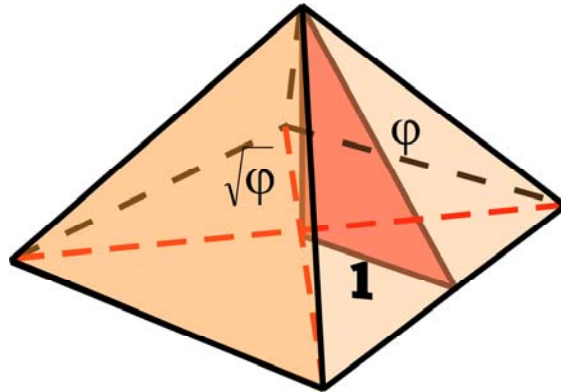


Figura 9

$$\frac{z}{y} = \frac{y}{x} = \sqrt{\Phi} = 1,272...$$

$$\frac{z}{x} = \frac{m}{n} = \Phi$$



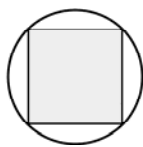
$$\alpha = 51^{\circ}49'38''2$$

Polígonos regulares

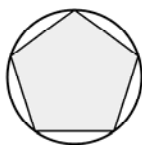
Un polígono regular es aquel polígono convexo que posee todos sus lados y ángulos interiores perimetrales respectivamente iguales entre sí y, además, es inscriptible en una circunferencia. El ángulo interior perimetral de un polígono regular vale . Entre los polígonos regulares, estudiaremos aquéllos más representativos y usados en arquitectura:



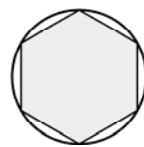
Triángulo



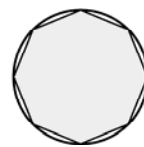
Cuadrado



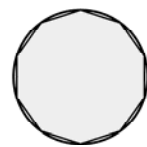
Pentágono



Hexágono



Octógono



Decágono

Pentágono regular

Pasemos a analizar ahora al pentágono regular y la estrella pentámera que se inscribe en él.

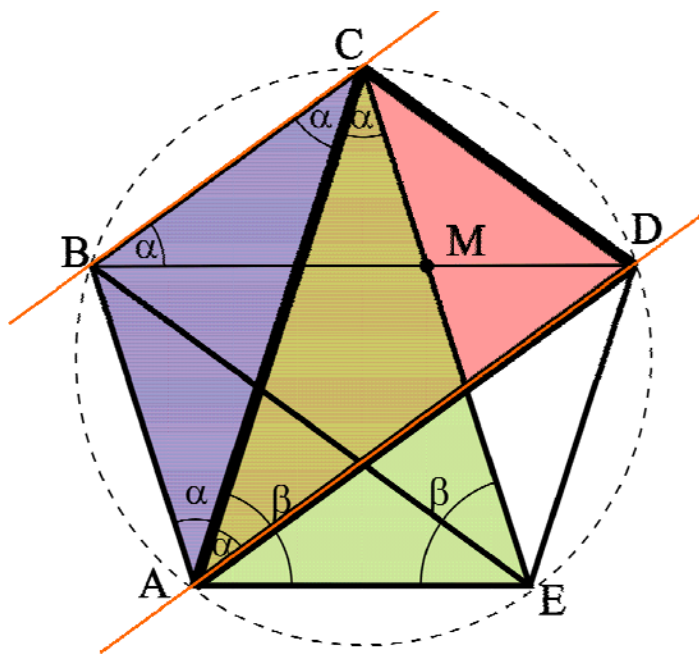


Figura 10 - Pentágono regular y estrella pentámera inscrita

En el pentágono $ABCDE$, destacamos el triángulo $\triangle ACE$, isósceles, donde $\angle ACE = \alpha$ y $\angle CAE = \angle CEA = \beta$.

Pero como el $\triangle ACE = \triangle ACD$, también lo son sus ángulos correspondientes: $\angle CAD = \angle ACE$

Considerando ahora el triángulo $\triangle ABC$, también isósceles, tenemos las siguientes relaciones entre sus respectivos ángulos:

$\angle ACE = \angle CAB$, por alternos internos entre $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$, y como $\angle CAB = \angle ACB$, también lo son $\angle ACB = \angle ACE = \alpha$; luego, $\beta = 2\alpha$

Como α y β son los ángulos internos de un triángulo, $\alpha + 2\beta = 180^\circ$, por lo tanto, $\alpha = \frac{180^\circ}{5} = 36^\circ$, y como $\beta = 2\alpha = 72^\circ$.

Por otra parte, los triángulos BAE y BME son iguales, por serlo sus partes correspondientes, lados y ángulos; también $\triangle BME = \triangle CMD$, por opuestos por el vértice; luego, los triángulos BME y CMD son semejantes y, por serlo, sus partes correspondientes son proporcionales entre sí:

$\frac{\overline{BE}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{ME}}{\overline{CM}}$ (1); pero $\overline{BE} = \overline{CE} = \overline{CM} + \overline{ME}$, por lo tanto: Reemplazando en (1), tenemos:

$$\frac{\overline{CM} + \overline{ME}}{\overline{ME}} = \frac{\overline{ME}}{\overline{CM}} = \Phi = 1,618.....$$

“Ahora trataremos la tridimensionalidad para reconocer cómo los poliedros nos acercan un poco más al concepto de espacio”.

Los Poliedros en general

Las configuraciones diédricas están formadas por dos superficies no congruentes vinculadas entre sí por medio de una arista. Estas superficies son las caras de la configuración. Si agregamos una nueva superficie, no congruente con las anteriores habremos obtenido una figura triédrica.

De esta manera podemos proseguir en la generación de figuras poliédricas: tetraédricas, pentaédricas, hexaédricas, etc., según estén formadas por 4, 5, 6 o más superficies con la sola condición de que no sean congruentes entre sí y las aristas que forman cada dos de ellas, concurren todas a un mismo punto que llamaremos vértice. Al ángulo formado en la concurrencia de las caras llamaremos poliedro.

El ángulo que forman dos caras consecutivas es el *ángulo perimetral interior* del poliedro.

Poliedros convexos

Cuando las caras del poliedro no poseen caras libres, es decir, cuando todas las caras están vinculadas por sus lados a sendas caras del poliedro, sin que aparezcan huecos intermedios, el poliedro es cerrado.

Los poliedros cerrados, cuyos ángulos interiores perimetrales son todos inferiores a 180°, son llamados también poliedros convexos.

Existe una variedad infinita de poliedros convexos. Aquí solo estudiaremos aquellos que corresponden a ciertas leyes geométricas y sus caras son superficies de curvatura nula en sus dos direcciones principales.

Poliedros convexos regulares o Platónicos

Cuando un poliedro está constituido por sólo una familia de polígonos iguales entre sí, reciben el nombre de *polígonos regulares*. Existen sólo cinco poliedros que cumplen esta condición, conocidos también como *poliedros platónicos* (por razones que aquí no vienen al caso). Sólo tres clases de polígonos regulares son capaces de formar poliedros regulares: ellos son, el *triángulo equilátero*, el *cuadrado regular* y el *hexágono regular*. Los cinco poliedros regulares reciben los nombres de tetraedro (4 caras triangulares), cubo (6 caras cuadradas), octaedro (8 caras triangulares), dodecaedro (12 caras pentagonales), e icosaedro (20 caras triangulares). Todos, sin excepción, son inscriptibles en la esfera.

Actividades:

Partiendo del valor topológico de los poliedros convexos, según [Euler](#), verificar que sólo pueden construirse 5 (cinco) poliedros regulares, ni menos, ni más.

Siendo “V”, el vértice, “A” la arista, y “C”, la cara del poliedro, y “v”, “a” y “c” la cantidad de vértices, aristas y caras que lo conforman, aplicando la fórmula de Euler, tendremos:
 $v - a + c = 2$ (2).

Por definición, sabemos que a cada arista del poliedro, concurren sólo 2 caras, y cada lado de los polígonos que constituyen las caras del poliedro se conecta a través de sus 2 extremos con los vértices correspondientes. Quiere decir que, si calculamos la cantidad de aristas del poliedro a partir de multiplicar el número de caras por su número de lados (m), estaremos considerando dos veces el número real de aristas que posee el poliedro. Lo mismo sucederá si calculamos el número de aristas del poliedro a través de multiplicar el número de vértices por la cantidad de aristas (n) que concurren a él.

Esto lo podemos expresar así: $c \times m = 2a$; y $v \times n = 2a$; o, lo que es lo mismo: $c = \frac{2a}{m}$; y $v = \frac{2a}{n}$.

Reemplazando en (2) los valores de c y v , respectivamente, obtenemos:

$$\frac{2a}{m} - a + \frac{2a}{n} = 2 ;$$

Tomando a como factor común en el primer miembro, tenemos: $a \left(\frac{2}{m} - 1 + \frac{2}{n} \right) = 2$

Despejamos “a”, y pasamos el término entre paréntesis al segundo miembro: $a = \frac{2}{\frac{2}{m} - 1 + \frac{2}{n}}$ (3)

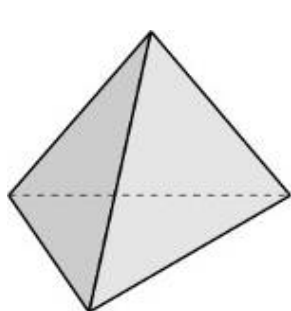
Ahora, pasamos a considerar otro aspecto. Sabemos que para que se produzca un ángulo poliédrico, la suma de los ángulos internos perimetrales de los polígonos concurrentes debe ser menor a 360° . Sabemos, además, que los ángulos interiores perimetrales de un hexágono miden:

$\alpha = 2R \times \frac{n-2}{n} 120^\circ$, y $\alpha \times 3 = 360^\circ$, o sea que si utilizamos hexágonos, no podríamos formar un ángulo triédrico. Esto nos está dando un límite: el pentágono regular. Como, por otra parte, el triángulo es la figura de menor número de lados posible, el valor de m podrá variar entre 3 y 5.

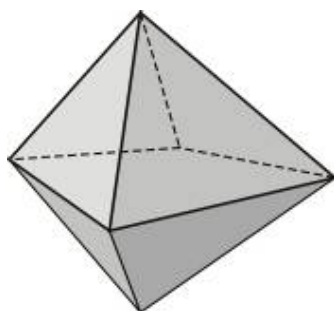
Considerando ahora la concurrencia a un vértice, tres también es el mínimo número de polígonos necesarios para conformar un ángulo poliédrico. Hemos visto que sólo podemos conformar ángulos poliédricos con triángulos, cuadrados y pentágonos. Tampoco podríamos hacerlo con cuatro cuadrados (sus ángulos concurrentes suman cada uno 90° , lo que sumaría un total de 360° en el punto de concurrencia), y mucho menos con cuatro pentágonos. Sí, en cambio, podemos adosar cuatro y cinco triángulos regulares. Adosando seis triángulos equiláteros (sus ángulos internos miden 60°) nos llevaría nuevamente a una suma total de 360° . En resumen, el valor de n podrá variar también entre 3 y 5.

Reemplazando sucesivamente estos valores en (3), podemos construir la siguiente tabla:

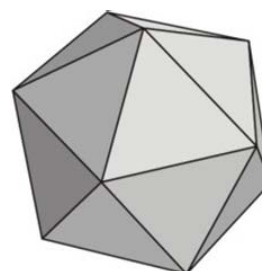
N °	M	n	v	a	c	POLIEDRO
1	3	3	4	6	4	TETRAEDRO
2	4	3	8	12	6	OCTAEDRO
3	5	3	20	30	12	ICOSAEDRO
4	3	4	12	30	20	EXAEDRO o CUBO
5	3	5	12	30	12	DODECAEDRO



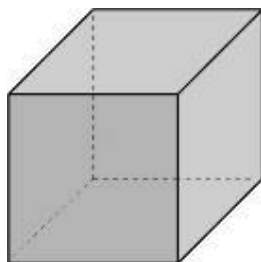
1



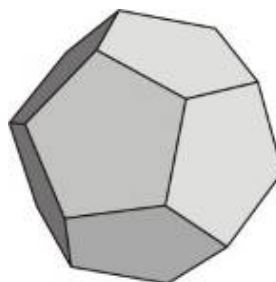
2



3



4



5

Poliedros semirregulares o arquimedianos

Aplicando ciertos mecanismos de transformación, a partir de los poliedros regulares, se obtienen otros poliedros, conocidos como semirregulares o arquimedianos, todos inscriptibles en una esfera y conformados a partir de polígonos regulares, aunque en este caso, con la participación de dos o más de diferente especie.

Los poliedros semirregulares o arquimedianos se obtienen aplicando dos reglas de transformación sobre los poliedros regulares:

Tomando los puntos medios de las aristas y uniéndolos entre sí.

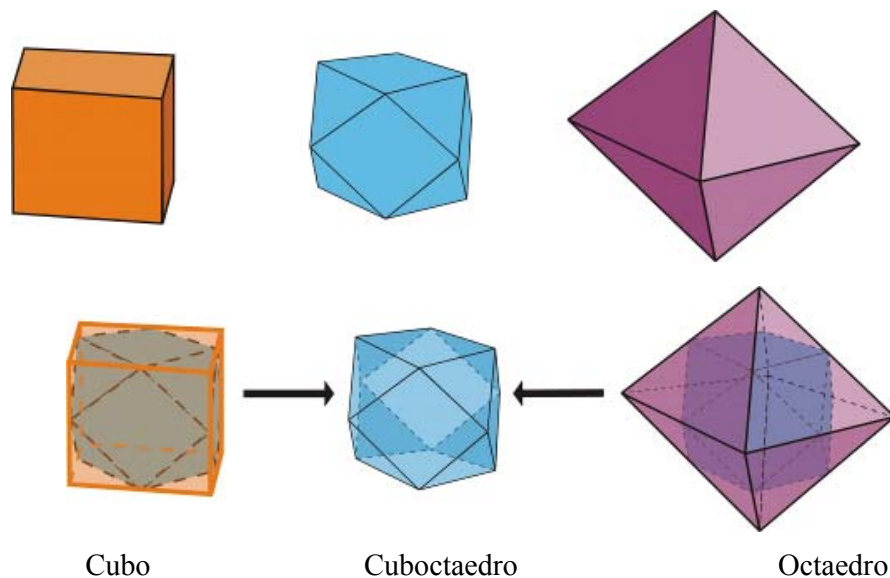
Tomando los tercios de las aristas y uniendo estos puntos entre sí.

Debido a esta división, en cada vértice del poliedro original se formará un nuevo polígono regular de tantos lados como caras concurren al vértice.

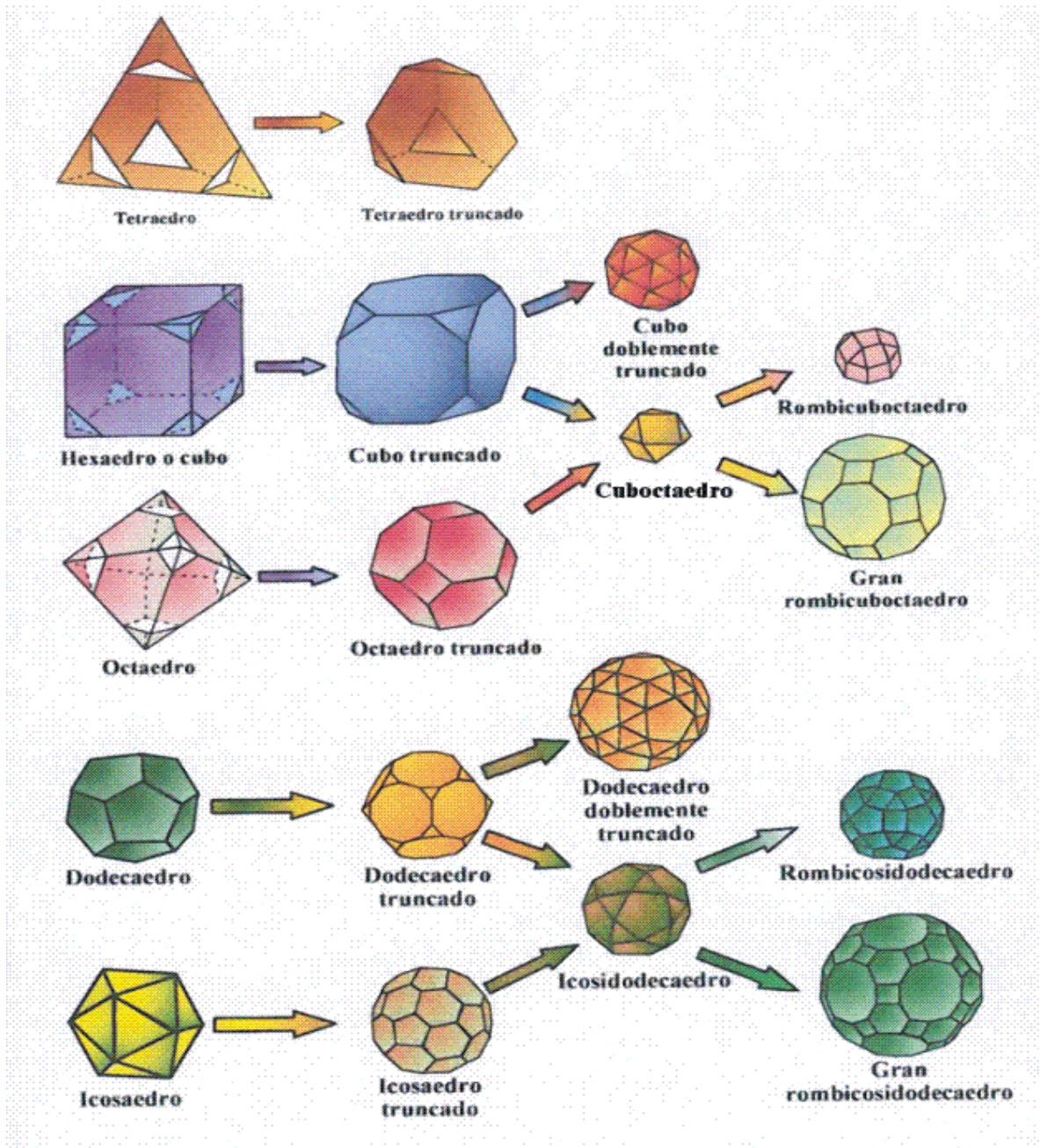
El caso del tetraedro es excepcional, puesto que, al aplicarle el primer procedimiento (dividir sus aristas por la mitad y uniendo estos puntos entre sí), se obtiene por resultado un octaedro.

El cubo y el octaedro dan por resultado un mismo poliedro semirregular, denominado en virtud de esta situación, el CUBOCTAEDRO (Figura 11), y el dodecaedro y el icosaedro, por su parte, dan origen también a un mismo poliedro semirregular, el ICOSADODECAEDRO.

POLIEDROS RELACIONADOS



Arquimedianos



Linqueo a Sitio Web con Imágenes en 3D:

<http://www.georgehart.com/virtual-polyhedra/archimedean-index.html>

Aplicando el primer procedimiento de transformación a estos dos nuevos poliedros, logramos otros tantos nuevos semirregulares: el Cuboctaedro da origen al ROMBICUBOCTAEDRO, y el icosaedro, al ROMBICOSADODECAEDRO.

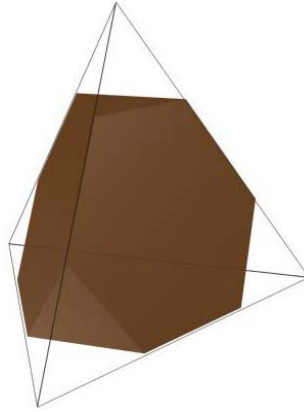
Tomamos ahora un segundo plano, donde figuran, además de los cinco poliedros regulares, los dos poliedros semirregulares obtenidos inicialmente, el *cuboctaedro* y el *icosadodecaedro*, y sobre ellos aplicamos el segundo criterio de transformación, es decir, dividir en tercios sus respectivas aristas, y unir entre sí estos puntos, logrando como resultado siete nuevos poliedros semirregulares, cuyos nombres resultan de anexarle a sus respectivos nombres el adjetivo “*truncado*”.

Mediante un procedimiento que no corresponde a los ya enunciados, obtenemos los últimos dos nuevos poliedros semirregulares: el CUBO PLEGADO y el DODECAEDRO PLEGADO. Estos nuevos poliedros se construyen rodeando con triángulos regulares cada una de las caras del cubo y del dodecaedro, respectivamente.

El *cubo plegado* está compuesto por seis caras cuadradas y 32 caras triangulares, y el *dodecaedro plegado*, por su parte, lo constituyen doce caras pentagonales y 80 caras triangulares.

Para no prolongar la cuestión, en la tabla siguiente se exponen estos poliedros, y los que resultan de aplicar el segundo procedimiento, es decir, dividir por tercios las aristas:

N°	Poliedro Base	División en $\frac{1}{2}$ aristas		División en $\frac{1}{3}$ aristas	
		N°	Poliedro	N°	Poliedro
1	Tetraedro	3	Octaedro	10	Tetraedro Truncado
2	Hexaedro	6	Cuboctaedro	11	Hexaedro Truncado
6	Octaedro			12	Octaedro Truncado
4	Dodecaedro	7	Icosadodecaedro	13	Dodecaedro Truncado
5	Icosaedro			14	Icosaedro Truncado
6	Cuboctaedro	8	Rombicuboctaedro	15	Cuboctaedro Truncado
7	Icosadodecaedro	9	Rombicosadodecaedro	16	Icosadodecaedro Truncado
17	Cubo Doblemente Truncado			-	-
18	Dodecaedro Doblemente Truncado			-	-



TETRAEDRO TRUNCADO

Tomando los tercios de cada arista del poliedro base (tetraedro) y uniendo los nuevos vértices obtenidos

Existen numerosas familias de poliedros, que nombraremos aquí porque en algunas de ellas figuran individuos que poseen propiedades de interés para el diseño estructural.

Si tomamos cualquier polígono y lo utilizamos como base y techo, simultáneamente, y unimos estos dos con cuadrados, obtenemos la familia de *prismas*. Cuando los polígonos que empleamos son todos regulares, la familia obtenida será la de los *prismas regulares*. A esta familia pertenece el *exaedro* o *cubo*. Resultan de particular interés, además del exaedro, el prisma regular triangular y el hexagonal, en razón de que los tres macizan el espacio por simple añadidura de poliedros de la misma especie.

Si aplicamos este mismo procedimiento, pero en lugar de cuadrados empleamos triángulos, habremos conformado una nueva familia, la de los *antiprismas*. De la misma manera, si los polígonos empleados son todos regulares, la nueva familia será la de los *antiprismas regulares*. A esta familia pertenece el *octaedro*.

Otra familia de poliedros que resulta de interés es la de los recíprocos, que se forman uniendo entre sí los puntos centrales de las caras que conforman el poliedro base. De esta familia, nos interesa, en particular, mencionar el dodecaedro rómbico, o rombiododecaedro, recíproco del cuboctaedro, por tratarse de un poliedro que maciza el espacio por simple añadidura de poliedros de la misma especie. El tetraedro es recíproco de sí mismo.

Podemos mencionar otras familias, como las de los *diamantes* y *diamantoedros*, pero no son de interés para nuestro trabajo.

El octaedro truncado (semirregular o arquimediano), también es conocido con un nombre un tanto estrafalario: *tetrakaidecaedro*, aunque resulta más cómo mencionarlo con el nombre de su descubridor: *poliedro de Lord Kelvin* (Figura 12). Junto a los ya mencionados, es un poliedro que maciza el espacio por simple añadidura de poliedros de la misma especie.

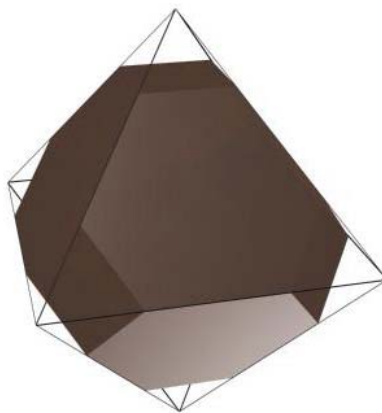


Figura 12

Por último, tomando un *tetraedro* y adosándole un *semioctaedro* (o pirámide regular de base cuadrada), formamos un nuevo poliedro, conocido con el nombre de *zueco irregular*, interesante por ser el último de los seis poliedros que macizan el espacio por simple añadidura de poliedros de la misma especie. Es necesario destacar este caso, pues constituye la base de conformación de las estructuras reticuladas espaciales que se utilizan comúnmente para cubrir grandes luces. Además, ofrece la alternativa de un trazado en planta triangular, cuadrada o hexagonal.

Resumiendo, los seis poliedros que macizan el espacio, mencionados precedentemente, son: exaedro o cubo, prisma regular triangular, prisma regular hexagonal, poliedro de Lord Kelvin, rombiododecaedro y zueco irregular.

Aquí te acercamos un cuadro para que los recuerdes mejor!

Composición geométrica de los poliedros

Poliedros regulares
Tetraedro – 4 triángulos
Hexaedro – 6 cuadrados
Octaedro – 8 triángulos
Dodecaedro – 12 pentágonos
Icosaedro – 20 triángulos
Poliedros semirregulares o arquimedianos (13 miembros)
Cuboctaedro (8 triángulos + 6 cuadrados)
Icosadodecaedro (20 triángulos + 8 pentágonos)
Rombicuboctaedro (8 triángulos + 18 cuadrados) – utilizado en el diseño del nudo
Rombicosadodecaedro (120 triángulos + 30 cuadrados + 12 pentágonos)
Tetraedro Truncado (4 hexágonos + 4 triángulos)
Octaedro truncado (8 hexágonos + 6 cuadrados) – Poliedro de Lord Kelvin
Cubo Truncado (6 octógonos + 8 triángulos)
Dodecaedro Truncado (12 pentágonos + 20 triángulos)
Icosaedro Truncado (20 hexágonos + 12 pentágonos) – utilizado en el diseño de las
Cuboctaedro Truncado (12 cuadrados + 8 hexágonos + 6 octágonos)
Icosadodecaedro Truncado (12 pentágonos + 20 hexágonos)
Cubo Plegado (6 cuadrados + 32 triángulos)
Dodecaedro Plegado (12 pentágonos + 80 triángulos)
Prismas regulares (infinitos miembros)
2 caras poligonales regulares (base y techo) cuadrados, siendo el número de lados del
Otros
Zueco Irregular (1 cuadrado + 6 triángulos)
Dodecaedro Rómbico (12 rombos) – recíproco del Cuboctaedro

Euler, Leonhard: Matemático suizo, nació el 15 de abril de 1707 en Basilea, Suiza. Hijo de un clérigo, cursó estudios en la Universidad de la ciudad con el matemático suizo Johann Bernoulli. A pesar de sufrir un grave problema de visión (perdió parcialmente la visión antes de cumplir 30 años y se quedó casi ciego al final de su vida), Leonhard Euler realizó contribuciones muy importantes a la matemática pura y aplicada. Se le conoce por su tratamiento analítico de las matemáticas y su discusión de conceptos del cálculo infinitesimal, pero también por su labor en acústica, mecánica, astronomía y óptica. En su Introducción al análisis de los infinitos (1748), realizó el primer tratamiento analítico completo del álgebra, la teoría de ecuaciones, la trigonometría y la geometría analítica. Trató el desarrollo de series de funciones y formuló la regla por la que sólo las series convergentes infinitas pueden ser evaluadas adecuadamente. También abordó las superficies tridimensionales y demostró que las secciones cónicas se representan mediante la ecuación general de segundo grado en dos dimensiones. Poseedor de una asombrosa facilidad para los números y el raro don de realizar mentalmente cálculos de largo alcance. Se recuerda que en una ocasión, cuando dos de sus discípulos, al realizar la suma de unas series de diecisiete términos, no estaban de acuerdo con los resultados en una unidad de la quincuagésima cifra significativa, se recurrió a Euler, éste repasó el cálculo mentalmente, y su decisión resultó ser correcta. Realizó también aportaciones a la astronomía, la mecánica, la óptica y la acústica. Entre sus obras más destacadas se encuentran Instituciones del cálculo diferencial (1755), Instituciones del cálculo integral (1768-1770) e Introducción al álgebra (1770). Regresó a San Petersburgo en 1766, donde murió el 18 de septiembre de 1783.

Línea: sucesión de puntos alineados o no.

Poliedro: porción de espacio limitada por un volumen cuyas caras son polígonos planos. Sus elementos característicos son: caras, aristas y vértices.

Polígono: porción de plano limitada por una línea poligonal cerrada (serie de segmentos concatenados que no se cortan). Un polígono queda determinado por sus lados, que son los segmentos de la poligonal, y por sus ángulos, que son los que se forman cada dos lados consecutivos.

Punto: adimensional (espacio vacío).

Recta: sucesión de puntos alineados.

“Principios Básicos para el Diseño de las Estructuras”

1.3. ESTUDIO DE LAS FORMAS

“En esta clase estudiaremos las formas en general, dedicándonos en particular al análisis de aquellas que, por sus características de constitución interna y generación, son las que presentan mayor interés como fuentes de inspiración para el diseño de estructuras de grandes luces”.

Introducción

Existe una tendencia que, si bien no es reciente, es bastante joven aún, y consiste en considerar la forma como una geometría de ocupación del espacio, sustituyendo así las percepciones sensoriales imprecisas, por una más correcta noción de organización o arreglo, en ciertos casos particulares, también de medida.

Observamos así, prescindiendo de la naturaleza misma de las cosas (sean éstas moléculas, átomos, electrones, etc.), que resulta mucho más importante el modo en que se arreglan u ordenan estas partículas y las características de los conjuntos que las agrupan.

El estudio de los cristales, por ejemplo, nos muestra la asombrosa riqueza combinatoria que existe en esos arreglos, no sólo en el desarrollo de un motivo determinado, sino más aún, en la adaptación a ciertas condiciones dadas, a límites establecidos; y, lo que resulta más interesante, cómo se puede, además, llegar incluso a modificar dichos arreglos.

Por otro lado, el binomio interactuante integrado por la geometría ilimitada y la geometría limitada, ha sido fuente de gran progreso para las ciencias en general.

Complementando lo dicho con un ejemplo, las experiencias con sustancias jabonosas denotan esas respuestas a que se hace alusión, deduciéndose allí, justamente, que la observación de ciertas condiciones límites conducen al campo del dominio del misterio de la forma.

Ese límite que se da, precisamente, en dos regiones separadas, produce el curioso fenómeno de la tensión que engendra la forma sin intervención humana, por el simple juego de fuerzas naturales.

La explicación del fenómeno es conocida: las moléculas de la superficie, en número más limitado que las del seno del líquido, son atraídas hacia el interior, provocando de esta forma una tensión,

manifestada por una especie de piel, simultáneamente delgada y elástica, con una tendencia (en virtud de su elasticidad) a formar una superficie tan reducida como sea posible, lo que significa una superficie mínima (ley de economía de la sustancia).

Es este fenómeno al que se debe la formación de pequeñas gotitas, más o menos esféricas, de un líquido cualquiera, manifestando cada una de ellas un estado de equilibrio entre un volumen máximo para una superficie periférica de película dada. Una experiencia tal demuestra que lo que vulgarmente se denomina '*forma*', es la consecuencia de una organización interna, resultante de la atracción que han provocado las moléculas que integran el grupo.

El hábito nos ha insensibilizado ante el milagro del fenómeno sólido y de la paradoja existente entre la distribución molecular de un cuerpo y la estabilidad del mismo, que constituye, en realidad, el diagrama de equilibrio de las fuerzas internas.

En una escala infinitamente más compleja se encuentra el fenómeno de la vida, resultado de arreglos que responden a la necesidad de un orden dado y prescripto.

En el curso del presente trabajo se analizarán sistemáticamente las posibles combinaciones y arreglos del tipo de las enunciadas. Antes, sin embargo, resulta necesario investigar el campo de referencia del '*espacio*', tal como se lo pretende conocer; si bien nos resulta imposible definirlo correctamente, sabemos perfectamente cómo está poblado, ya se trate del espacio plano o llano (o plano de sustentación, de proyección, etc.), o bien de un espacio de tres, cuatro o 'n' dimensiones.

Concepto de Forma

Una forma es inherente a una determinada cosa. Es aquello que conocemos de la cosa en primera instancia. Es así que el primer conocimiento formal que tenemos de una cosa es habitualmente sensorial y no inteligente.

Más adelante tendremos oportunidad de ir conociendo otros aspectos, inclusive con la intervención de la razón, que nos dará una noción 'racional' de la cosa.

Por eso decimos que una forma puede ser 'casual', 'real', 'deseada', pero de todos modos, nuestro conocimiento de la misma es subjetivo. Las formas son, para nosotros, visibles, audibles, explorables, e incluso gustables y odoras.

La idea de forma se emplea más frecuentemente en el terreno de lo visible. Esto nos resulta más familiar.

La forma visible, al parecer, se refiere no sólo a cuerpos sólidos, fluidos o gaseosos, sino también a los acontecimientos visibles inmateriales, como ser la forma de la luz, etc. Las formas visibles pueden

representarse geométricamente; pueden ser lineales, planas o cúbicas, rectas, curvas o quebradas, etc. Conocemos planos abiertos, cerrados, calados, etc. Pero existen también formas en movimiento, que acontecen en el tiempo y en el espacio.

Una forma es, la mayoría de las veces, el fruto de un acontecimiento anticipado.

Generación de las formas

Para el nacimiento de una forma podemos delimitar tres diferentes campos fundamentales:

- la naturaleza muerta
- la naturaleza viva
- el mundo intelectual

En el campo de la naturaleza se toman en cuenta formas compuestas de la materia. En el terreno de la naturaleza viva dominan el desarrollo y la evolución de las especies.

La naturaleza muerta es estudiada sistemáticamente desde el comienzo por las ciencias físicas y naturales. Con la ayuda de estas ciencias se comienza a descubrir el mundo formal de la materia y su evolución, y de allí se deduce la ley orgánica del concepto o visión del mundo.

La piedra fundamental de su estructura es el átomo. Se conocen hasta ahora muchas de sus propiedades, aunque no haya podido precisarse su forma específica.

Las moléculas tampoco son visibles a simple vista, aunque pueden hacerse visibles gracias a recursos especiales (el microscopio electrónico, por ejemplo). Es posible obtener una más estrecha conformación de un cuerpo, integrado con moléculas, en las compactas soluciones de las figuras geométricas que acusan los cristales.

La forma compleja de los cuerpos sólidos es ilimitada, aunque no así la máxima dimensión de determinada forma, bajo determinadas condiciones. El mundo de las formas de los cuerpos fluidos y gaseosos es estrecho y dependiente.

Las formas en la naturaleza viva indican un cuadro radicalmente opuesto al de la naturaleza muerta. Ellas acusan otro mundo diferente dentro de una escala más pequeña, que abarca desde el microcosmos orgánico, hasta los más grandes animales y vegetales.

Las formas de la naturaleza viva corresponden a la de los vegetales, animales y humanos, considerados individualmente, o como un todo constituido por los mismos elementos que también subsisten en la naturaleza muerta: átomos, moléculas, pero con otra organización. Aquí dominan el carbono, el hidrógeno y el oxígeno, acompañados de muchos otros elementos, como el fósforo, el silicio, el calcio, etc.

La naturaleza muerta envejece, se transforma. La naturaleza viva, por el contrario, se desarrolla, evoluciona. Las formas de la naturaleza viva no presentan un cuadro envejecido, como el polvo de los desiertos, por ejemplo, donde todo ha quedado reducido a escombros.

El cuadro actual de la naturaleza viva es sólo un traslado dentro de un largo desarrollo no acabado, en el cual no hay repeticiones. Es un cuadro que no es viejo.

La naturaleza viva se renueva, salvando los más increíbles obstáculos.

Mientras para la naturaleza muerta la constitución física de la estructura de los tejidos, las propiedades de la materia en reposo y en movimiento y el 'accidente' son formalmente determinados, así también, en la naturaleza viva, lo son las leyes del desarrollo.

La naturaleza viva se sirve de la muerta, siempre que puede. Se sirve de la misma energía y está en constante lucha contra sí misma y contra los elementos de la naturaleza muerta. Esta lucha es el estímulo del desarrollo. Como vencedor, sobrevive en el tiempo la criatura más capaz.

El mundo intelectual es, sin lugar a dudas, parte de la naturaleza viva; sin embargo, difieren en su mundo formal, ya que se rigen por leyes diferentes.

Concepto de Eficacia

Todas las criaturas que hoy existen han marchado hasta ahora a través de una más o menos larga prueba de eficacia, y cada ser, en el curso de su propia vida, enfrenta una prueba semejante, la que, junto con el accidente, decide sobre la propia existencia de los seres.

Esto se aplica también para el hombre, el cual influye de manera importante a su favor, con razón y altruismo (amor a la especie, a la familia, al mundo que lo rodea y a la creación en general), en su lucha por la subsistencia.

Haciendo una grosera interpretación de nuestro cuerpo, diremos que es un conjunto de elementos orgánicos y óseos, envueltos en una membrana o piel.

Los elementos orgánicos constituyen el sector 'vital'. Los huesos el sector 'soportante', y la piel, el contorno 'contenedor' de todo aquello.

Realmente, resulta grotesca esta interpretación tomada así, fríamente. Pero si analizamos las funciones de cada sector, veremos que no lo es tanto. Los órganos están coordinados de tal modo que la ausencia de uno solo de ellos podría llegar a producir una brecha por donde se escape la vida. Con todo, el cuerpo humano es sumamente fuerte y adaptativo, superando en ciertos casos estas 'ausencias', produciendo una pequeña metamorfosis imperceptible, y manteniéndose vivo a pesar de aquéllas.

Los huesos sirven de elementos soportantes, y le permiten al cuerpo mantenerse erguido. La piel le sirve de agente protector en primera instancia, y también, hasta cierto punto, de contenedor, de elemento de cierre, de membrana envolvente.

Así interpretado nuestro cuerpo, es además un claro ejemplo del equilibrio de estos componentes que interaccionan entre sí y dan como respuesta una conformación exterior que nosotros identificamos inmediatamente con los sentidos. Esta conformación no es siempre la misma, porque las tensiones internas en el cuerpo humano se ven diversificadas por esa fuerza inmensamente superior, que es la propia vida, que le transmite una serie de impulsos que le producen transformaciones continuas, que se van dando en el tiempo, en sí mismo y en mutaciones propias de la especie.

Nuestro cuerpo actual difiere del de nuestros primeros padres, y aún de cualquiera de nuestros semejantes contemporáneos. Encontramos personas gruesas y delgadas, altas y bajas, etc. ¿Y qué mejor ejemplo de transformación, desarrollo y evolución que el de la gestación de un nuevo ser en el propio seno de una madre?

El fenómeno de tensión superficial

Otro ejemplo, aunque parezca trivial, pero que encierra un inmenso poder de síntesis es la gota de un líquido cualquiera, comparada con una masa considerable del mismo líquido. Es necesario que derramemos parte de él sobre un plano horizontal para darnos cuenta inmediatamente que el comportamiento en ambos casos es totalmente diferente.

Mientras una pompa de jabón, apoyada sobre una superficie, se mantiene casi esférica (figura 1), conservando una gran semejanza con forma de una gota, cuando cae libremente en el espacio (figura 2), el líquido derramado, en cambio, se desparrama casi totalmente formando una superficie similar a un estanque o lago (figura 3).

Para interpretar este fenómeno conviene que recordemos el concepto de cohesión molecular que tienen los fluidos. Las moléculas de un líquido ejercen cierta atracción sobre las demás que la rodean, produciendo un curioso fenómeno que pasaremos a verificar.



Figura 1



Figura 2



Figura 3

La atracción a que hacemos referencia se produce dentro de un campo relativamente pequeño, en todas las direcciones y en forma uniforme. Considerando que el punto A (figura 4), representa una molécula del interior de un líquido determinado, el campo de influencia de su atracción molecular está representado por el círculo 'a', que la rodea (aunque en realidad la forma de este campo se aproxima a lo esférico).

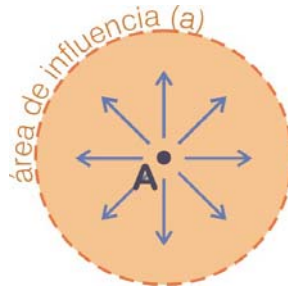


Figura 4

La atracción de la molécula A se ejerce en todas las direcciones. Si la representamos con la forma de un pequeño cubo (figura 5), las direcciones de la atracción que ejerce pueden referirse a los tres ejes coordenados. Todas las moléculas que rodean a la que estamos considerando serán atraídas por ella, con cierta intensidad, que irá disminuyendo a medida que nos acerquemos a los límites de su campo de influencia, y será nulo a partir de ese momento.

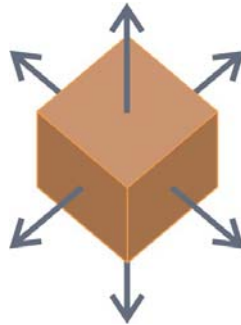


Figura 5

De esta manera, podemos también decir que las moléculas situadas dentro del campo de influencia de aquella serán atraídas, no así las que se ubiquen fuera de los límites de ese campo (figura 6). Las moléculas B, C y D sienten la atracción ejercida por A; en cambio, las moléculas E, F y G ya están fuera de su alcance.

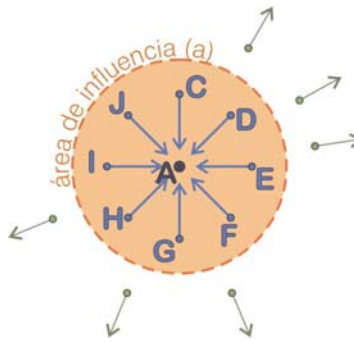


Figura 6

No obstante, tanto la molécula A, como las otras (B, C, D, E y F), tienen sus propios campos de influencia y, por lo tanto, la atracción que ejercen es mutua. De esta manera tenemos que, aún aquellas que no se encuentran dentro del campo de influencia de la molécula A, lo estarán dentro del de algunas que están próximas a A, y el sistema, en un determinado momento, estará totalmente integrado (figura 7). El resultado es conocido como 'fenómeno de cohesión molecular'.

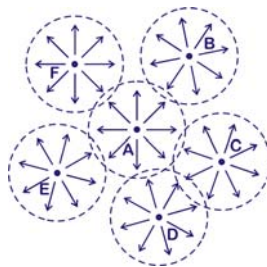


Figura 7

Refiriéndonos ahora al límite del líquido en reposo, las moléculas ubicadas en su superficie son atraídas por las que se ubican inferiormente, pero sus respectivos campos de influencia trascienden aquel límite (figura 8).

SUPERFICIE DEL LÍQUIDO

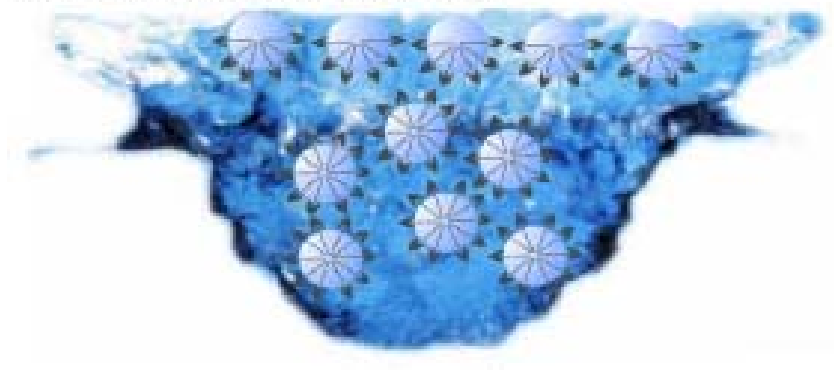
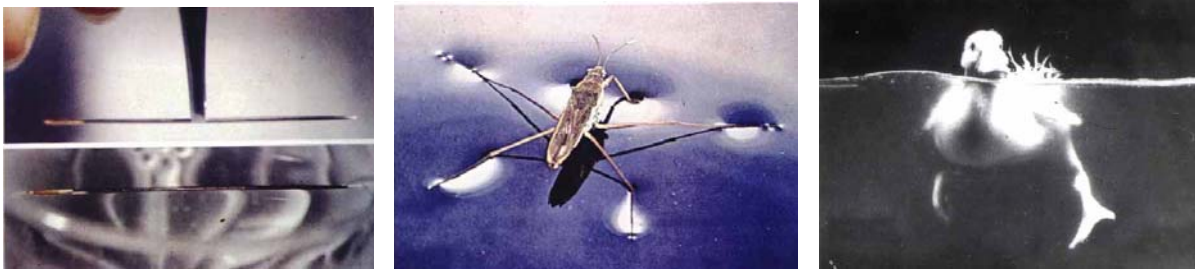


Figura 8

Esto produce un desequilibrio en la puja por atraerse mutuamente, ofreciendo una mayor cohesión en las moléculas de la superficie del líquido, que las convierte en una especie de piel.

Si depositamos, en forma horizontal y muy suavemente, una hojita de afeitar sobre la superficie de un líquido (agua, por ejemplo), veremos que éste resiste el empuje ejercido por el peso de la hojita, impidiendo que aquélla se hunda, permitiéndole flotar libremente sobre la superficie, en un imperceptible lecho rehundido, fenómeno que se repite en el caso de un pequeño insecto posado sobre la superficie del agua, o cuando un animalito nada en el agua (figuras 9, 10 y 11).



Figuras 9, 10 y 11

Este extraño fenómeno se conoce con el nombre de 'tensión superficial'.

La masa del líquido tiene un peso que supera en mucho la capacidad de tensión superficial de su 'piel'. Pero si reducimos su volumen de manera considerable, habrá un momento en que la piel será suficientemente apta como para contener la masa líquida en su interior. Éste es el caso de la gota.

Un fuerte impacto producirá una tensión interior tal, que la tensión superficial será superada, y es cuando la gota que cae libremente en el espacio, choca contra el plano horizontal, produciéndose un fenómeno que conocemos como 'salpicadura', o sea que la gota se descompone en un sinnúmero de gotitas más pequeñas.

La gota es la forma más económica que responde, para cada líquido, a la '**ley de economía de la sustancia**' y del '**mínimo esfuerzo**'.

Algunas Leyes de Distribución

Recordemos aquí el **Principio de Dirichlet**: 'para que el equilibrio de un sistema cerrado sea estable, bastará que su energía potencial pase por un mínimo'. La mínima energía potencial para un volumen dado corresponde a la superficie mínima compatible con sus vínculos.

A este principio agregamos el enunciado de la "Ley de Equipartición de la Energía", de Curie: 'un cuerpo tiende a adoptar la forma que presente una energía superficial mínima, compatible con las fuerzas de orientación'.

Un ejemplo que aclara estos conceptos lo da la pompa de jabón, cuya forma es la respuesta de equilibrio, compatible con las fuerzas de orientación (sabemos que la presión neumática es isótropa, es decir, que ejerce su acción en forma uniforme, en todas las direcciones posibles).

La membrana jabonosa presenta una respuesta más de la tensión superficial, suficientemente apta para atender la tensión interna del gas que contiene, adoptando una forma casi esférica, como en el ejemplo de la pompa de jabón (figura 12).



Figura 12

Unidad Didáctica N° 1

“Principios básicos para el diseño de las estructuras”

1.5. GEOMETRÍA DE LAS SUPERFICIES

“En esta clase veremos cómo se genera una gran variedad de superficies en el espacio con las que podremos diseñar estructuras de grandes luces”.

La geometría

Desde la óptica de la geometría, el “punto” es el elemento básico de toda configuración.

Un punto que se desplaza, va desarrollando en su recorrido una figura que se conoce como “línea”.

Asimismo, una línea que se desplaza en sentido contrapuesto al de su generación, desarrolla una nueva figura conocida como “superficie”.

Las líneas difieren sustancialmente unas de otras, según sea el orden en que se produce el desplazamiento del punto que les dio origen. Así, desde el alineamiento de todos sus puntos, que da como resultado una “recta”, pasamos por otras variantes. En concepto matemático, cualquiera de estas líneas se conoce genéricamente como “curva”: circunferencia, elipse, parábola, hipérbola, catenaria, etc. que forman parte de una familia infinita de individuos de diversas características.

Las curvas, en cualquiera de sus puntos, tienen un radio de curvatura (r) cuyo valor está en función de la derivada primera y la derivada segunda de la curva en cuestión. En otros términos, en cualquier punto de la curva, el radio de curvatura coincide con el radio de su círculo osculatríz. El círculo osculatríz y la curva coinciden en ese punto en su derivada primera, es decir, tienen en común tres puntos infinitamente próximos, que representan la “pendiente” de ambas curvas en ese punto.

Para cada una de ellas podemos calcular el RADIO DE CURVATURA, utilizando:

$$r = \frac{(1 + y'^2)^{3/2}}{y''}$$

Considerando que el valor del radio es inverso al de la curvatura correspondiente, tenemos:

$$C = \frac{1}{r} = \frac{y''}{(1 + y'^2)^{3/2}}$$

La curvatura de una curva es el valor inverso del radio de curvatura. Así, si “r” es el radio de curvatura de la curva en un punto determinado, el valor de la curvatura (“C”) en ese punto, será:

$$C = \frac{1}{r}$$

La línea recta, que hemos definido como una “curva cuyos puntos están alineados”, sería, en concepto matemático, una curva límite, cuyo radio de curvatura tendría un valor infinito (∞).

Consecuentemente, al ser la curvatura el valor inverso del radio, y siendo éste de valor infinito, la curvatura de una recta tendría valor nulo ($C = 0$).

Toda curva divide al plano en dos sectores, uno que es envuelto por la propia curva, y otro que queda exterior a la misma. Desde el punto de vista de un observador, si éste se encuentra dentro del espacio envuelto por la curva, estaría viendo la “concavidad” de la curva. Por el contrario, si se encuentra “fuera” de ese sector, estaría contemplando la “convexidad” de la curva. El radio de curvatura siempre se ubica en el sector cóncavo de la curva.

De este modo, podemos asignar un valor positivo a uno de los sectores y negativo al otro. Así, el radio de curvatura tendrá un valor positivo o negativo, según sea la convención que hayamos adoptado. Asimismo, la curvatura tendrá el mismo signo que se le haya asignado al radio de curvatura. Esto resulta importante tener presente cuando estudiemos la condición de “doble curvatura” de las superficies, y calculemos el valor de su “curvatura total”.

La línea recta sería una excepción en este análisis, pues, si bien también divide al plano en dos sectores, ambos tienen iguales características, y no existe la posibilidad de que alguno de ellos sea “envuelto” por la recta. La concavidad y convexidad es una propiedad de las curvas con valor de curvatura real, y siendo que la recta tiene valor nulo de curvatura, carece de concavidad o convexidad.

Conceptos de Curvatura y de Radio de Curvatura

Una superficie se define geoméricamente en dos direcciones o sentidos y para definir su CURVATURA TOTAL se debe hallar la curvatura de ambas direcciones principales.

En un

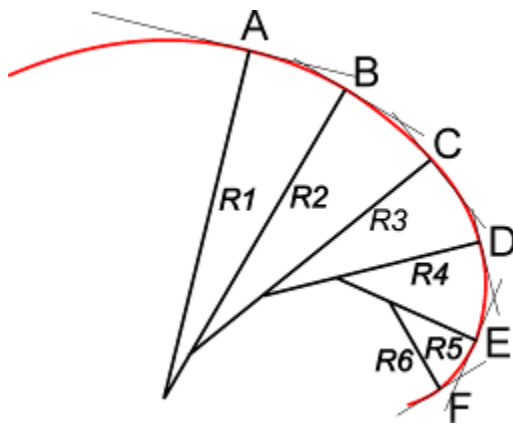


Figura 1

punto

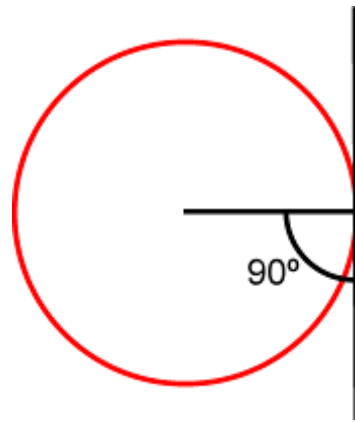


Figura 2

cualquiera “A” de una línea, existe uno y sólo un radio “R”, correspondiente a dicha línea en ese punto. En toda línea, a excepción de la recta y la circunferencia (como veremos más adelante), la curvatura varía en cada punto de dicha línea. Tanto en la circunferencia como en la recta, el valor de sus respectivas curvaturas es constante en cualquier punto de las mismas. Como ya sabemos, el radio de curvatura de la recta tiene valor infinito en cualquier punto de dicha recta.

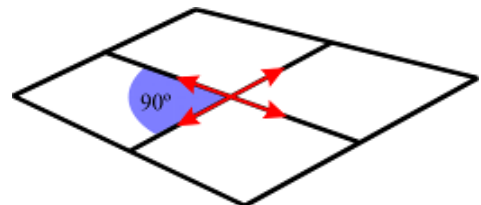
Con respecto a la circunferencia, recurrimos a su definición geométrica: “lugar geométrico de todos los puntos que equidistan de otro, llamado “centro”. En otras palabras, la circunferencia es una curva que se desarrolla alrededor de un punto, centro de la misma, y consecuentemente, según un radio común y constante.

Generación de superficies

Cuando las líneas se desplazan en el espacio, desarrollan en su recorrido determinadas superficies, cuyas características están relacionadas con dicho desplazamiento.

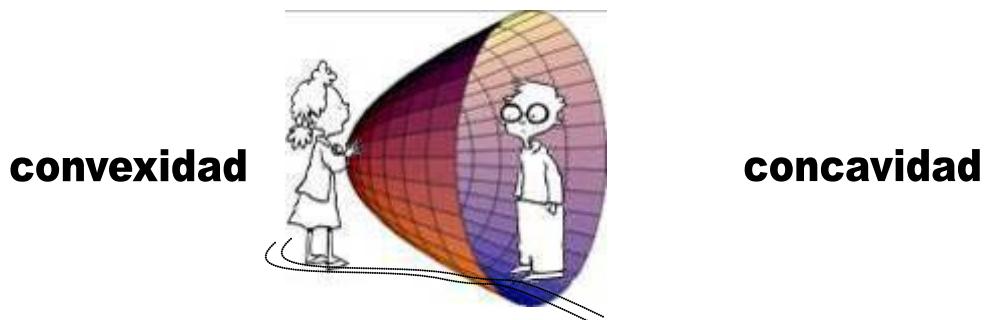
Para esto, vemos que la línea que se desplaza está generando la superficie en cuestión, y de allí recibe su nombre: “GENERATRIZ”.

Ese desplazamiento sigue una dirección determinada, que le establece otra línea, llamada por esto “DIRECTRIZ”.



Concepto de cóncavo y convexo

En toda superficie envolvente, concavidad es el espacio que encierra al observador; es decir, es aquel espacio en cuyo interior se encuentra el observador. Al contrario, cuando el observador se encuentra fuera de ese espacio, éste recibe el nombre de convexidad.



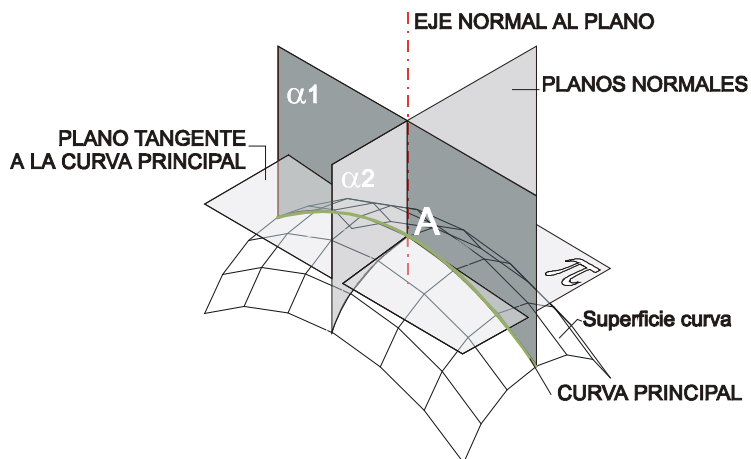
Direcciones principales de una superficie

Dado que, por definición, una superficie se construye a partir de dos líneas que se cruzan en un punto a 90° , determinando cada una de ellas una curvatura en particular, consideramos a toda superficie como de doble curvatura, una por cada dirección dada por la generatriz y la directriz, respectivamente. Decimos que éstas representan las direcciones principales de la superficie.

Tendremos casos de excepción cuando entremos a considerar estas mismas superficies en el capítulo dedicado a las estructuras, donde las direcciones principales ya no estarán dadas por la generatriz y la directriz de la superficie, sino por aquéllas donde se localicen las tensiones máximas de trabajo (esto se da, por ejemplo, en el caso de las estructuras laminares; ver: E-III_U.1.6 - CLASIFICACIÓN DE LAS ESTRUCTURAS).

Considerada de esta forma la superficie de doble curvatura, podemos decir también que, dado un punto cualquiera de la misma, si trazamos un plano π tangente a la superficie (Figura 5), por el punto considerado pasan infinitos planos α normales a π que cortan a la superficie dada y cuya intersección son líneas curvas.

De estos infinitos planos existen sólo dos, también normales entre sí, que identificaremos como los “PLANOS PRINCIPALES” por ser los que determinan las “CURVAS PRINCIPALES” de la superficie en su intersección con ella.



Tenemos así dos direcciones principales. Debido a esta condición de doble direccionalidad, en función de las dos direcciones principales, decimos que todas las superficies son de doble curvatura, y es en ese sentido que las analizamos.

“Considerada la superficie en cuestión desde el punto de vista estructural, las curvas principales coincidirán con la dirección de las tensiones máximas”

En toda superficie se presentan tres casos posibles, según sus direcciones principales

Cuando una o ambas líneas son rectas.

Con concavidades coincidentes (curvatura coincidente).

Con concavidades opuestas.

Como primer paso, asignamos un valor (positivo y negativo, respectivamente) a cada sector en que la superficie divide al espacio, determinando de este modo la concavidad y convexidad respectiva.

En la figura 6: “c” y “d” son, respectivamente, los radios de “a” y “b”. En una superficie de forma esférica tenemos igual radio para “a” y para “b”, lo que, en otras palabras, significa que tenemos un solo radio.

En el primer caso (1), los radios están en el mismo sector en que la superficie dividió al espacio:

Ca (+); Cb (+)

Ca (-); Cb (-)

En el segundo caso (2), los radios están en espacios opuestos:

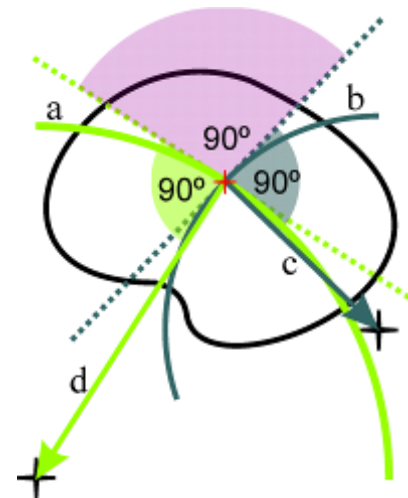
Ca (+); Cb (-)

Ca (-); Cb (+)

En el tercer caso (3), una o ambas curvaturas es una recta:

Ca = 0; Cb (“+” ó “-”); o también,

Ca = 0; Cb = 0



Curvatura Media

Llamamos curvatura media (CM) de una superficie a la semisuma de las curvaturas de sus direcciones principales, en un punto determinado de dicha superficie.

$$CM = \frac{C_a + C_b}{2}$$

Curvatura Total

Llamamos curvatura total (CT) de una superficie al producto de las curvaturas de sus direcciones principales, en un punto determinado de dicha superficie.

$$CT = C_a \times C_b$$

Consecuentemente, podemos a partir del concepto de curvatura total, determinar tres tipos de superficie, según su curvatura total:

El primer caso visto (1), determina superficies de curvatura total NULA

$$CT = C_a (0) \times C_b ("+" \text{ ó } "-") = 0 ; \text{ o también}$$

$$CT = C_a (0) \times C_b (0) = 0$$

El segundo caso visto (2), determina superficies de curvatura total POSITIVA

$$CT = C_a ("+") \times C_b ("+") > 0$$

$$CT = C_a ("-") \times C_b ("-") > 0$$

El tercer caso visto (3), determina superficies de curvatura total NEGATIVA

$$CT = C_a ("+") \times C_b ("-") < 0$$

$$CT = C_a ("-") \times C_b ("+") < 0$$

Desplazamientos que generan superficies:

TRASLACIÓN - ROTACIÓN

(Simples o Combinados)

Superficies de traslación y de rotación

Partiendo de una **generatriz**, que puede ser una recta o una curva, se construyen superficies por traslación (según una directriz) o rotación (alrededor de un eje) de dichas líneas. Dichas superficies se logran haciendo todas las combinaciones posibles según directrices que también pueden ser rectas o curvas.

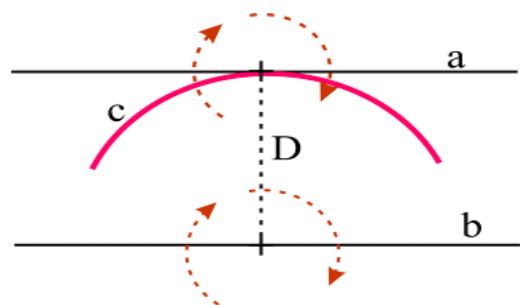


Figura 7

Sabemos que las superficies pueden ser generadas por rectas y por curvas. Cuando en la generación de una superficie participan rectas, decimos que la superficie es reglada. Cuando en la generación de la superficie participan sólo curvas, la superficie es llamada no reglada.

Dos rectas que se cortan en un punto, o son paralelas entre sí, son rectas coplanares, es decir, pertenecen al mismo plano. Cuando dos rectas que se cruzan en el espacio no son concurrentes, ni paralelas entre sí, son rectas alabeadas, es decir, pertenecen a planos diferentes. Cuando las rectas que generan la superficie son coplanares, la superficie es Desarrollable1. En el otro caso, tanto si las rectas que generan la superficie son alabeadas, como cuando es una superficie generada exclusivamente por curvas, la superficie es no desarrollable. Esto significa que, si queremos extender la superficie sobre un plano, sólo podríamos hacerlo desgarrando la superficie, o estirándola, como si fuera de goma. Esto se verifica en el caso de un planisferio, en el que se tuvo que deformar los territorios cercanos a los polos, para lograr que su extensión sea adecuada a la del Ecuador.

Repasando lo expresado precedentemente, una superficie puede generarse de varias maneras, tanto por traslación como por rotación, según la combinación que se haga con la generatriz y la directriz:

Veamos algunos ejemplos

Superficies de Curvatura Total Nula ($CT=0$)

Cuando una generatriz recta se traslada sobre una directriz recta genera una superficie plana desarrollable, y cuando lo hace sobre una directriz curva, o también cuando una generatriz curva se desplaza sobre una directriz recta, generan una superficie cilíndrica desarrollable.

Cuando una generatriz recta rota alrededor de un eje (directriz) manteniéndose paralela al eje, a una distancia constante, se conforma una superficie cilíndrica (superficie de rotación desarrollable). La superficie también puede generarse si la generatriz es una circunferencia que se traslada a lo largo de una directriz recta, manteniéndose en un plano normal a la directriz. En este caso podemos decir que la superficie puede ser tanto de rotación como de traslación. Figuras 8a y 8b.

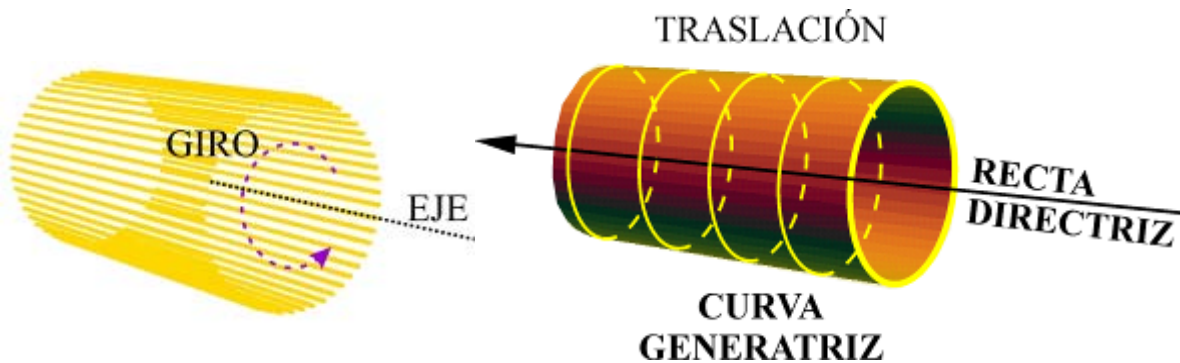


Figura 8a

Figura 8b

Cuando una generatriz recta se desplaza rotando alrededor de un eje con un punto común al eje, la superficie se denomina cónica (superficie de rotación desarrollable. Figura 9).

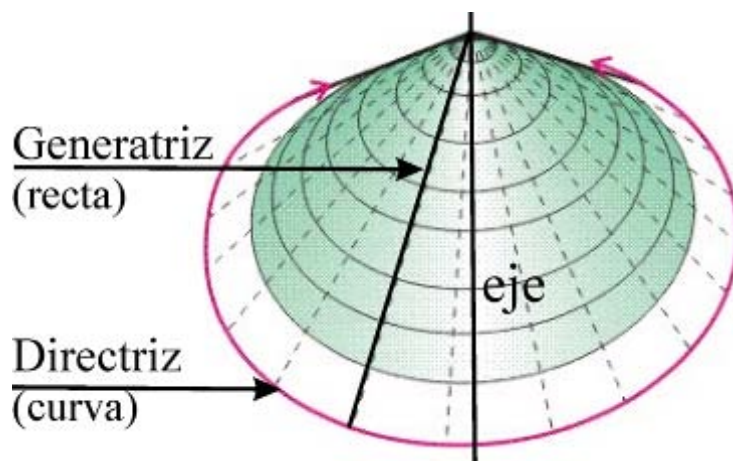


Figura 9

Como se sabe, el cono es un cuerpo geométrico que puede ser generado por una línea recta que se traslada por una circunferencia con un punto en común con el eje, y también puede ser generado por un triángulo rectángulo que gira en torno a uno de sus catetos. Cono $CT = 0$

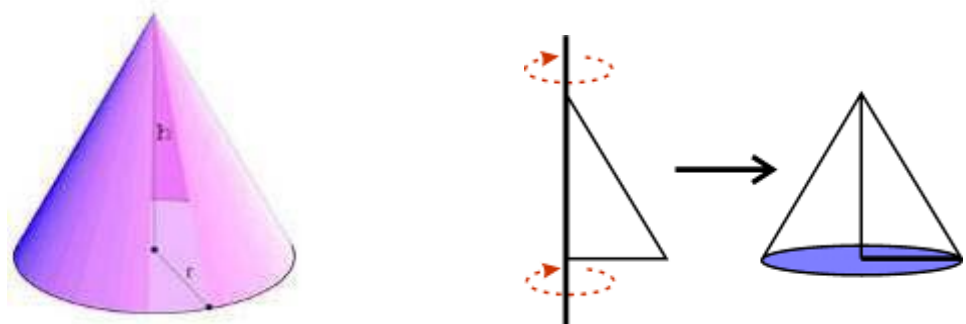


Figura 10. – Superficie reglada

Para ver esta figura en 3D ingresá a:

<http://www.cidse.itcr.ac.cr/cursos-linea//MATEGENERAL/t5-geometria/Geometria/software/cono.html>

Pero recuerda que para ver este tipo de archivos necesitas tener Plataforma JAVA. Para obtener más información sobre Java y examinar algunas buenas aplicaciones de Java, visite <http://www.java.com>

Si analizamos su Curvatura total, veremos que:

$$CT = C1 \times C2 = (-)\frac{1}{R} \times \frac{1}{\infty} = 0$$

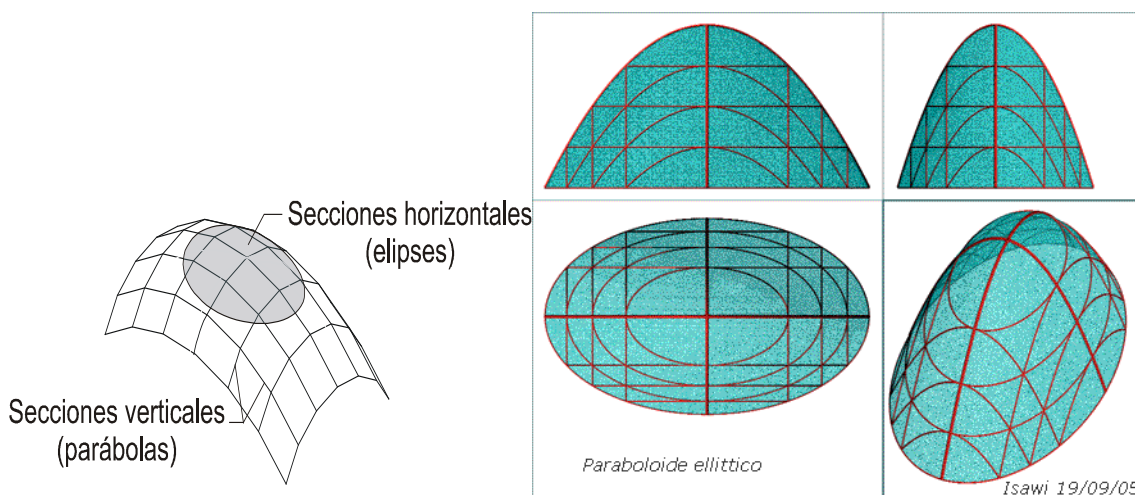
$$CT = C1 \times C2 = (+)\frac{1}{R} \times \frac{1}{\infty} = 0$$

Superficies de Curvatura Total Positiva ($CT > 0$)

Se dice que una superficie es de curvatura total POSITIVA cuando ambas secciones principales son líneas curvas cuyos radios de curvatura están ubicados de un mismo lado de la superficie. Son siempre No Desarrollables y No Regladas.

Las superficies de Curvatura Total Positiva se generan de variadas formas, pero consideraremos a modo de ejemplo sólo una:

Cuando una Generatriz curva se traslada sobre una Directriz también curva, ambas contenidas en planos normales entre sí. Cuando ambas curvas son parábolas, la superficie resultante recibe el nombre de PARABOLOIDE ELÍPTICO, por ser una elipse la traza que determina un plano normal a los otros dos que corta a la superficie (Figura 14).



En general, todas las superficies de rotación, cuando la generatriz es una curva. Salvo la esfera, en el resto de las superficies, el nombre de la curva generatriz da el nombre a la superficie: elipse = ELIPSOIDE DE REVOLUCIÓN, parábola = PARABOLOIDE DE REVOLUCIÓN, catenaria = CATENOIDE DE REVOLUCIÓN, hipérbola = HIPERBOLOIDE DE UNA HOJA o HIPERBOLOIDE DE DOS HOJAS (aquí se produce esta variante puesto que se trata de una curva de dos capas, y según sea el eje de rotación, resulta en un sentido un Hiperboloide de Una Hoja, y en el otro, un Hiperboloide de Dos Hojas. El Hiperboloide de Una Hoja también se genera a partir de una generatriz recta que gira alrededor de un eje, con el cual guarda un alabeo, manteniéndose en su recorrido a una distancia constante del eje (Figuras 18 a 19).

Las superficies de curvatura total positiva son NO DESARROLLABLES por cuanto no pueden extenderse en el plano.

En estas superficies la curvatura total será siempre positiva porque las curvaturas en ambas

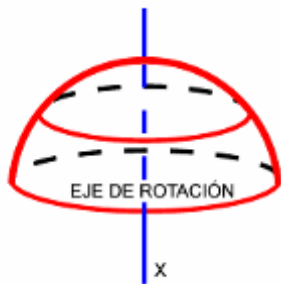


Figura 15

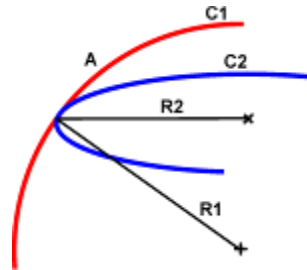


Figura 16

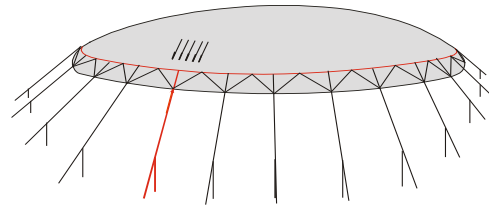


Figura 17

direcciones son coincidentes y por lo tanto los radios de curvatura tendrán el mismo signo:

$$CT = (+)C1 \times (+)C2 = (+)\frac{1}{R1} \times (+)\frac{1}{R2} = + \text{POSITIVA } (> 0)$$

$$CT = (-)C1 \times (-)C2 = (-)\frac{1}{R1} \times (-)\frac{1}{R2} = + \text{POSITIVA } (> 0)$$

Al ser ambas curvaturas simultáneamente positivas o negativas, la curvatura total será siempre

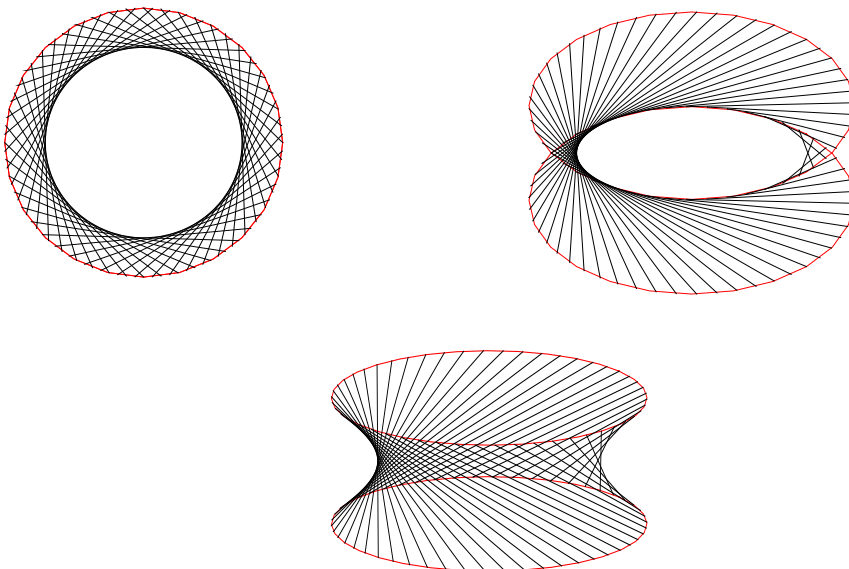


Figura 18. Hiperboloide de Una Hoja - Planta y Perspectivas – Generación por rectas.

POSITIVA

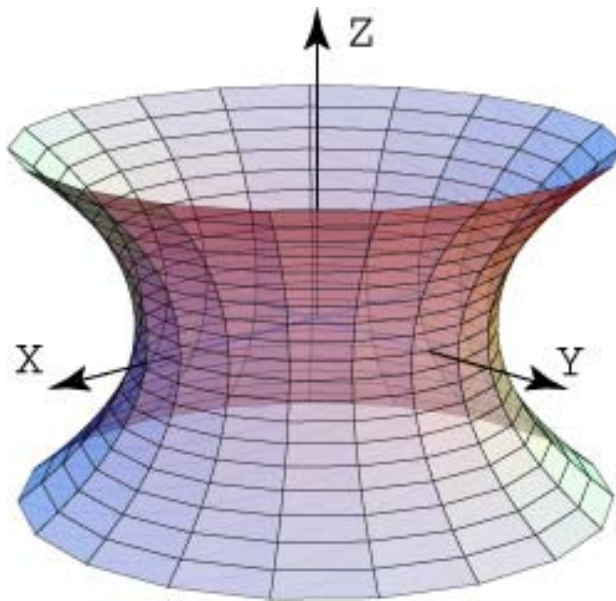


Figura 19. Hiperboloide de Una Hoja – Generación por curvas.

Existe un caso especial de superficie de rotación donde se da simultáneamente un movimiento de traslación, es decir, el movimiento total de la generatriz es de rotación traslatoria, o traslación rotatoria. Es el caso de la HELICOIDE (Figura 20 a, b, c).



Figura 20a. Como se genera un Helicoide

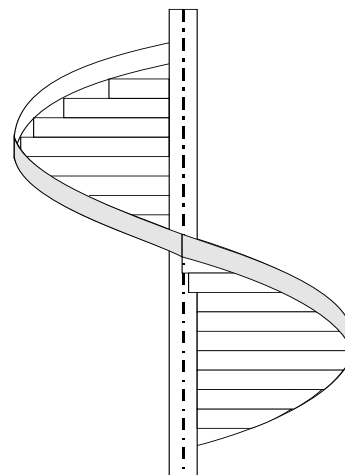


Figura 20b. Escalera caracol

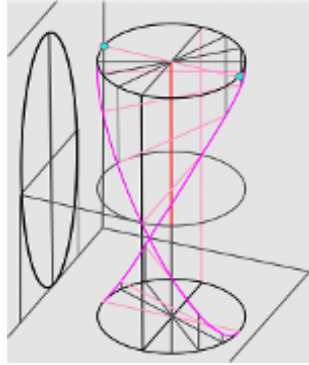


Figura 20c. Helicoide

Si querés ver algunas animaciones de cómo se generan superficies helicoidales abrí los archivos



["06_Animation_helicoide_cilindrica.gif"](#)

(que es una helicoide que se genera dentro de un cilindro); ó



["06_Animation_helicoide_conica"](#)

(helicoide que se genera dentro de un cono), y



["06_Animation_helicoide_esferica"](#)

(helicoide que se genera dentro de una esfera).

Superficies de Curvatura Total Negativa ($CT < 0$)

Se dice que una superficie es de Curvatura Total Negativa cuando ambas direcciones principales son líneas curvas cuyos radios de curvatura están ubicados a ambos lados de la superficie, respectivamente, es decir, están en diferentes espacios.

Al ser opuestas ambas curvaturas, sus radios serán de signo contrario y, por lo tanto, la Curvatura Total será NEGATIVA.

$$CT = (+) C1 \times C2 = - (< 0)$$

Las superficies de Curvatura Total Negativa son siempre NO DESARROLLABLES, porque al igual que las de Curvatura Total Positiva, no pueden extenderse en el plano.

La generación de superficies de Curvatura Total Negativa se puede lograr por Traslación y por Rotación, de variadas maneras:

Por la traslación de una curva generatriz sobre una directriz también curva, cuyas curvaturas sean opuestas, y están contenidas en planos normales entre sí, y con sus [ejes paramétricos](#) paralelos entre sí. En el caso particular cuando estas curvas son parábolas, la superficie resultante recibe el nombre de Paraboloide Hiperbólico. El Paraboloide Hiperbólico es un caso particular de superficie de curvatura total negativa Reglada No Desarrollable, por cuanto también se la puede generar mediante una recta Generatriz apoyada en otras dos rectas alabeadas que son las Directrices de la superficie que generan. Existe un punto en la superficie en el que el vértice de la parábola directriz coincide con el vértice de la parábola generatriz. La superficie se identifica como hiperbólica porque al ser intersectada por un plano horizontal por encima o por debajo de dicho punto, se determina una hipérbola. En el caso en que este plano corte a la superficie en ese mismo punto, la traza resultante serán dos rectas, que representan las [asíntotas](#) de la hipérbola.

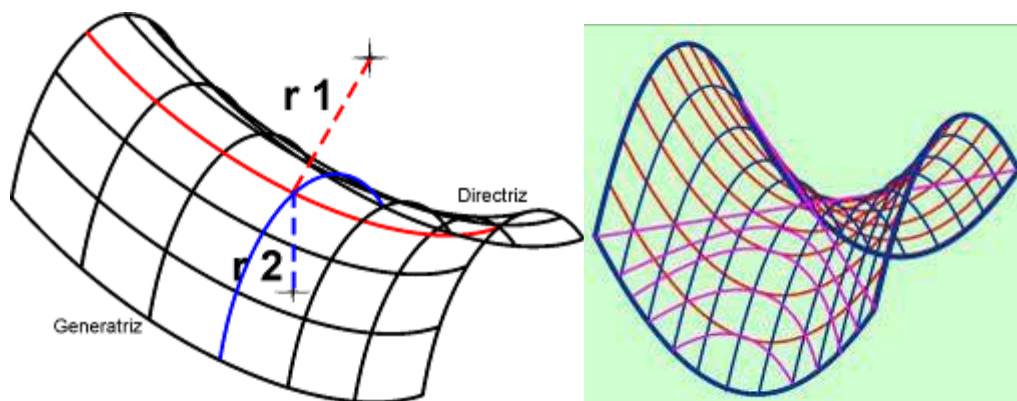


Figura 21a. Paraboloide Hiperbólico – Radios, Parábolas y Asíntotas

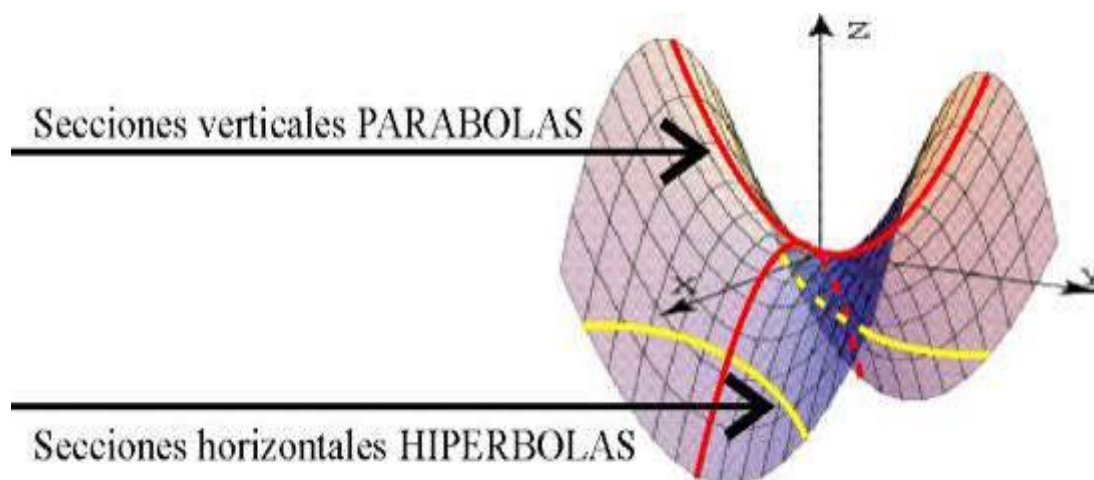


Figura 21b -Parábolas Principales

- Ⓒ Por la traslación de una parábola Generatriz que se traslada sobre otra parábola Directriz contenidas en planos normales entre sí, de tal forma que sus ejes paramétricos también lo son. La superficie así generada recibe el nombre de PARABOLOIDE PARABÓLICO, porque cualquier plano que sea normal a los dos que contienen a ambas curvas corta a la superficie según una parábola. Esta superficie tiene la particularidad de poseer curvatura total negativa en un sector, y curvatura total positiva en el otro, produciéndose la inversión en un punto intermedio.

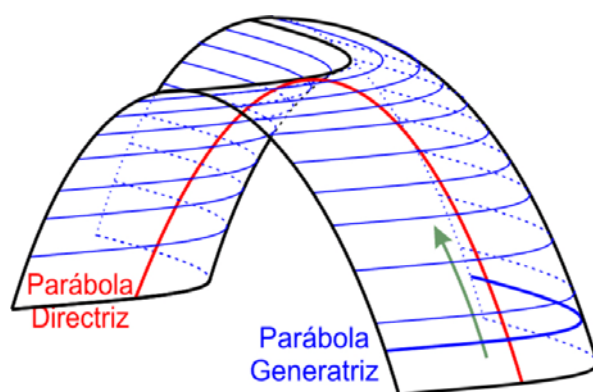


Figura 22

“Como ves, los medios digitales tienen un lenguaje especial que nos ayuda a ver mejor la geometría y los espacios !!!”

GLOSARIO

Alabeadas: son las rectas que se cruzan en el espacio sin tener un punto en común ni ser paralelas entre sí, es decir, pertenecen a planos diferentes.

Asíntotas: línea recta asociada con una curva, que tiene la propiedad de que si un punto se mueve a lo largo de la curva hacia infinito, la distancia del punto a la recta tiende a cero.

Cóncavo: espacio en el que se encuentra el observador y que lo envuelve.

Convexo: espacio el observador se encuentra fuera del que envuelve la superficie.

Coplanares: dos rectas que pertenecen a un mismo plano (pueden ser paralelas o dos que se cortan), por ende las No Coplanares: dos rectas que no pertenecen a un mismo plano (no son paralelas ni concurrentes en un punto y pueden intersectarse).

Curva: sucesión de puntos no alineados.

Desarrollable: es la superficie que generada por rectas coplanares.

Directriz: es la línea que dirige el movimiento de la generatriz.

Generatriz: es la línea que genera una superficie en su recorrido.

No desarrollable: es la superficie que requiere cortes para ser extendida en un plano.

Reglada: es una superficie que se genera por líneas rectas coplanares y que generalmente es desarrollable, por ende las superficies que no son conformadas por retas se denominan **No Regladas**.

Superficie: es una figura generada por una línea que se desplaza en sentido diferente al de su generación. Puede ser generada por rectas (reglada) y por curvas (no regladas).

Parámetro: distancia desde el vértice de una curva al centro de ejes coordenados que la contienen.

Eje paramétrico: coordenada donde se ubica el parámetro de una curva.

Eje no paramétrico: coordenada normal al eje paramétrico.

“Principios básicos para el diseño de las estructuras”

1.4. LEYES DE EQUIPARTICIÓN DEL ESPACIO

“En esta clase veremos las leyes de equipartición del espacio con el objetivo de poder resolver problemas complejos en el diseño de los espacios arquitectónicos”.

Tramas

Las tramas son particiones del espacio que surgen de la combinación armónica de puntos (P), líneas (L) y regiones (R) destinadas a compactar dicho espacio.

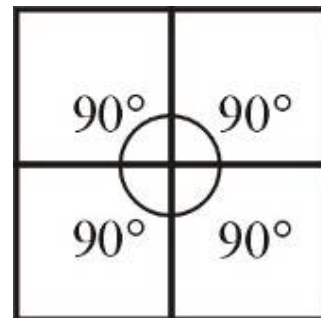
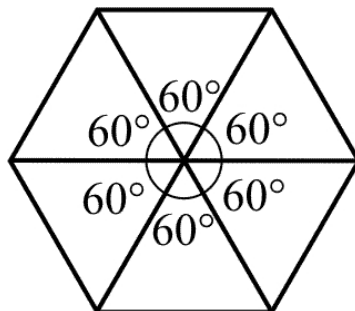
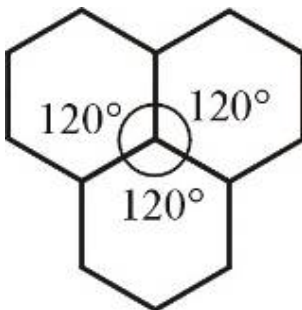
Pueden ser:

1. REGULARES – ej.: alambre, redes, etc.	}	- Bidimensionales o planas - Tridimensionales o espaciales
2. IRREGULARES – ej.: mapa		
3. AMORFAS – ej.: ovillo de lana		

Las que nos interesan son las regulares planas (bidimensionales) que se generan a partir de polígonos regulares y las regulares espaciales (tridimensionales) que se generan a partir de poliedros regulares y semirregulares o arquimedianos.

Para lograr compactaciones del plano a partir de polígonos regulares es necesario que exista “coincidencia angular”.

Coincidencia angular: hay coincidencia angular en un vértice, cuando la suma de los ángulos interiores periféricos de los polígonos concurrentes a dicho vértice es 360° .



De esto se deduce que solo los polígonos regulares cuyo ángulo en el vértice es un submúltiplo de 360° pueden satisfacer dicha condición, y obtenemos los ángulos de 60° (correspondiente al triángulo equilátero), de 90° (correspondiente al cuadrado) de 120° correspondiente al hexágono.

Hay innumerables ejemplos de tramas o redes hexagonales en la naturaleza (tejidos celulares vivos, ojo de la mosca, colonias de madréporas, etc.).

El contorno hexagonal, entre los 3 polígonos regulares que particionan el plano, es el que más se acerca al círculo y da por consiguiente, el máximo de superficie (o el mínimo de perímetro de cierre) compatible con las demás condiciones del sistema.

Para que una trama sea *extensible* la coincidencia angular debe repetirse en los demás vértices.

Existen 17 coincidencias angulares pero sólo mostraremos las que compactan el plano (es decir la coincidencia se hace extensible a los demás vértices).

Nómina de tramas bidimensionales

6 Triángulos

4 Cuadrados

3 Hexágonos

3 Triángulos y 2 Cuadrados (2 variantes)

2 Triángulos y 2 Hexágonos

4 Triángulos y 1 Hexágono

1 Triángulo y 2 Dodecágonos

1 Cuadrado y 2 Octágonos

1 Triángulo, 2 Cuadrados y 1 Hexágono

1 Cuadrado, 1 Hexágono y 1 Dodecágono

2 Triángulos, 1 Cuadrado y 1 Dodecágono

1 Triángulo, 1 Heptágono y 1 Polígono de 42 lados

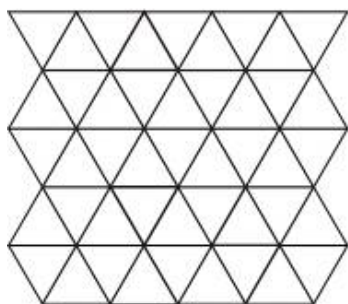
1 Triángulo, 1 Octágono y 1 Polígono de 24 lados

1 Triángulo, 1 Monágono y 1 Polígono de 18 lados

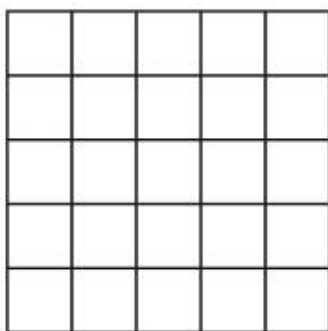
1 Triángulo, 1 Decágono y 1 Polígono de 15 lados

1 Triángulo y 2 Dodecágonos

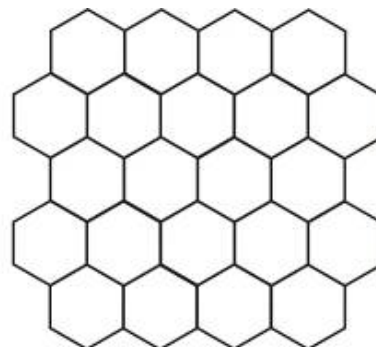
1 Cuadrado, 1 Pentágono y 1 Polígono de 20 lados.



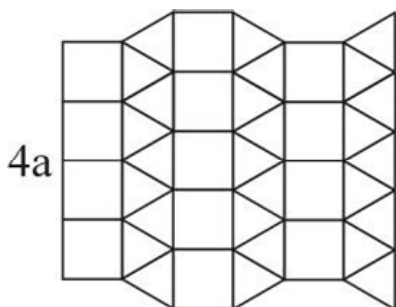
1. Trama triangular



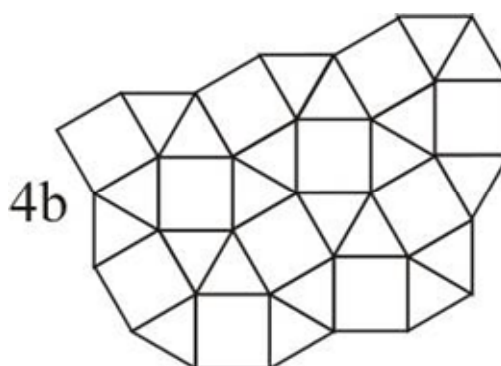
2. Trama cuadrangular



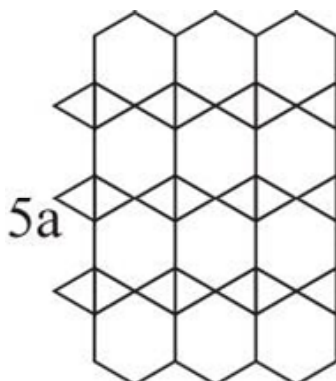
3. Trama hexagonal



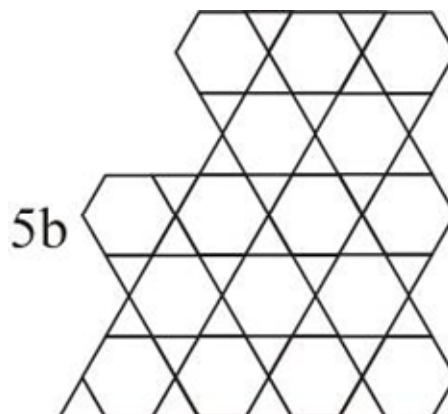
4a



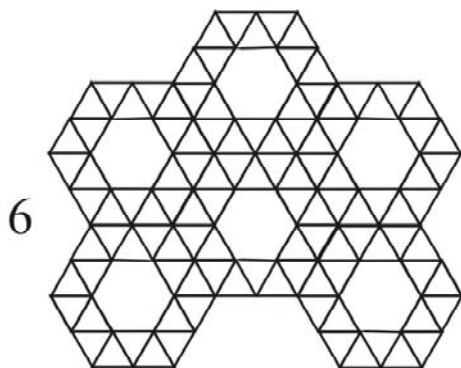
4b



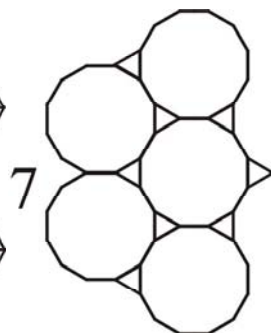
5a



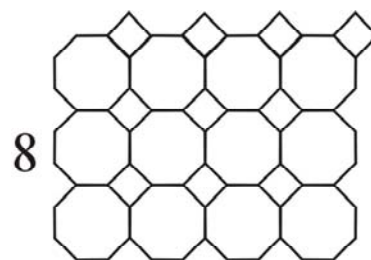
5b



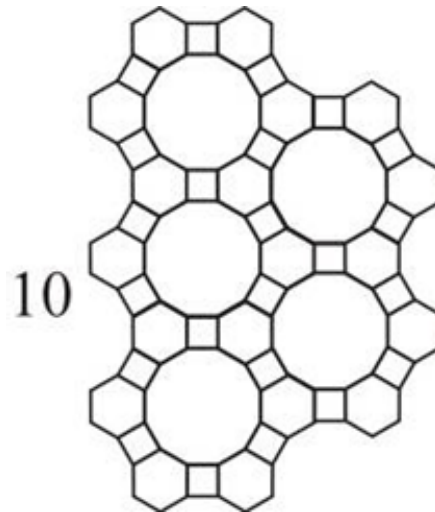
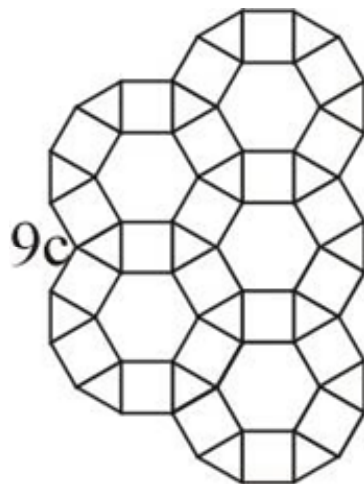
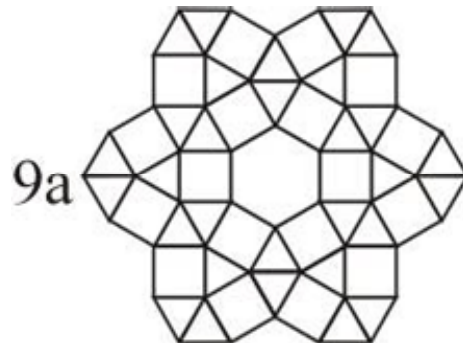
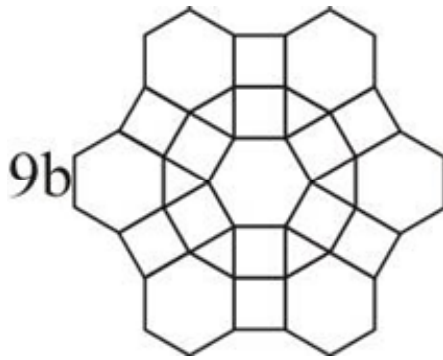
6



7



8



Tramas tridimensionales.

Se generan tramas tridimensionales a partir de poliedros regulares, semirregulares o arquimedianos. El espacio es en potencia una estructura y desde ese punto de vista es posible estudiar las formas de compartimentarlo a partir de organizaciones en que sus partes son divisores iguales en todas direcciones.

Las compartimentaciones del espacio que interesan son las que se generan a partir de poliedros de la misma especie o de combinaciones de poliedros entre sí que macizan el espacio totalmente (lo llenan sin dejar huecos).

Nómina de equiparticiones tridimensionales con poliedros

Unimembres

Hexaedro (cubo)

Poliedro de Kelvin (octaedro truncado)

Prisma Triangular

Prisma Hexagonal

Dodecaedro Rómbico (recíproco del cuboctaedro)

Zueco Irregular

Bimembres

Tetraedro (2) y Octaedro (1)

Tetraedro Truncado (1) y Tetraedro (1)

Hexaedro Truncado (1) y Octaedro (1)

Cuboctaedro (1) y Octaedro (1)

Cuboctaedro Truncado (1) y Prisma Octogonal (3)

Prisma Triangular (2/2) y Hexaedro (1/1)

Prisma Triangular (2/8) y Prisma Hexagonal (1/1)

Prisma Triangular (2) y Prisma Dodecagonal (1)

Hexaedro (1) y Prisma Octogonal (1)

Trimembres

Cuboctaedro (1), Octaedro Truncado (1) y Tetraedro Truncado (2)

Rombicuboctaedro (1), Tetraedro (2) y Hexaedro (1)

Rombicuboctaedro (1), Cuboctaedro (1) y Hexaedro (3)

Cuboctaedro Truncado (1), Octaedro Truncado (1) y Hexaedro (3)

Hexaedro Truncado (1), Cuboctaedro Truncado (1) y Tetraedro Truncado (2)

Prisma Triangular (12), Hexaedro (3) y Prisma Dodecagonal (1)

Prisma Triangular (2), Hexaedro (3) y Prisma Hexagonal (1)

Hexaedro (3), Prisma Hexagonal (2) y Prisma Dodecagonal (1)

Tetramembres

Hexaedro Truncado (1), Prisma Octogonal (3), Rombicuboctaedro (1) y Hexaedro (3)

Cuboctaedro (1), Dodecaedro (1), Prisma Triangular (1) y Prisma Dodecagonal (1)

Módulo básico de crecimiento armónico

Los módulos básicos de crecimiento armónico se generan a partir de una combinación de poliedros de la misma especie (unimembres), o de distinta especie (bimembres, trimembres o tetramembres), que conforman un MÓDULO espacial que en su crecimiento es capaz de saturar el espacio sin dejar intersticios.

A continuación ejemplificamos 2 *módulos básicos de crecimiento* y la aplicación en ellos del *Número de EULER* para configuraciones de tres dimensiones:

Suma de medio Octaedro o Pirámide de Base Cuadrada y 1 Tetraedro.

“Principios Básicos para el Diseño de las Estructuras”

1.6. CLASIFICACIÓN DE LAS ESTRUCTURAS

“Aquí veremos las características que identifican a las distintas tipologías estructurales, según diferentes criterios comparativos y clasificatorios, con referencia especial a las Estructuras de Grandes Luces”.

Clasificación de las Superficies

Antes de entrar al estudio de las estructuras en general, hagamos un repaso de cómo se generan las superficies que darán lugar a dichas estructuras.

Acordate que lo escrito en azul y subrayado siempre te permite conectarte a otro sitio ampliatorio o con alguna imagen aclaratoria.

MOVIMIENTO	GENERATRIZ	DIRECTRIZ	SUPERFICIE	DESPLAZAMIENTO	REGLADA	DESARROLLABLE
TRASLACIÓN	UNA RECTA	UNA RECTA	PLANA	PARALELO	SI	SI
		DOS RECTAS ALABEADAS	PARABOLOIDE HIPERBÓLICO (1)	ALABEADO	SI	NO
		UNA CURVA	CILÍNDRICA (2)	PARALELO	SI	SI
		UNA CURVA Y UN PUNTO	CÓNICA (3)	CONCURRENTE EN EL PUNTO	SI	SI
	UNA PARÁBOLA	UNA PARÁBOLA	PARABOLOIDE HIPERBÓLICO (1)	PARALELO	SI	NO
			PARABOLOIDE ELÍPTICO (4)	PARALELO	NO	NO
			PARABOLOIDE PARABÓLICO (5)	PARALELO	NO	NO
ROTACIÓN	UNA RECTA	UN EJE RECTO	CILÍNDRICA (2)	PARALELO	SI	SI
		UN EJE RECTO Y UN PUNTO	CÓNICA (3)	CONCURRENTE EN EL PUNTO	SI	SI
		UN EJE RECTO	HIPERBOLOIDE DE UNA HOJA (6)	ALABEADO	SI	NO
	UNA HIPÉRBOLA	SU EJE NO PARAMÉTRICO	HIPERBOLOIDE DE UNA HOJA	GIRATORIO	SI	NO
	UNA CIRCUNFERENCIA	SU EJE	ESFERA	GIRATORIO	NO	NO
	UNA CIRCUNFERENCIA	UN EJE EXTERNO	TORO	GIRATORIO	NO	NO
	UNA ELIPSE	SU EJE	ELIPSOIDE DE REVOLUCIÓN	GIRATORIO	NO	NO
	UNA PARÁBOLA	SU EJE	PARABOLOIDE DE REVOLUCIÓN	GIRATORIO	NO	NO
	UNA CATENARIA	SU EJE	CATENOIDE DE REVOLUCIÓN	GIRATORIO	NO	NO
	UNA HIPÉRBOLA	SU EJE PARAMÉTRICO	HIPERBOLOIDE DE DOS HOJAS	GIRATORIO	NO	NO
ROTACIÓN Y TRASLACIÓN	UNA RECTA	UN EJE RECTO	HELICOIDE	ROTATORIO TRASLATORIO	SI	NO

Clasificación de las Estructuras

Cuando nos disponemos a establecer una clasificación de las estructuras en general, podemos hacerlo desde cuatro puntos de vista, o conceptos, no excluyentes entre sí:

1. Por la *conformación externa*.
2. Por los *elementos resistentes constitutivos*.
3. Por los *esfuerzos internos dominantes*.
4. Por las *condiciones de vínculo*.

Antes de considerar en particular cada uno de éstos, recordemos el concepto de ESTRUCTURA:

“Conjunto de elementos resistentes que accionan y reaccionan entre sí, en forma mancomunada, bajo el efecto de una fuerza exterior al sistema”.

También repasemos el concepto de ELEMENTO RESISTENTE:

“Todo elemento capaz de oponer una reacción al efecto de cualquier fuerza externa que actúe sobre él (principio de acción y reacción)”.

Para una mejor y más acertada clasificación de las estructuras, destacamos previamente la diferencia que existe entre las partes y el todo:

- En razón del concepto de *estructura*, y de acuerdo a la definición de *elemento resistente*, vemos que toda *parte* de una estructura, o *elemento resistente* que la compone constituye, en sí mismo, una estructura (vigas, columnas, losas, etc.).
- Por otra parte, independientemente del comportamiento particular de cada una de las partes que componen una estructura, el **conjunto** de estas partes o componentes estructurales, pasa a comportarse como una unidad, y la estructura así constituida se comporta como un ELEMENTO RESISTENTE, más complejo, que llamaremos SISTEMA. Cada elemento resistente perteneciente a este sistema pasa a ser un SUBSISTEMA del mismo.

De este modo, distinguimos al elemento resistente básico del sistema estructural, que es un conjunto de elementos resistentes.

Para hacer una clasificación de los elementos resistentes hacemos una consideración de los mismos desde dos conceptos: una desde el punto de vista geométrico, el otro teniendo en cuenta su calidad resistente. Aquí, considerar la calidad y no la capacidad, tiene sentido, como veremos a continuación:

- a. Por su *condición geométrica*, clasificamos al elemento según sea lineal (una dimensión), o superficial (dos dimensiones).
-

- b. Por su *calidad resistente*: el elemento puede ser *rígido* (resiste la acción de fuerzas externas manteniendo su forma), o *no rígido* (resiste la acción de fuerzas externas adoptando formas compatibles con la orientación de las mismas).

Haciendo una combinación de todos los conceptos precedentes, estamos en condiciones de realizar la siguiente clasificación de las estructuras:

1. Por sus elementos resistentes	
a. <i>Sistemas Estructurales Discontinuos (lineales)</i>	➤ Estructuras rígidas (barras)
	➤ Estructuras no rígidas (tensores)
b. <i>Sistemas Estructurales Continuos (superficiales)</i>	➤ Estructuras rígidas (cáscaras o láminas)
	➤ Estructuras no rígidas (membranas)
2. Por los esfuerzos internos dominantes	
a. Estructuras de Tracción Pura	
b. Estructuras de Compresión Pura	
c. Estructuras de Flexión: Simple o Compuesta	
3. Por sus condiciones de vínculo	
d. Estructuras Isostáticas	
e. Estructuras Hiperestáticas	

La clasificación que proponemos, y vamos a analizar a continuación, se basa en una integración de todos estos conceptos.

Primeramente, veamos qué pasa cuando consideramos a las estructuras *según sus elementos constitutivos*.

Para ello, tenemos en cuenta, ante todo, los *elementos resistentes que las conforman*, para formar el cuadro siguiente:

- Sistemas Lineales Rígidos:** el elemento resistente lineal rígido recibe el nombre de *barra* (aunque también suele conocerse por el nombre que lo identifica según su comportamiento estructural: *viga*, *columna*, *arco*, etc.). Los materiales aptos para este fin, son aquellos de caracteres rígidos: madera, metales, hormigón armado, etc.
 - Sistemas Lineales No Rígidos:** el elemento resistente lineal no rígido recibe el nombre de *tensor*. Los materiales aptos son: cables, sogas, cadenas, etc.
-

3. **Sistemas Superficiales Rígidos:** el elemento resistente es la lámina, también llamada *cáscara*. Los materiales aptos son: madera, metales, plásticos, hormigón armado, etc.
4. **Sistemas Superficiales No Rígidos:** el elemento resistente superficial no rígido recibe el nombre de *membrana*. Los materiales aptos son: lonas, tejidos densos, láminas sintéticas no rígidas, poliéster, etc.). No entran en esta clasificación las redes y las mallas abiertas, que corresponden al primer sistema, por tratarse de conjuntos de elementos lineales no rígidos.

También podemos agrupar los dos primeros sistemas en una sola familia, considerándolos como *Sistemas Discontinuos*, y del mismo modo, los dos siguientes (el 3 y el 4), como *Sistemas Continuos*.

Por otro lado, estableciendo una relación entre las capacidades resistentes de estos grupos, los podemos agrupar de esta otra manera:

1. **Estructuras de Tracción Pura:** agrupa a los dos sistemas de estructuras no rígidas de tensores y de membranas (cubiertas colgantes y estructuras neumáticas).
2. **Estructuras de Compresión Pura:** agrupa algunos tipos estructurales basados en el uso de barras y algunos casos de estructuras laminares o de cáscara (columnas, arcos y cúpulas).
3. **Estructuras de Flexión (Simple y Compuesta):** agrupa a estructuras que se desarrollan con elementos rígidos, y generalmente, son lineales. Las estructuras laminares son una combinación de esfuerzos de tracción y de compresión (losas, vigas, bases, pórticos, etc.).

Es este estado de cosas, vemos la necesidad de incluir una nueva acepción, la de ubicación del sistema en el espacio, según sus dimensiones, para interpretar de una manera más clara el concepto de las estructuras lineales rígidas:

- a. Unidimensionales: bases, vigas, columnas, arcos.
- b. Bidimensionales: reticulados planos, vigas de celosía, pórticos.
- c. Tridimensionales: reticulados espaciales o estereos estructuras, esqueletos de edificios.

Estas mismas consideraciones podemos hacerlas para el caso de las estructuras de elementos lineales no rígidos:

- a. Unidimensionales: tensores propiamente dichos.
- b. Bidimensionales: mallas abiertas, tejidos abiertos, redes.
- c. Tridimensionales: mallas y redes espaciales.

4. Por su Conformación Externa (según su Curvatura Total)

Por último, tanto las estructuras de tracción pura (lineales y superficiales no rígidas), como las restantes (lineales y superficiales rígidas, bi- y tridimensionales), permiten una clasificación según su

conformación externa, teniendo en cuenta su extensión superficial (aún en el caso de los reticulados y las redes espaciales), y con ello las estudiamos según su curvatura total.

Conviene acá repasar el concepto de *curvatura*, y de aquí, pasar al análisis de las *superficies*, ya estudiado en *generación de las superficies*.

Por un lado, tenemos líneas (curvas o rectas), que ofician de *directrices* y, por el otro, aquéllas que adoptan la función de *generatrices*. Éstas son precisamente las que marcan las direcciones principales de la superficie, y por ellas pasarán las tensiones máximas que solicitan a la estructura en cuestión. Aprovecharemos esta circunstancia para estudiar qué sucede en esas dos direcciones principales (la que da la directriz y la correspondiente a la generatriz), que son, además, perpendiculares entre sí (en el caso de tratarse de líneas curvas, las perpendiculares consideradas son las rectas tangentes a las curvas en el punto de intersección de las mismas).

Tenemos así dos direcciones principales, y para cada una de ellas podemos calcular el *radio de curvatura*, utilizando la siguiente ecuación:

$$R = \frac{(1 + y'^2)^{3/2}}{y''}$$

Considerando que el valor del radio es inverso al de la curvatura correspondiente, tenemos:

$$C = \frac{1}{r} = \frac{y''}{(1 + y'^2)^{3/2}}$$

Debido a esta particularidad de poseer dos direcciones principales, consideramos a que todas las superficies como de doble curvatura y en ese sentido las analizamos.

Llamamos *curvatura media*, al valor que resulta de sumar los valores de las curvaturas correspondientes a cada una de las direcciones principales dividido 2:

$$C_{Media} = \frac{C_1 + C_2}{2}$$

Llamamos *curvatura total*, al valor que resulta de multiplicar entre sí los valores de las curvaturas correspondientes a cada una de las direcciones principales:

$$C_{Total} = C_1 \times C_2$$

Aquí debemos rescatar dos conceptos ya vistos, el de *concavidad* y el de *convexidad*. Los radios de curvatura siempre se ubican dentro de la concavidad de la curva a la que pertenecen. Debemos recordar que, en el caso de la línea recta, su radio de curvatura tiene un valor *infinito* (∞).

En el caso de las líneas rectas, el valor de la curvatura es nulo, por cuanto su valor es el inverso del radio, y éste vale infinito:

$$C = \frac{1}{r} = \frac{1}{\infty} = 0$$

Atendiendo a estas cuestiones, hemos visto en “*Generación de las Superficies*” que pueden darse tres alternativas en el cruzamiento de las direcciones principales:

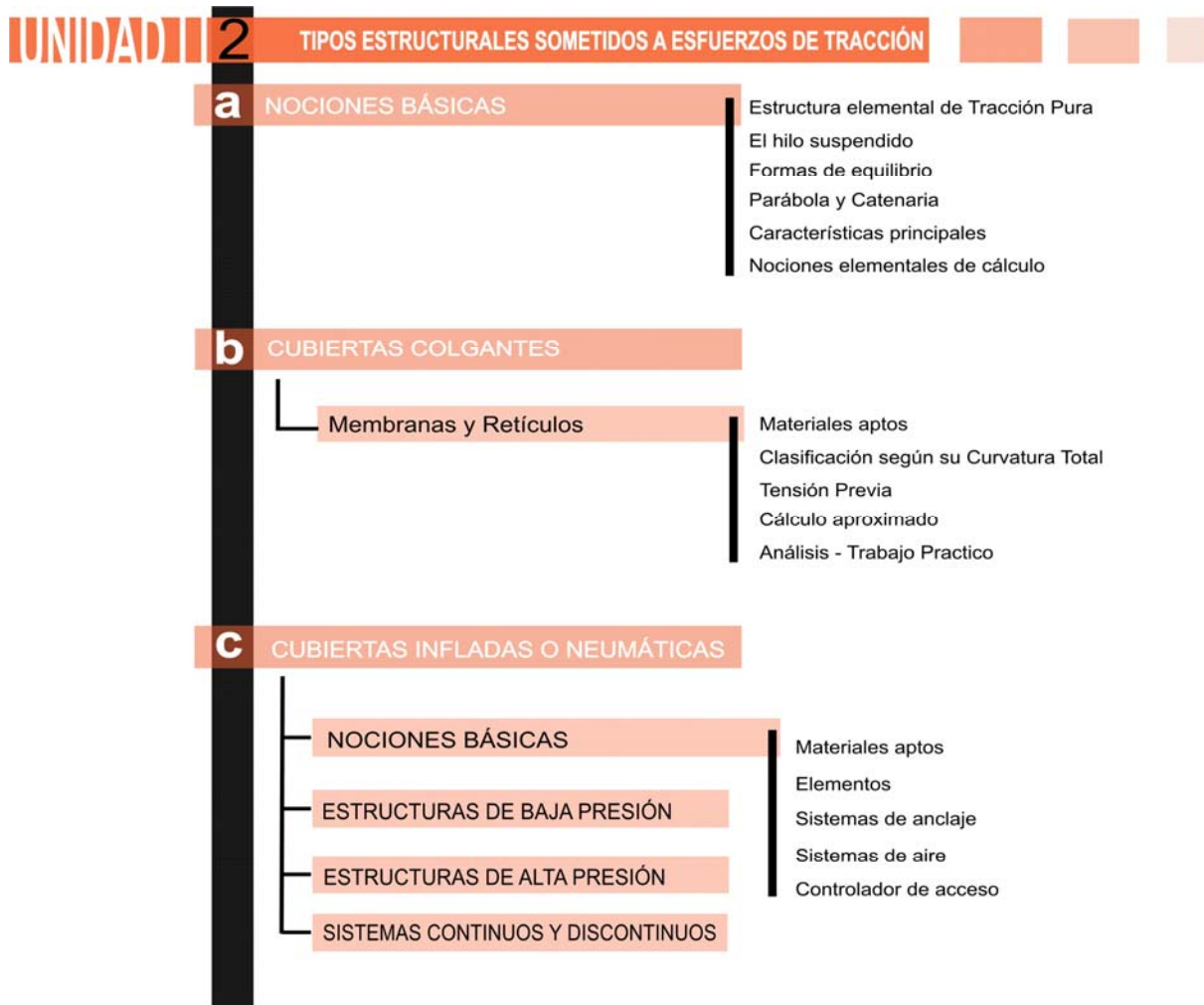
1. **Curvatura Total Nula:** es el caso en que una de las líneas, o ambas (generatriz y directriz) sea una recta, donde el producto de sus curvaturas será siempre nulo, por ser uno de los factores (o ambos), iguales a *cero*.
2. **Curvatura Total Positiva:** cuando las dos direcciones son líneas curvas y sus concavidades coincidentes en un mismo sector de espacio, sus radios de curvatura tendrán el mismo signo. En este caso, el producto de sus curvaturas será positivo, pues el producto de dos valores del mismo signo, positivos o negativos, es siempre *positivo*.
3. **Curvatura Total Negativa:** cuando las dos direcciones son líneas curvas y sus concavidades son opuestas en relación a los sectores en que dividen al espacio, sus radios de curvatura estarán ubicados en cada uno de estos sectores y, consecuentemente, serán de signo contrario. El producto de sus curvaturas será negativo, pues el producto de dos valores de signos contrarios, positivo y negativo, es siempre *negativo*.

De esta manera, tenemos los tres sistemas estructurales según su curvatura total:

1. **Sistemas Estructurales de Superficie de Curvatura Total Nula**
 2. **Sistemas Estructurales de Superficie de Curvatura Total Positiva**
 3. **Sistemas Estructurales de Superficie de Curvatura Total Negativa**
-

UNIDAD DIDÁCTICA 2

Objetivos de la Unidad: Adiestrar al alumno en el manejo de los principios básicos que rigen el dominio espacial y el comportamiento estructural de los tipos estructurales sometidos a esfuerzos de tracción.



“Tipos estructurales sometidos a esfuerzos de tracción”

2.1. NOCIONES BÁSICAS

“En este módulo nos dedicaremos a analizar los principios básicos que rigen el comportamiento de las estructuras de tracción pura en general”.

El hilo colgado de un extremo

Los retículos, las mallas y los tejidos tienen al hilo (o cable) como componente básico generador.

Aún cuando los tejidos presentaren la apariencia de una superficie continua, si los observamos detenidamente, y con la ayuda de una lente de aumento, nos sorprenderemos al comprobar que siempre están presentes hilos que se cruzan unos con otros, por tupida que sea la trama.

No sucede lo mismo con las membranas (sean éstas de goma, plástico, agua jabonosa o cualquier otra sustancia), donde no se podrá distinguir direcciones de terminadas por elementos lineales (hilos o cables). En este caso, la similitud la encontramos en las láminas o placas, determinando sobre su superficie dos fajas virtuales a lo largo de la dirección de las tensiones principales (o máximas), y las trataremos como elementos lineales de 1 m de ancho.

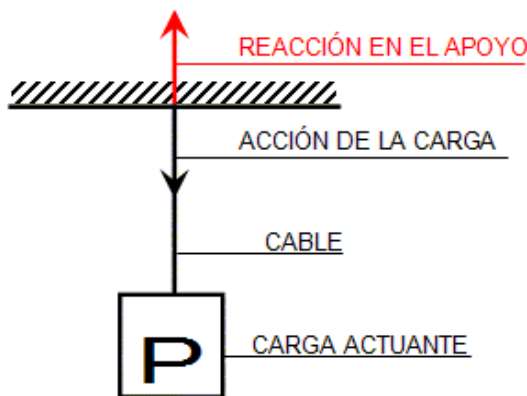


Figura 1

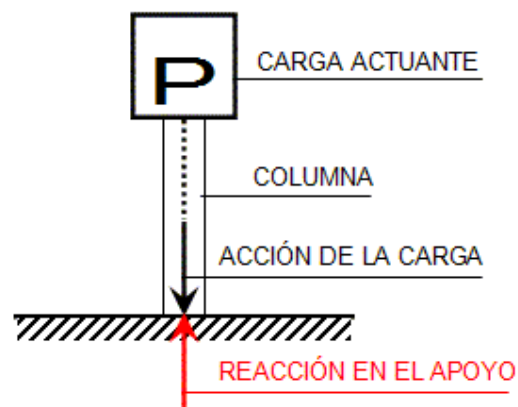


Figura 2

Analizando el elemento estructural básico, el hilo (Figura 1), podemos compararlo con el componente básico de las estructuras rígidas discontinuas o de barras (Figura 2).

La diferencia en ambos casos radica en que la relación longitud / espesor (esbeltez del componente), es mucho mayor en los hilos que en las barras.

Como consecuencia de esta situación los hilos no resisten momentos flectores, y cualquier carga transversal N produce en ellos esfuerzos de [tracción](#) pura.

Los hilos tampoco resisten esfuerzos de compresión. Su escasa rigidez hace que no puedan resistir su propio peso y si se pretende apoyarlos en su extremo inferior, pierdan de inmediato su estabilidad, precipitándose al suelo. De hecho, en esta posición tampoco resisten sobrecarga alguna.

No obstante, adquieren capacidad resistente si el caso es el opuesto, es decir, en vez de intentar apoyarlos sobre su extremo inferior, se los suspende del extremo superior.

En este caso, si el hilo es suficientemente flexible, aún sólo sometido a su propio peso, adoptará de inmediato una forma recta, perpendicular a la superficie terrestre, en razón de la atracción de la gravedad.

La forma natural de un hilo colgando de su extremo superior, y sometido a una determinada fuerza se expresa en la Figura 3.

Aquí podemos establecer la tensión de trabajo (σ_{trab}) en la relación entre la carga actuante (P) y la sección del hilo (F):

$$\sigma_{trab} = \frac{P}{F}$$



Figura 3

Cuando esta acción tiende a separar las partículas del material que compone el cuerpo, se dice que se ha producido internamente un estado tensional que recibe el nombre de TRACCIÓN.

No obstante, tampoco es necesario que exista una fuerza externa para que se produzca internamente un estado tensional de tracción.

Cuando colgamos un hilo de uno de sus extremos, el propio peso del hilo causa internamente una tensión similar, debido a la tendencia del cuerpo (en este caso, el hilo) a precipitarse hacia abajo por efecto de la gravedad.

El alargamiento de un hilo o alambre bajo la acción de cargas es típico de la tracción. Cuando las tensiones no sobrepasan el régimen de elasticidad, el alargamiento depende sólo de la sección transversal, de su longitud y de la magnitud de la carga. A mayor diámetro del cable, menor alargamiento unitario; *el alargamiento es proporcional a la carga por unidad de área de la sección del cable*, o a la tensión de tracción del cable.

No debemos confundir este esfuerzo con el fenómeno de dilatación que, si bien también produce un alargamiento de la dimensión del objeto, ésta se debe a la expansión molecular interna por efecto de la temperatura, al contrario de la tracción, que produce la separación de las mismas moléculas entre sí.

Recordemos las condiciones *sine qua non* del caso típico de un hilo o alambre sometido al esfuerzo de tracción:

cuando las tensiones no sobrepasan el régimen de elasticidad, el alargamiento depende sólo de la sección transversal, de su longitud y de la magnitud de la carga;

a mayor diámetro del cable, menor alargamiento unitario;

el alargamiento es proporcional a la carga por unidad de área de la sección del cable, o a la tensión de tracción del cable;

el alargamiento no es la única deformación que acompaña a la tracción; la medición del cable antes y después de aplicar la carga pone de manifiesto que el aumento de ésta determina el alargamiento del cable y una disminución de su diámetro. Esto es fácil de explicar, si se tiene en cuenta que lo que se produce es un alargamiento del cuerpo, y no un aumento de su volumen.

Actividades:

En función de estos conceptos,

¿cuál sería la carga necesaria para que el hilo se corte?

¿cuáles son los datos necesarios para resolver este problema?

¿qué incidencia tiene la sección del hilo en esta situación?

El peso propio del hilo es despreciable cuando actúa una carga exterior, y la tensión es independiente de la longitud del hilo. Para contrarrestar los efectos de la carga deberemos adecuar la sección del hilo, aumentándola hasta que equilibre la tensión de trabajo con la tensión admisible.

Muy distinta es la situación de un hilo suspendido de un extremo, cuyo largo excesivo haría significativo su peso propio. Aquí veremos que la tensión de trabajo aumentará en forma proporcional a la longitud del hilo, en razón de que el peso propio es una función del peso específico por el volumen respectivo:

$$P_{prop} = \gamma \times Vol = \gamma \times l \times F \quad ; \text{ donde: } \gamma = P_{esp} \left(\frac{Kg}{m^3} \right)$$

Actividades:

Teniendo en cuenta estos conceptos,

¿qué sucedería si la carga actuante fuere solamente el peso propio del hilo?

¿en qué condiciones se cortaría el hilo sometido a su peso propio?

Supongamos que se trata de un hilo suspendido de su extremo, desde un avión que sobrevuela la ciudad, y sometido a su propio peso.

$$\text{Si } \sigma_{rot} = 12.480 \frac{kg}{cm^2} \quad \text{y} \quad \gamma = 7.800 \frac{Kg}{m^3}$$

¿cuál sería la longitud necesaria para que el hilo se corte?

¿qué influencia tiene en este caso la sección del hilo?

La tensión, en este caso, es independiente de la sección (o del diámetro) del hilo, y está en función directa de su longitud por su peso específico. La longitud de rotura será aquella que resulte de equilibrar la tensión de rotura con el producto entre la longitud y el peso específico del hilo.

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{q \times l}{F} = \frac{y \times F \times l}{F} = \gamma \times l; \quad \sigma = \gamma \times l; \quad \text{en consecuencia:} \quad l_{rot} = \frac{\sigma_{rot}}{\gamma}$$

El hilo colgado de sus dos extremos

Coloquemos ahora el hilo suspendido de sus extremos. Adoptará una determinada forma geométrica que se identifica con lo que pasaría si, en lugar de ser un hilo, fuera una cadena. La forma lograda sería la del equilibrio del peso propio de la cadena (o el hilo, en el caso anterior), y de allí surge su nombre: “catenaria”.

El hilo (o la cadena) soporta una carga repartida uniformemente sobre sí mismo, su propio peso.

No obstante, el peso propio de los hilos es generalmente despreciable ante las cargas exteriores actuantes (permanentes y sobrecargas).

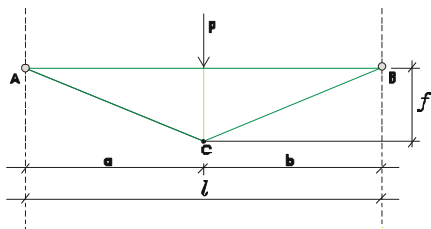


Figura 4

Si aplicamos una fuerza P en el centro del cable, éste quedará tensado y, despreciando el peso propio, se formarán dos líneas rectas AC y BC (Figura 4).

Por medio del polígono de fuerzas obtenemos T, que es la tensión que está soportando el hilo (esfuerzo de tracción).

Si la carga estuviera ubicada en el centro del hilo, las tensiones se repartirían por partes iguales entre AB y BC. En cambio, si se ubicara a uno u otro lado del centro, el tramo más corto sufriría un esfuerzo menor que el más largo (Figura 5).

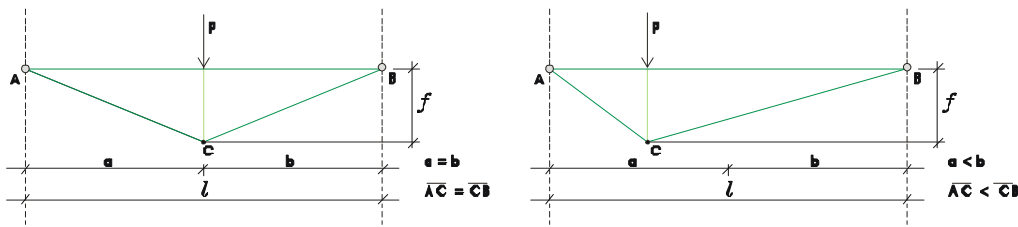


Figura 5

Para una distancia dada entre los apoyos, la flecha óptima es igual a la mitad de esa distancia y corresponde a una configuración de la carga y un empuje igual a la mitad de ésta.

La tensión máxima de tracción que soporta el cable en ambos extremos es “T” y se descompone en una tensión horizontal “H” y una tensión vertical “V”.

La carga máxima es:	$Q(Kg) = q \left(\frac{Kg}{m} \right) \times l(m)$
Las condiciones de equilibrio son:	$\Sigma V = 0; \quad \Sigma H = 0; \quad \Sigma M = 0$
La <u>reacción</u> V en los extremos será:	$V(Kg) = \frac{q \left(\frac{Kg}{m} \right) \times l(m)}{2}$
V = 0 se cumple porque:	$\Sigma_v = (Q - Va - Vb) = 0$
H = 0 se cumple porque:	$\Sigma_H = (Ha - Hb) = 0$
	$\Sigma_M = \left(Q \times l - \frac{q \times l}{2} - \frac{q \times l}{2} \right) = 0$

Para que se cumpla $\Sigma M = 0$: tomamos momentos con respecto al punto de inflexión máxima (C), y consideramos las cargas actuantes a la izquierda de la sección. Tomamos momentos con respecto a “C” y consideramos las cargas actuantes a la izquierda de la sección:

$$\Sigma M = H \times f - V \times \frac{l}{2} + \frac{Q}{l} \times \frac{l^2}{4} = 0$$

$$\Sigma M = H \times f - q \times \frac{l}{2} \times \frac{l}{2} + q \times \frac{l}{2} \times \frac{l}{4} = 0$$

$$\Sigma M = q \times \frac{q \times l^2}{8} - \frac{q \times l^2}{4} + H \times f = 0$$

Pasamos $H \times f$ al primer término:

$$H \times f = \frac{q \times l^2}{8},$$

y luego, pasando f al segundo, obtenemos: $H = \frac{q \times l^2}{8 \times f}$

El valor de H es equivalente al momento flector máximo de una viga simplemente apoyada sometida a [carga uniformemente repartida](#), dividido por la flecha.

La flecha aparece porque estamos en presencia de un elemento lineal no rígido.

$$V = \frac{q \times l}{2} ; H = \frac{q \times l^2}{8 \times f} ; T = \sqrt{(H^2 + V^2)} \text{ (por Pitágoras)}$$

Con una o varias cargas concentradas, la forma del cable cambia, adoptando la de un polígono funicular. A mayor número de cargas, el polígono toma un número creciente de lados, más pequeños cada vez, aproximándose a una curva continua.

A medida que aumentamos el número de cargas, observamos que la deformación del hilo se adapta a un funicular de las mismas, lo que nos conduce a la siguiente observación: *el estado de equilibrio de un hilo colgado de sus extremos, cargado con cargas concentradas, es el funicular de las cargas dadas* (Figura 6).

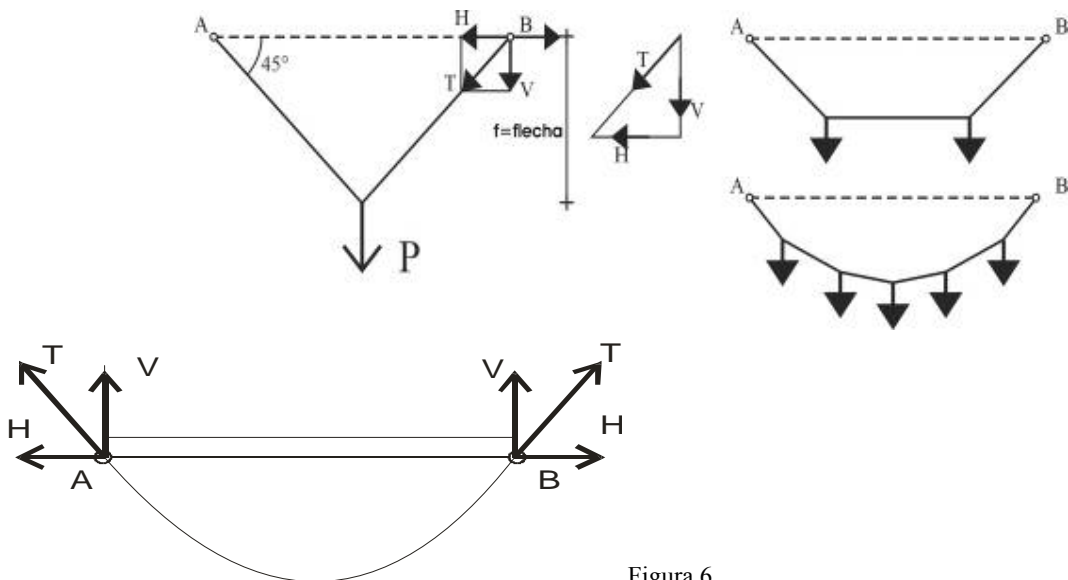


Figura 6

El polígono funicular es la forma natural de equilibrio de un gran número de cargas iguales separadas horizontalmente a distancias iguales, aproximándose a una curva parabólica.

Si el número de cargas aumenta cada vez más, en el límite nos encontraremos con el estado tensional de un hilo sometido a carga uniformemente repartida sobre sí mismo.

Estados tensionales.

En ambos sistemas estructurales las cargas producen simples tensiones normales: tracción o compresión. La forma de estos sistemas estructurales coincide -en el caso ideal-, con el flujo de esfuerzos, que se canalizan hacia los apoyos.

En el caso del cable colgado de sus extremos (sistema de tracción), la forma estará dada por el funicular de las cargas actuantes. La línea de tracciones se halla determinada, de un lado, por las fuerzas que trabajan en el sistema, y del otro, por la flecha y la distancia entre los extremos.

Cualquier cambio en la forma de sustentación o las condiciones de carga afectará a la curva funicular y dará origen a una nueva forma estructural.

Un cable colgado de sus extremos, o apoyos fijos, con una carga aplicada en su punto medio, adoptará una forma simétrica triangular, distribuyéndose la carga por mitades a cada extremo del cable.

Si la flecha disminuye, aumentará la tensión y llegará un momento ideal en que, si la flecha se hace nula, el esfuerzo “T” del cable y la P reacción P horizontal “H” coincidirían, alcanzando valores infinitos; es obvio imaginar que esto no sería posible, por cuanto el cable no podría ya resistir la carga, porque sobrepasaría su resistencia a la tracción, y terminaría colapsando antes de llegar a esta situación.

De esta manera, las tensiones de tracción en el cable son inversamente proporcionales a la flecha, lo que nos pone ante la evidencia de que, si ésta disminuye a la mitad, la tensión del cable se duplica y, como consecuencia, ocurrirá lo mismo con respecto al empuje transversal en los apoyos.

Parábola y catenaria

Un cable colgado de sus extremos se comporta como una cadena, en la que cada eslabón representa una carga distribuida a lo largo de la curva que adopta. De allí, la curva recibe el nombre de *catenaria*.

Supongamos ahora que la carga, en lugar de repartirse uniformemente sobre la curva, lo hace sobre la línea horizontal que une los extremos del hilo.

Dividimos la carga, ahora repartida sobre la horizontal, en zonas iguales de ancho a , y aplicamos fuerzas concentradas $N=q \times a$, todas iguales, en los baricentros de cada una de las zonas.

Construimos el polígono de fuerzas y el funicular, y determinamos los valores de T_A y T_B .

Si a tendiese a cero, el polígono funicular se transformaría en una *parábola*, como justificaremos más adelante.

El trazado de la parábola es más sencillo que el de la catenaria porque no es necesario trazar primero la curva (para poder distribuir la carga sobre ella). Por otra parte, al saber que se trata de una parábola, dado que conocemos el mecanismo de su trazado, su construcción resultará más sencilla.

Dada la flecha f , construimos la parábola correspondiente y, representando las cargas N , trazamos paralelas a las tangentes extremas, determinando así directamente, en el polígono de fuerzas, los valores de T_A y T_B .

Puede suceder que la flecha no sea la requerida. En este caso deberemos rectificar el diagrama, según se explica en el procedimiento de construcción de la parábola (ver, más adelante, “Construcción de una parábola por método gráfico”).

Retomando los conceptos ya vistos, la catenaria es la forma de equilibrio que adopta un hilo sometido a una carga uniformemente distribuida sobre sí mismo. En cambio, la parábola lo es de las cargas uniformemente distribuidas sobre la línea horizontal que une ambos extremos del hilo.

Para cada caso, éstas son las ecuaciones explícitas de ambas curvas:

parábola:
$$y = a + \frac{x^2}{2a}$$

catenaria:
$$y = c \operatorname{Cosh} \frac{x}{c}$$

Si desarrolláramos en serie (según Mc Laurin) la ecuación de la catenaria, veríamos que, hasta la derivada segunda es igual a la ecuación de la parábola:

$$y = c \operatorname{Cosh} \frac{x}{c} = c \left(y_0 + \frac{x}{1!} y_1' + \frac{x^2}{2!} y_2'' + \frac{x^3}{3!} y_3''' + \frac{x^4}{4!} y_4^{IV} + \dots \right)$$

$$y' = \frac{1}{c} \operatorname{Sen} \operatorname{hip} \frac{x}{c} ; \quad y'' = \frac{1}{c^2} \operatorname{Cos} \operatorname{hip} \frac{x}{c} ; \quad y''' = \frac{1}{c^3} \operatorname{Sen} \operatorname{hip} \frac{x}{c} ; \quad y^{IV} = \frac{1}{c^4} \operatorname{Cos} \operatorname{hip} \frac{x}{c}$$

para $x=0$

$$y_0 = 1 ; \quad y_1' = 0 ; \quad y_2'' = \frac{1}{c^2} ; \quad y_3''' = 0 ; \quad y_4^{IV} = \frac{1}{c^4}$$

$$y = c \left(1 + \frac{x^2}{2c^2} + \frac{x^4}{24c^4} + \dots \right) = c + \frac{x^2}{2c} + \frac{x^4}{24c^3} + \dots$$

Suponiendo: $c=a$, tenemos: $y=a+\frac{x^2}{2a}$

Esto significa que, en el dimensionamiento de un hilo colgado de sus extremos, podemos reemplazar el caso de la catenaria por el de una parábola, con suficiente aproximación. Esto, no obstante, siempre que la relación flecha / [luz](#) esté dentro de estos límites: $0,05 < \frac{f}{l} < 0,15$

Esto es porque entre ambas curvas existe un contacto de 2 ° orden, y por esta razón, la parábola es considerada *osculatriz* de la catenaria.

Puede hallarse gráficamente el valor de T en una catenaria si se conoce la curva, pero este trazado no puede lograrse de modo inmediato, como se ha visto precedentemente. Debe trazarse por puntos, interviniendo en el trámite funciones hiperbólicas (ver RUBIO: “Cálculo funicular del hormigón armado”, op. cit.).

Lo mismo sucede si se pretende realizar el cálculo en forma analítica. Si bien este procedimiento no es complicado, resulta mucho más simple si acudimos a hacerlo utilizando la parábola.

Comparando ahora ambos cables, notaremos lo siguiente: en el caso de la parábola tendremos una mayor concentración de cargas en la parte central del cable (punto de mayor inflexión), que en sus extremos (figura 7). Por el contrario, la catenaria ofrece un pequeño abultamiento en los sectores próximos a sus extremos, y un acortamiento de la flecha en el sector medio (figura 8).

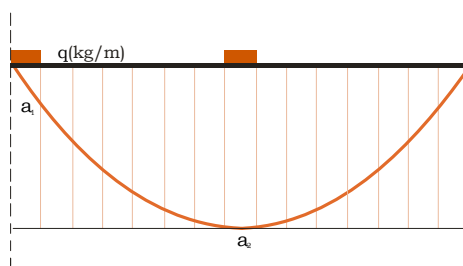


Figura 7 (parábola)

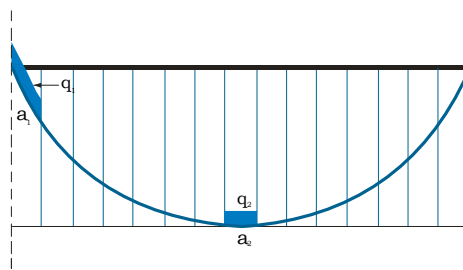


Figura 8 (catenaria)

a_1 = longitud del cable en el extremo (proyección un sector de un metro en sentido horizontal sobre el cable)

a_2 = longitud del cable en el punto de mayor inflexión (proyección un sector de un metro en sentido horizontal sobre el cable)

q = carga repartida uniformemente sobre la línea horizontal que une los extremos del cable, dada en kg/m

En base a estos datos, la carga actuante sobre el cable (parábola), será:

en los extremos: $q_{1(parábola)} = q \times a_1$

en la zona central: $q_{2(parábola)} = q \times a_2$

siendo: $q_{1(parábola)} = q_{2(parábola)}$

En la catenaria, en cambio, el esquema de distribución de las cargas es así:

Superponiendo ambos gráficos, el resultado será el que vemos en la figura (8).

La carga actuante sobre el cable, en este caso, será:

en los extremos: $q_{1(catenaria)} = q \times b_1$

en la zona central: $q_{2(catenaria)} = q \times b_2$

Siendo: $q_{1(catenaria)} > q_{2(catenaria)}$

Relacionando ambos casos (parábola y catenaria), tenemos:

$q_{1(parábola)} < q_{1(catenaria)}$ y $q_{2(parábola)} \cong q_{2(catenaria)}$

Si consideramos el caso particular de dos cables de igual longitud, uno cargado uniformemente sobre la línea horizontal que une sus extremos (parábola), y el otro sobre sí mismo (catenaria), comprobaremos que se manifiesta una mayor depresión en los extremos de la catenaria, con respecto a los de la parábola, y, en cambio, será en la zona central de ésta donde la catenaria sufrirá una reducción de su flecha, produciéndose una mayor depresión en la parábola.

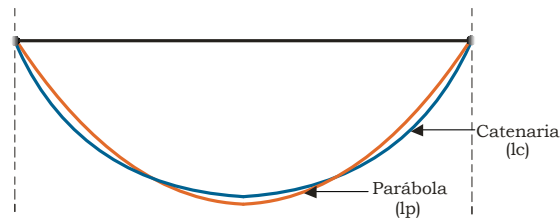


Figura 9 (superposición de ambas curvas)

Comentarios

En la realidad, no podría subsistir un cable sin flecha, por cuanto siempre soportaría la influencia de su peso propio (Q), cuya reacción en los extremos, en combinación con el esfuerzo horizontal (H) que tiende a separarlos, conforman un sistema de fuerzas normales entre sí que dan por resultado una tensión oblicua (T). En los apoyos, la descomposición en dos direcciones (una vertical, correspondiente a la mitad de las cargas actuantes sobre el cable $-V-$, y otra horizontal $-H-$), hace imposible alcanzar la horizontalidad total del cable, puesto que la tensión T alcanzará un valor tan alto (a medida que se reduce la flecha), que se producirá mucho antes el colapso del cable.

Actividades:

¿Qué sucedería si, dejando invariable la carga, estiramos el hilo, tratando de convertir su forma en una recta?

A medida que aumentamos la tensión en cada extremo, veremos que la flecha se reduce, y que tanto T_A como T_B crecen. Vemos entonces que debemos seguir estirando para lograr una flecha cada vez menor. Ahora bien,

¿Esto significa que llegará un momento en que $f = 0$?

Esto es prácticamente imposible porque el hilo no es de resistencia infinita y terminará por cortarse cuando el esfuerzo que se aplique supere su tensión de rotura.

Sólo podríamos lograrlo si $N=0$, es decir, si estuviera descargado, y su peso propio fuera despreciable.

Si tenemos en cuenta el peso propio, en el caso de un hilo de considerable longitud y peso, se romperá antes de lograrse la horizontalidad total, debido a la influencia del peso propio, que en este caso tendrá incidencia en la composición de fuerzas vertical, horizontal y tangencial.

Supongamos el caso de un remolcador que se encuentra arrastrando río arriba un tandem de barcas cargadas, lo cual significa que, prácticamente, no existe resistencia por fricción, dado que las barcas se deslizan sin dificultad sobre la superficie del agua.

Si el peso del cable es: $7500 \frac{\text{Kg}}{\text{m}}$, y su diámetro es: $\theta = 30 \text{ mm}$, y la distancia entre el remolcador y la primera barca es: $l = 80 \text{ m}$,

¿cuál sería la tensión máxima que soportaría el cable, considerando que la fuerza de tracción horizontal de la barca es: $H = 5400 \text{ Kg}$

¿cuál sería la flecha que presentaría el cable?

Podemos aplicar las propiedades del polígono funicular al cable cargado con su propio peso.

Dividiendo la carga en partes iguales a , en proyección horizontal, obtenemos trozos diferentes a_n sobre la curva. De esta forma obtenemos n cargas concentradas:

$$N_n = a_n \times q$$

Construimos el polígono funicular de fuerzas $N = \sum N_n$, y trazamos paralelas a las tangentes en los extremos. A continuación obtenemos T_A y T_B y determinamos O .

Para hallar el valor de la tensión T_s en el punto s , trazamos la tangente en ese punto a la curva. La paralela a la tangente, trazada por O , nos dará T_s .

Si completamos el polígono de fuerzas y trazamos el funicular, éste debería ser tangente a la curva (catenaria). Cuanto menor sea a , más próximo a la curva será el funicular que logremos.

Amarres desnivelados

Los casos analizados se refieren a cables cuyos puntos de amarre están al igual nivel. Cuando el desnivel no es muy grande, podemos continuar utilizando la parábola como caso general, puesto que de esta forma las fórmulas son sencillas.

Como paso previo, supongamos que se trata de un cable colgado de sus extremos a igual nivel, sometido a carga uniformemente distribuida sobre la línea horizontal, y trazamos el funicular correspondiente (Figura 10).

Ahora, sobre ese mismo esquema, trasladamos A hacia abajo y B hacia arriba, en forma proporcional. Haciendo pasar por O , obtendremos un nuevo funicular con los apoyos en desnivel, y la nueva ubicación de la resultante ($R' = R = Q = q \times l$), a una distancia a de A , y b de B . Asimismo,

vemos que el nuevo polígono de fuerzas determina la distribución de las reacciones en los apoyos V_A, V_B , y las correspondientes tensiones máxima T_A, T_B . Recordemos que, en todos los casos, H se mantiene constante.

Debemos hacer notar que los valores de V_A y V_B , y T_A y T_B , son inversamente proporcionales a a y b , respectivamente (Figura 11).

Tomamos momentos respecto a C (sabiendo que su sumatoria debe ser 0), de las fuerzas a la izquierda y a la derecha.

$$-H \times f_a - q \times a \times \frac{a}{2} + V_A \times a = 0 \quad (1) ; \quad H \times f_b + q \times b \times \frac{b}{2} - V_B \times b = 0 \quad (2)$$

Si sumamos miembro a miembro (1) y (2), tenemos:

$$-H \times f_a + H \times f_b - q \times \frac{a^2}{2} + q \times \frac{b^2}{2} + V_A \times a - V_B \times b = 0$$

$$H \times (f_b - f_a) - \frac{q}{2} \times (a^2 - b^2) + V_A \times a - V_B \times b = 0$$

$$f_b - f_a = h ; V_A = q \times a ; V_B = q \times b$$

$$H \times h - \frac{q}{2} \times (a^2 - b^2) + q \times a^2 - q \times b^2 = 0 ; H \times h - \frac{q}{2} \times (a^2 - b^2) + q \times (a^2 - b^2) = 0$$

$$H \times h + \frac{q}{2} \times (a^2 - b^2) = 0 ; H \times h = \frac{q}{2} (b^2 - a^2)$$

$$b^2 - a^2 = (b+a) \times (b-a) ; b+a=l ; a=l-b ; b^2 - a^2 = l \times [b - (l-b)] = l \times (2b-l) = 2b \times l - l^2$$

$$H \times h = \frac{q}{2} \times (2b \times l - l^2) = \frac{q \times l}{2} \times (2b-l) ; H = \frac{q \times l}{2h} \times (2b-l)$$

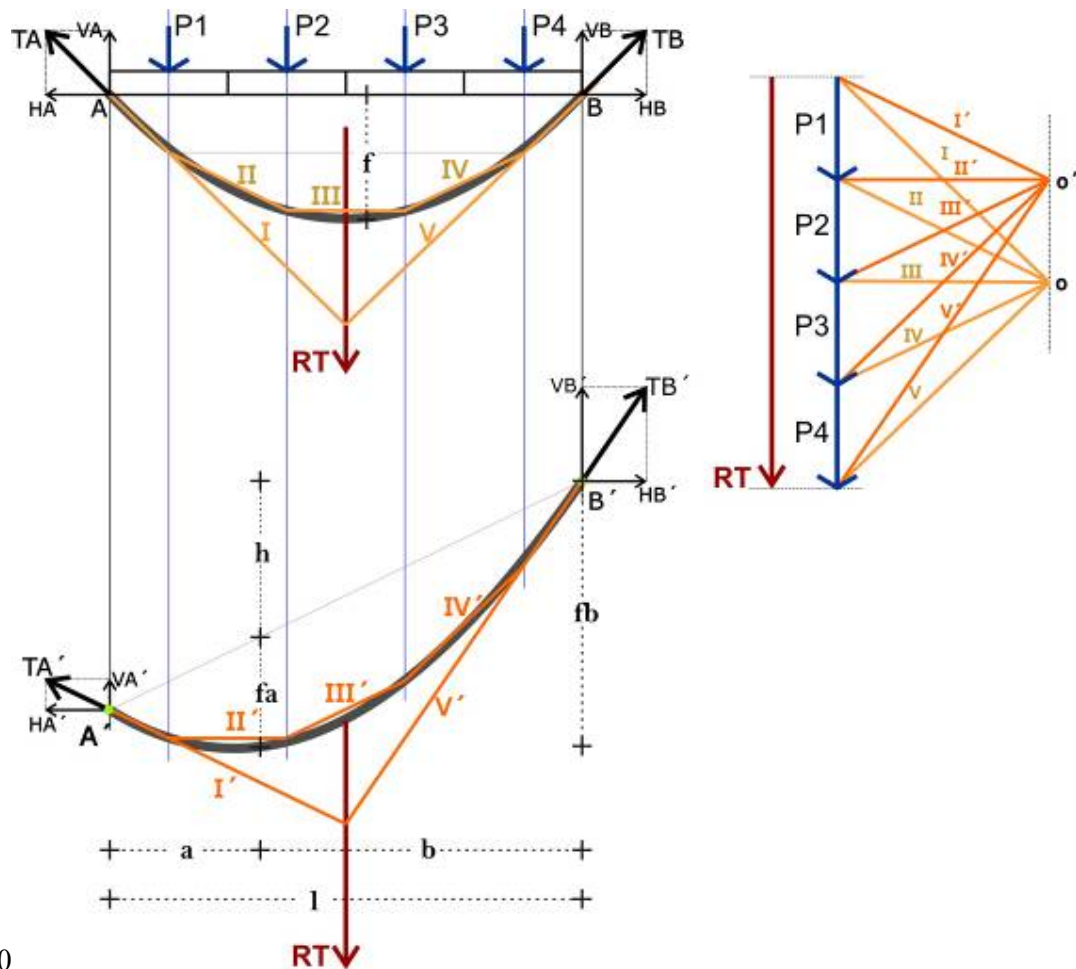


Figura 10

Construcción de una parábola por el método gráfico

Se traza una línea horizontal y sobre ella se ubican los dos puntos (A y B) de donde colgará el cable, distanciados la luz (L) correspondiente.

Sobre esta línea horizontal se distribuye uniformemente la carga actuante sobre el cable, fraccionándola en valores unitarios $q \left(\frac{Kg}{m} \right)$.

Se dibujan las líneas de fuerza representativas de cada fracción de carga unitaria, para luego tomar las cargas $(P_1, P_2, ..., P_7)$ a la izquierda de la sección central 1-1', y se dibuja el polígono de fuerzas correspondiente.

A continuación se debe dibujar un polígono funicular auxiliar, que permitirá ubicar la resultante de las fuerzas a la izquierda de la sección 1-1'. Para esto se toma un punto cualquiera (O) que será el punto de concurrencia del haz de rayos auxiliar, y luego se trazan los rayos desde el extremo de cada fuerza, hasta la fuerza P_7 (inclusive).

Con estos rayos, tomados como líneas de referencia, se traza un polígono funicular auxiliar, de las fuerzas P_1 a P_7 .

La intersección del primer rayo con el último nos dará el punto por donde pasará la resultante $\left(\frac{Q}{2}\right)$ de las fuerzas consideradas.

El funicular definitivo de la parábola debe pasar por 3 puntos: dos corresponden a los extremos del cable (A y B) y el tercero coincidirá con el punto de inflexión máxima (C), determinado por la flecha de la parábola.

Con este objeto definimos el valor de la flecha. Si bien el valor óptimo de la flecha sería el $1/5$ de la Luz, para nuestro caso tomamos un valor mayor para facilitar la comprensión del gráfico, y se hace pasar por este último punto (C) una línea horizontal hasta intersectar la resultante de las fuerzas a la izquierda de la sección 1-1'.

Este nuevo punto de intersección (N) junto al origen del funicular (A) nos indica la inclinación del primer rayo del polígono funicular definitivo de la parábola, que nos permitirá dibujar con precisión la curva definitiva.

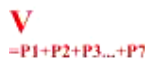
Desde el extremo superior del polígono de fuerzas (inicio de la fuerza P_1) se traza el primer rayo del haz correspondiente, paralelo al obtenido en el paso anterior.

En la intersección de este primer rayo con la línea horizontal que pasa por el punto medio del polígono de fuerzas obtendremos el nuevo centro de concurrencia (O') del haz de rayos del polígono funicular definitivo.

Se traza el nuevo haz de rayos, uniendo el extremo de cada fuerza del polígono con el nuevo centro de concurrencia (O'), y, a partir de acá, se procede a construir el polígono funicular definitivo.

Tomando la escala de fuerzas, se determina el valor de H y, con este valor, y el de V , se calcula el valor de T .

Con el valor de T , en función de la tensión admisible del material seleccionado para el cable, se calcula la sección necesaria del mismo, y con ésta, se determina el diámetro correspondiente.



T
= Primer rayo (1')

Sumatoria de Fuerzas

H
mo rayo (8°)

Parábola auxiliar
para definir posición
de la Resultante

GLOSARIO

Carga uniformemente repartida: hipótesis de que existe la misma carga repartida en toda la estructura (ya sea lineal, superficial, etc.)

Catenaria: forma de equilibrio de un cable colgado de sus extremos, en el que las cargas se distribuyen uniformemente a lo largo del mismo.

Flecha: distancia vertical entre la línea horizontal que une ambos extremos y el punto más bajo del cable.

Luz: separación entre los puntos de apoyo de una pieza estructural.

Parábola: forma de equilibrio de un cable colgado de sus extremos, en el que las cargas se distribuyen uniformemente sobre la línea horizontal que los une.

Reacción: fuerza opuesta que ejerce una pieza estructural, de igual intensidad y sentido contrario, a toda carga aplicada sobre ella..

Tracción: estado de tensión en que las partículas del material, tienden a separarse.

“Tipos estructurales sometidos a esfuerzos de tracción”

2.2. SUPERFICIES DE CURVATURA TOTAL NULA

“En este módulo haremos una primera clasificación de las cubiertas colgantes, en general, para luego pasar al estudio de las estructuras de tracción resueltas con superficies de curvatura total nula”.

Clasificación de las Estructuras de Tracción

Las estructuras de tracción pura se distinguen principalmente por su especial característica de estar conformadas exclusivamente con materiales no rígidos, capaces de soportar únicamente esfuerzos de tracción.

No obstante, debemos reconocer que estas estructuras no podrían subsistir sin la ayuda de componentes rígidos, de los cuales colgar, o por lo menos fijarse para su estabilidad.

Además, encontramos en esta familia de estructuras un caso muy especial de comportamiento que distingue dos conjuntos perfectamente diferenciados.

Por un lado, se ubican las cubiertas colgantes, que soportan cargas del mismo modo que todas las estructuras conocidas hasta el momento, es decir, que las cargas actúan sobre ellas produciendo un efecto que tiende a arrastrarlas hacia el suelo, al igual que la acción de la gravedad terrestre sobre los cuerpos en general.

Al contrario de las cubiertas colgantes, entre las estructuras de tracción encontramos un conjunto de cubiertas que se comportan en forma totalmente opuesta a la acción de la gravedad, por efecto de la acción de una presión interior ejercida por el aire que se les introduce a presión, lográndose así la estabilización del sistema. Es el conjunto conocido como estructuras infladas, o arquitectura neumática, que ocupará un capítulo especial aparte, dentro de este esquema de trabajo de Estructuras III.

Volviendo ahora al primer grupo, podemos aplicar cualquiera de dos criterios para diseñar cubiertas colgantes, según sea la complejidad de la estructura que queramos construir, utilizando los elementos resistentes que ya hemos mencionado en U.1.6 CLASIFICACIÓN DE LAS ESTRUCTURAS:

sistemas de cables (conformados a partir de elementos resistentes lineales no rígidos o tensores), y *sistemas de membrana* (generados a partir de elementos resistentes superficiales no rígidos).

Hemos visto ya que según su curvatura total se pueden clasificar en nulas, positivas y negativas.

Tanto las cubiertas colgantes como las neumáticas se distinguen por poseer un peso reducido (entre 25 y 50 Kg/m², considerando la cubierta, las aislaciones, etc.), lo que las hace muy expuestas a la acción del viento, que ejerce sobre ellas una serie de situaciones críticas, que van desde el peligro de desprenderlas de sus anclajes, hasta el propio colapso del conjunto por la fatiga que le significa el flameo que pudiese producirse cuando no estás suficientemente tensas o estabilizadas.

El comportamiento de estas estructuras se favorece con la resistencia máxima a tracción de los materiales utilizados, aunque, por otra parte, son inaptos para resistir otros tipos de esfuerzos, como compresión, flexión, corte o torsión). Las membranas son láminas semejantes a una piel, y se utilizan, al igual que los cables, en los sistemas estructurales de tracción.

Sólo pueden estar solicitados por esfuerzos de tracción que actúan en la superficie, donde se originan las llamadas comúnmente tensiones de membranas (obviamente, esto sólo en el caso de tratarse de componentes superficiales).

Acción del viento

Cuando el peso propio de la cubierta es inferior a las solicitaciones exteriores dirigidas hacia arriba (succión del viento), la estructura se debe resolver con dos familias de cables: la primera de sustentación, resuelta con cables llamados *cables principales*, y la otra de estabilización o rigidización, con cables llamados *cables secundarios*.

Dada la liviandad que caracteriza a estas estructuras, el viento va a cobrar una importancia fundamental para su cálculo. Se han dado casos en que un viento muy fuerte puede poner en peligro una estructura e incluso llegar a invertir su curvatura o provocar el colapso de la misma.

El problema de la acción del viento en las estructuras es fundamentalmente un problema de cargas.

Así como hay diferentes tipos de cargas (por ejemplo, el peso propio), así también existen cargas producidas por la acción del viento. La carga del viento es accidental y la del peso propio es estable.

Los mayores inconvenientes producidos por la acción del viento son: la vibración y el flameo.

Para lograr un comportamiento adecuado y efectivo en los sistemas de tracción, tanto si son resueltos con cables, como si lo son con membranas, es necesario conferirles cierta estabilidad mediante determinados mecanismos de estabilización, que pueden ser:

- Aumentando el peso de la estructura mediante una sobrecarga adicional que elimine la inestabilidad debida a cargas negativas o accidentales, como el viento. En determinados casos, estas cargas son tales que logran invertir la curvatura de la cubierta.
- Arriostrando el sistema de cables principales a una red de cables secundarios o de estabilización.
- Aplicando una tensión previa (T_p) que establezca el sistema y le confiera la rigidez necesaria para contrarrestar los embates del viento y, de esta manera, evitar el flameo de la estructura. La *tensión previa* es una tensión adicional que se aplica al sistema a través de los cables secundarios, y éstos, a su vez, lo transmiten a los cables principales. En las estructuras de superficie de curvatura total nula, donde si bien se les reconoce su condición de doble curvatura, una de ellas es nula, por ser producto de una generatriz recta (este caso se estudiará más adelante en este mismo capítulo), es necesario incorporar al sistema una familia de cables secundarios (que no forman parte de la estructura de la cubierta), y acudir a conectores que vinculen estos cables secundarios con los principales. Son precisamente estos conectores los encargados de transmitir la acción de la T_p desde los cables secundarios hacia los principales. El valor de la T_p se calcula en forma inversamente proporcional al peso propio de la estructura, lo que hace que a menor peso propio, habrá que adicionar mayor tensión previa.

Debemos destacar también que el peso total de la estructura debe oponer una inercia suficiente para absorber los esfuerzos debidos a los efectos de la presión del viento y de las cargas asimétricas sin deformación perjudicial.

Las diferentes velocidades del viento están establecidas en las normas correspondientes (Norma IRAM 11.700, Part. I y II).

En cuanto a las normas que consideran la acción del viento sobre las estructuras, el Reglamento Argentino se basó oportunamente en el Reglamento Francés, publicado en 1965.

En el ejemplo de la figura 1 (Aeropuerto de Dulles), la estructura (de tracción pura de curvatura total nula) se resuelve con una cubierta de losetas premoldeadas de hormigón, de peso considerable, y sobrecarga, que resulta superior a las solicitaciones del viento y, por lo tanto, permite prescindir del sistema de estabilización secundario.

Los reglamentos toman valores promedios. Aún tratándose de un viento suave, el efecto dinámico podría hacer colapsar una estructura, dado que no es un problema de resistencia, sino de deformación). Cuando el viento es fuerte, se produce el denominado efecto estático, y a mayor fuerza, mayor peligro.

Toda estructura tiene un período de oscilación propia, por más suave que sea un viento, y cuando las frecuencias oscilatorias coinciden, pueden ocasionar el derrumbe de la estructura (ver el ejemplo filmico del colapso de un puente convertido en *arpa eólica*).



Figura 1 - **Aeropuerto DULLES** de Eero Saarinen, en Virginia

Tensión previa

En el caso específico de las estructuras de tracción, la tensión previa desempeña un papel fundamental.

Los cables principales portantes reciben la carga de los cables secundarios o de estabilización, que son los que reciben la tensión previa.

La tensión previa es, en esencia, una carga adicional, repartida uniformemente, ejercida por los cables tensores (secundarios) en los nudos, como carga previa, y transmitida a los cables portantes (principales).

La carga de tensión previa actúa de un modo similar a un aumento del peso propio (en Kg/m^2).

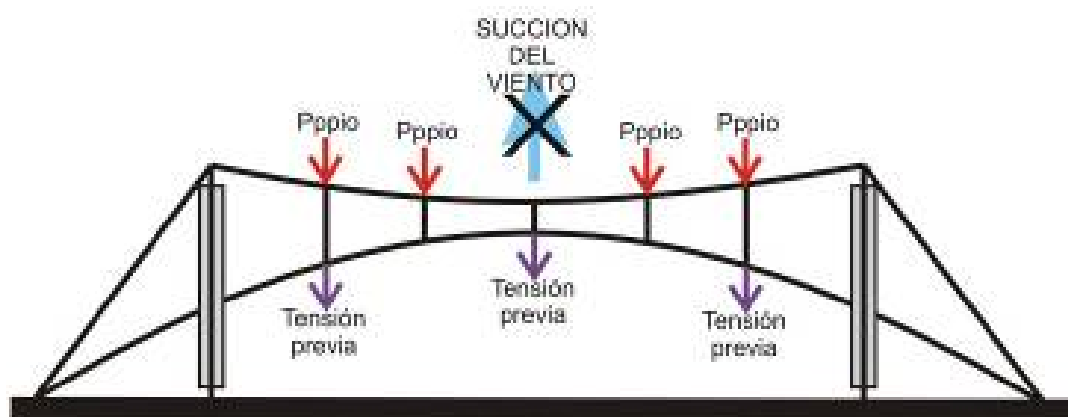
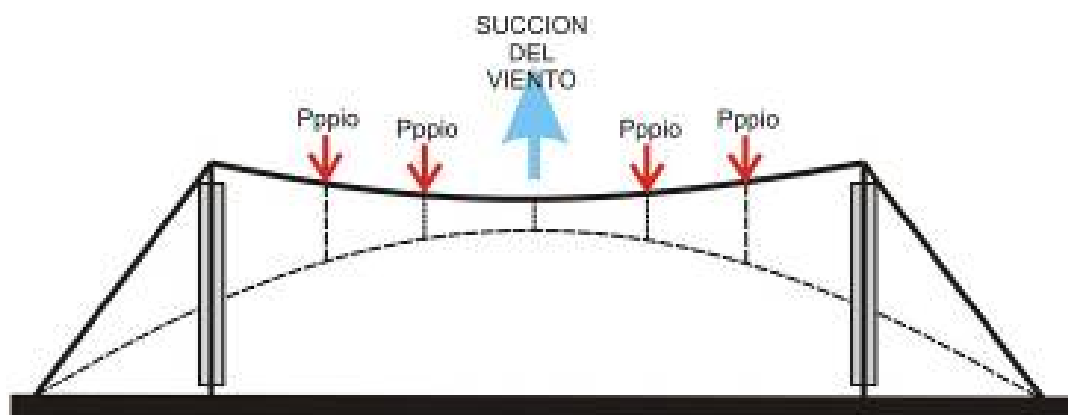
La tensión previa se logra, no tanto por la tensión dada a los cables, sino por la acción que ejercen unos sobre otros, y que determinan tensiones en la misma estructura antes de recibir las cargas.

Por medio de la tensión previa se logra mayor seguridad en la resistencia a tracción de la estructura, cualesquiera sean las cargas exteriores.

A menor carga, mayor será el porcentaje de tensión previa. Por ejemplo: si tenemos una carga $q = 50 \text{ Kg/m}^2$, podemos optar por una tensión previa cuyo valor esté entre el 50 y 100 % del valor de la carga considerada.

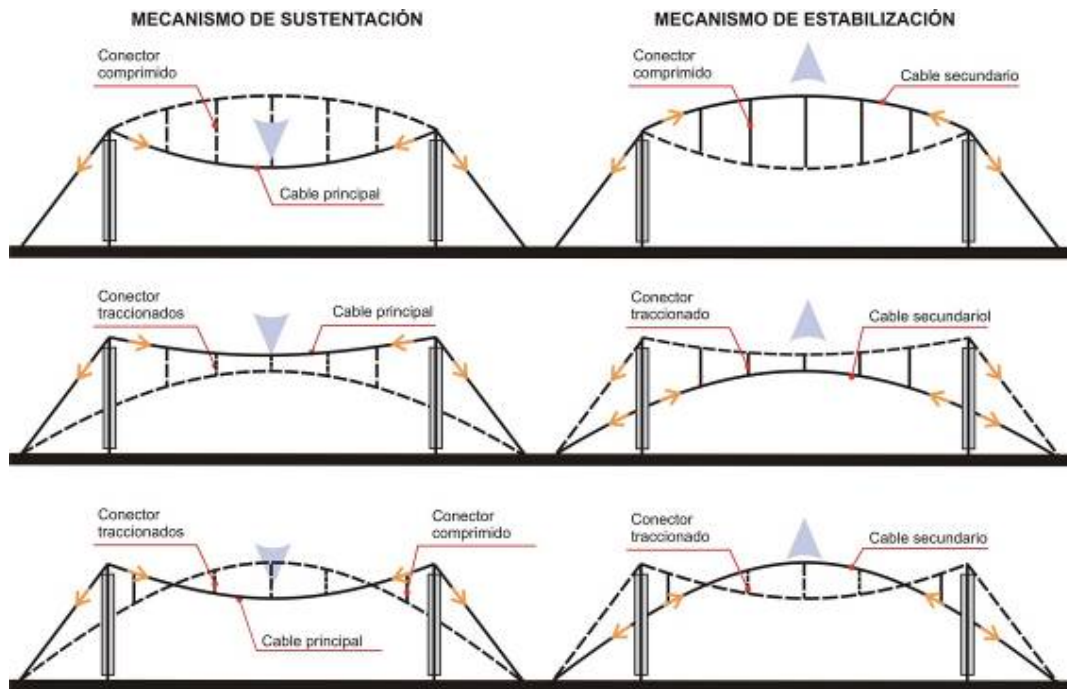
Tabla que permite determinar los porcentajes de tensión previa en base a los valores de carga considerada.

q Kg/m²	Tp: % q
Hasta 10	100 – 300
Hasta 50	50 – 100
Hasta 100	10 – 40
Hasta 150	7 – 15
Hasta 200	5 – 10
Más de 200	5



Cables principales y cables secundarios estabilizadores

Los sistemas de estabilización en los casos de curvatura nula pueden solucionarse de la siguiente manera:



GLOSARIO

Cable principal: cable de sustentación de una estructura de tracción (soporta el peso propio y la sobrecarga, cuando la hubiere, y la tensión previa).

Cable secundario: cable de estabilización de una estructura de tracción (soporta la carga de viento y la tensión previa, transmitiéndola a los cables principales por medio de los conectores).

Tensión previa: tensión adicional que se aplica a los cables secundarios para estabilizar al sistema, evitando el flameo de la estructura como consecuencia de los efectos del viento. Se transmite al cable principal a través de los conectores. Es inversamente proporcional al peso propio de la estructura.

“Tipos estructurales sometidos a esfuerzos de tracción”

2.2. ESTRUCTURAS DE CURVATURA TOTAL NULA

2.2.2. Trabajo Práctico

El procedimiento para el predimensionamiento de una estructura de estas características es el siguiente:

1. Cálculo de Tensiones y Dimensionamiento de CABLES PRINCIPALES

- 1.1. Análisis de cargas.
- 1.2. Determinación de tensiones H, V y T.
- 1.3. Dimensionamiento.

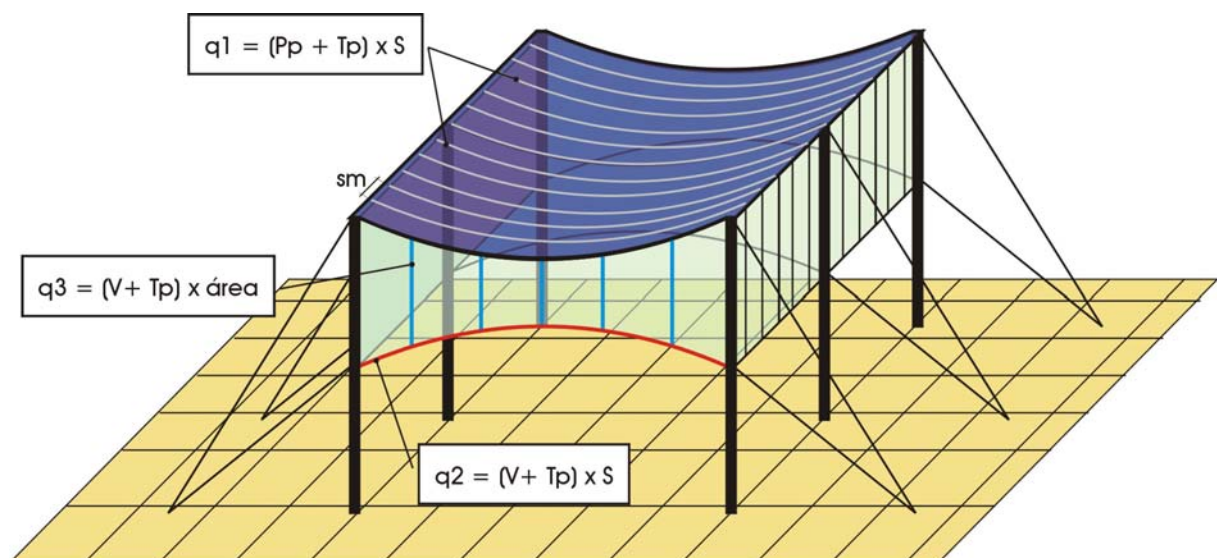
2. Cálculo de Tensiones y Dimensionamiento de CABLES SECUNDARIOS

- 2.1. Análisis de cargas.
- 2.2. Determinación de tensiones H, V y T.
- 2.3. Dimensionamiento.

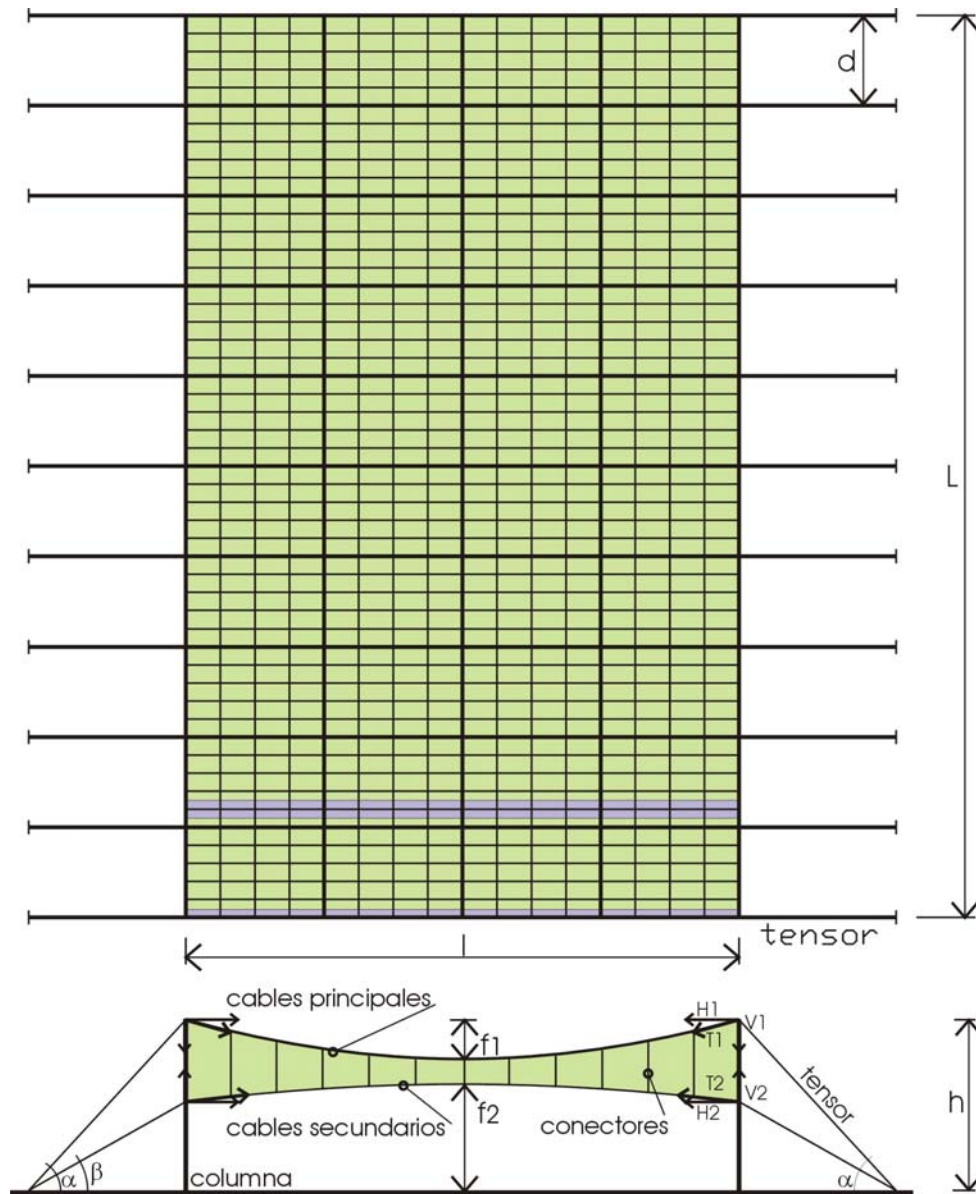
3. Cálculo de CONECTORES VERTICALES

- 3.1. Análisis de cargas.
- 3.2. Dimensionamiento.

4. Cálculo de TENSORES



<u>DATOS:</u>	
$P_p \text{ (Kg/m}^2\text{)} = \text{peso propio}$	$L \text{ (m)} = \text{luz longitudinal}$
$T_p \text{ (Kg/m}^2\text{)} = \text{tensión previa}$	$h \text{ (m)} = \text{altura total}$
$V \text{ (Kg/m}^2\text{)} = \text{viento}$	$f \text{ (m)} = \text{flecha de cables principales y secundarios}$
$\sigma_a \text{ (Kg/cm}^2\text{)} = \text{tension del acero}$	$d \text{ (m)} = \text{distancia entre tensores}$
$l \text{ (m)} = \text{luz transversal}$	$\alpha \text{ y } \beta = \text{ángulo de inclinación del tensor}$



1. Cálculo de Tensiones y Dimensionamiento de CABLES PRINCIPALES

1.1. Análisis de cargas □

$q_1 = P_p + T_p = Kg/m^2$	$q_1 = P_p + T_p - V = Kg/m^2$
$q_1/m = q_1 \cdot 2m$ (sep. de cables)	despreciando el efecto reductor del viento

1.2. Determinación de tensiones: V_1 , H_1 y T_1

$V_1 = \frac{q \times l}{2} (Kg)$	$H_1 = \frac{q \times l^2}{8 \times f} (Kg)$	$T_1 = \sqrt{(V^2 + H^2)} (Kg)$
-----------------------------------	--	---------------------------------

1.3. Dimensionamiento.

$F_l = \frac{T_l}{\sigma_a} (cm^2)$	
$\theta_l = \sqrt{[(F_l \times 4) / \pi]} (cm)$	

2. Cálculo de Tensiones y Dimensionamiento de CABLES SECUNDARIOS

2.1. Análisis de cargas	$q_2 = T_p + v = Kg/m^2$	$q_2 = P_p + T_p - V = Kg/m^2$
	$q_2/m = q_2 * 2m$ (sep. de cables)	Despreciando el efecto reductor del peso propio

2.2. Determinación de tensiones: V_2 , H_2 y T_2

$V_2 = \frac{q_2 \times l}{2} (Kg)$	$H_2 = \frac{q_2 \times l^2}{8 \times f} (Kg)$	$T_2 = \sqrt{(V^2 + H^2)} (Kg)$
-------------------------------------	--	---------------------------------

2.3. Dimensionamiento.

$F_2 = \frac{T_2}{\sigma_a} (cm^2)$	
σ_a	
$\theta_2 = \sqrt{[(F_2 \times 4) / \pi]} (cm)$	

3. Cálculo de CONECTORES VERTICALES: entre cables principales y secundarios.

3.1. Determinación de Áreas de cargas:

$(a*b) = 3.75m * 2m = 7.5m$	Q_3 : se adopta el mayor entre q_1 y q_2
-----------------------------	--

3.2. Cálculo de cargas

$$q_3 = (v \text{ (Kg/m}^2\text{)} + T_p \text{ (Kg/m}^2\text{)}) * 7.5\text{m}^2 = \text{Kg}$$

3.3. Dimensionamiento

$F_3 = \frac{q_3}{\sigma_a} (cm^2)$	$\theta_3 = \sqrt{[(F_3 \times 4) / \pi]} (cm)$
-------------------------------------	---

- 4. Cálculo de TENSORES:** cada tensor absorbe el esfuerzo de 5 cables principales, excepto los de los extremos que absorben los de 3.

Si tenemos en cuenta que los esfuerzos verticales **V** se canalizan en las columnas o muros perimetrales, los que tenemos que equilibrar con los tensores son los esfuerzos producidos por las cargas **H**.

Por lo tanto:

$H_{tensor} = \frac{H_l \times 5}{\cos 45^\circ} (Kg)$	$F_{tensor} = \frac{H_{tensor}}{\sigma_a} (cm^2)$	$\theta_{tensor} = \sqrt{[(F_{tensor} \times 4) / \pi]} (cm)$
--	---	---

“Tipos estructurales sometidos a esfuerzos de tracción”

2.3. CURVATURA TOTAL POSITIVA

2.3.1. Trabajo Práctico

“En este módulo continuaremos con el estudio de las cubiertas colgantes, ingresando al campo de las estructuras resultas con superficies de curvatura total positiva, conocidas como “rueda de bicicleta”, por su semejanza con ella.”.

Nociones generales

Las estructuras de tracción de calificadas en el grupo de las superficies de curvatura total positiva son, en su mayoría, superficies de rotación, basadas en una curva genérica conocida: parábola, catenaria, etc., lo que les asigna un nombre característico: paraboloide de revolución, catenoide de revolución, etc.

Se trata, en todos los casos, de cubiertas colgadas de un aro rígido externo, soportado por columnas ubicadas en su perímetro.

En general, las cubiertas de tracción conformadas según una superficie de curvatura total positiva, se logran a partir de una Cercha Jaewerth que gira alrededor de su eje central.

Es por este motivo que se cumplen en ella todos los aspectos técnicos ya vistos en el capítulo dedicado a las estructuras de superficie de curvatura total nula.

No obstante, por tratarse de superficies de revolución, se incorpora en ellas un nuevo factor, conocido como envolvente cilíndrica, que permite resolver el conjunto sin intervención de tensores adicionales, dado que el equilibrio estático se logra por la composición de las fuerzas concurrentes en una acción centrípeta hacia el centro de rotación, representado por la acción de cada cable concurrente (Fig. 1).

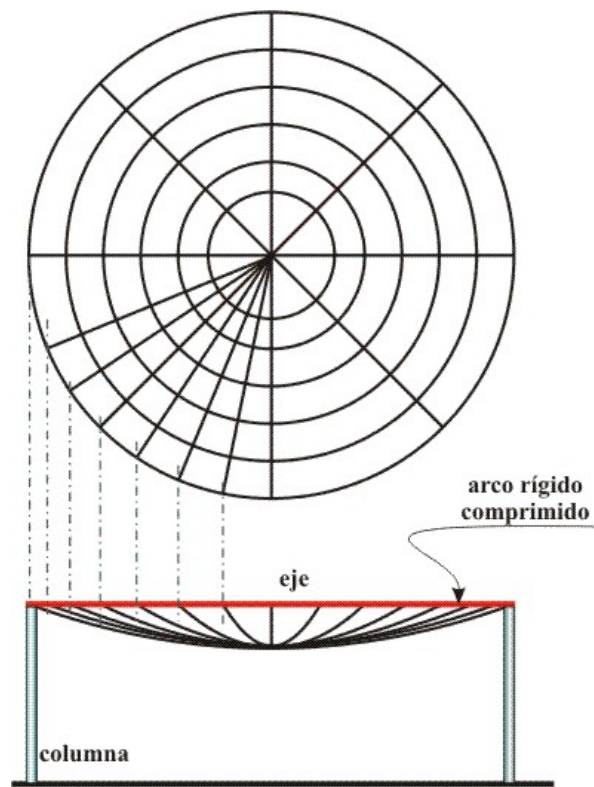


Fig. 1

Podemos obviar el uso de una Cercha Jaewerth, es decir, eliminar la presencia de cables secundarios estabilizadores, si aplicamos sobrecargas que aumenten considerablemente el peso de la cubierta, de modo de contrarrestar de esa forma la acción del viento en cuyo caso, debemos unir convenientemente los cables paralelos con los meridianos para lograr aproximarnos a la forma deseada.

Consideremos una estructura reticulada de cables, según se expresa en la Fig. 2, sometida a una carga determinada, repartida uniformemente sobre aquélla, colgada de un aro que está rígido apoyado sobre columnas y sigue el criterio expuesto en el párrafo anterior.

Si el polígono meridiano fuera el funicular de las cargas actuantes, entonces estaríamos frente a un sistema de sólo cables meridianos, dado que los cables paralelos no tendrían ninguna participación. Cada meridiano estaría soportando una carga equivalente a lo que se indica como zona rayada en la Fig. 2.

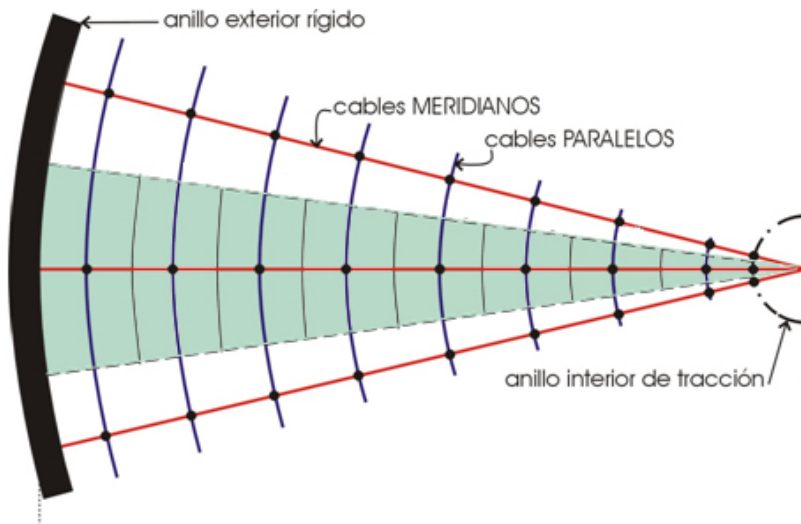


Fig. 2

Si aumentamos las cargas actuantes, pero queremos mantener la forma del polígono meridiano, para lograr el equilibrio de la estructura, los paralelos comenzarán a participar impidiendo que el polígono meridiano se deforme (fig. 3).

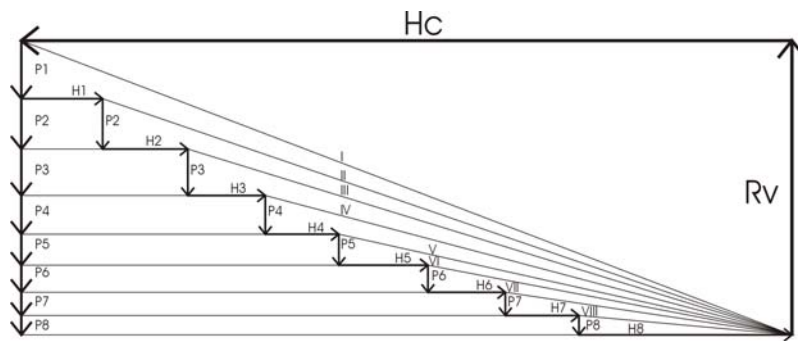


Fig. 3

La forma del funicular de las cargas en los meridianos no es ninguna de las curvas conocidas, por cuanto la carga actuante no es uniformemente repartida, sino que está distribuida sobre una superficie cuya forma se aproxima a un triángulo esférico.

El resultado es otra curva, diferente de las conocidas, en cuya conformación la presencia de los paralelos tiene especial importancia.

SISTEMA ESTRUCTURAL de CURVATURA TOTAL POSITIVA - CÁLCULO

Calcular y predimensionar una estructura de tracción pura de curvatura total positiva de plata circular con cables unidos en uno de sus extremos a un anillo rígido (exterior) que descansa sobre columnas, y en el otro a un anillo de Cable Interior.

DATOS:

D = (m) diámetro mayor

σ_a = (Kg/cm²) tensión cable de acero

d = (m) diámetro menor

s = (m) separación entre cables meridianos en anillo de borde exterior

h = (m) altura

f = (m) flecha

s = (m) separación entre paralelos

q = (Kg/m²) peso propio más sobrecarga

Para obtener con precisión la distancia entre meridianos se procede de la siguiente manera:

$P = \pi * D$ (obtenemos el perímetro)

$N^\circ \text{ de cables} = P / S$ (obtenemos el número de meridianos)

$\text{Sep. Merid.} = P / N^\circ \text{ merid.}$ (obtenemos la separación real entre meridianos)

El funicular de las cargas de los meridianos no es ni la *catenaria* ni la *parábola*, por cuanto la carga actuante no es uniformemente repartida sino aproximadamente triangular esférica.

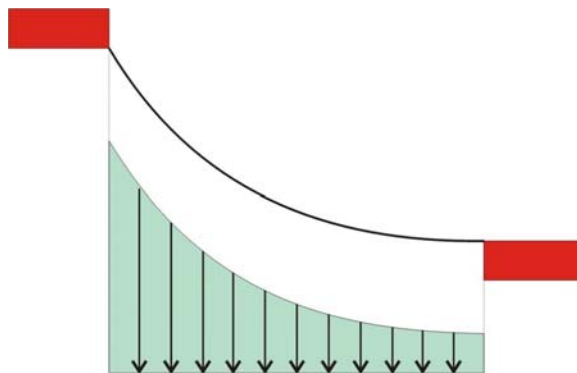


Fig. 4

En el caso de que el meridiano fuera el funicular de las cargas actuantes en su zona de influencia, los paralelos no trabajarían, por cuanto aquellos absorberían por sí solo, los esfuerzos existentes. Si el

polígono es otro, bajo la acción de cargas los meridianos tenderían a posición funicular, acción que será impedida por los paralelos; en este caso los paralelos trabajarían.

ESQUEMA de CÁLCULO:

Análisis de CARGAS

Dimensionamiento de CABLES MERIDIANOS

Dimensionamiento de CABLES PARALELOS

1. Análisis de CARGAS

Realizados los gráficos de planta y corte a escala podemos determinar las áreas de carga.

En cada punto de cruce de meridianos y paralelos, actuará una carga **P**, cuyo valor se obtiene del producto entre la carga **q** (**Kg/m²**) y el área **F** (**m²**):

$$\mathbf{P\ (Kg) = q\ (Kg/m^2) * F\ (m^2)}$$

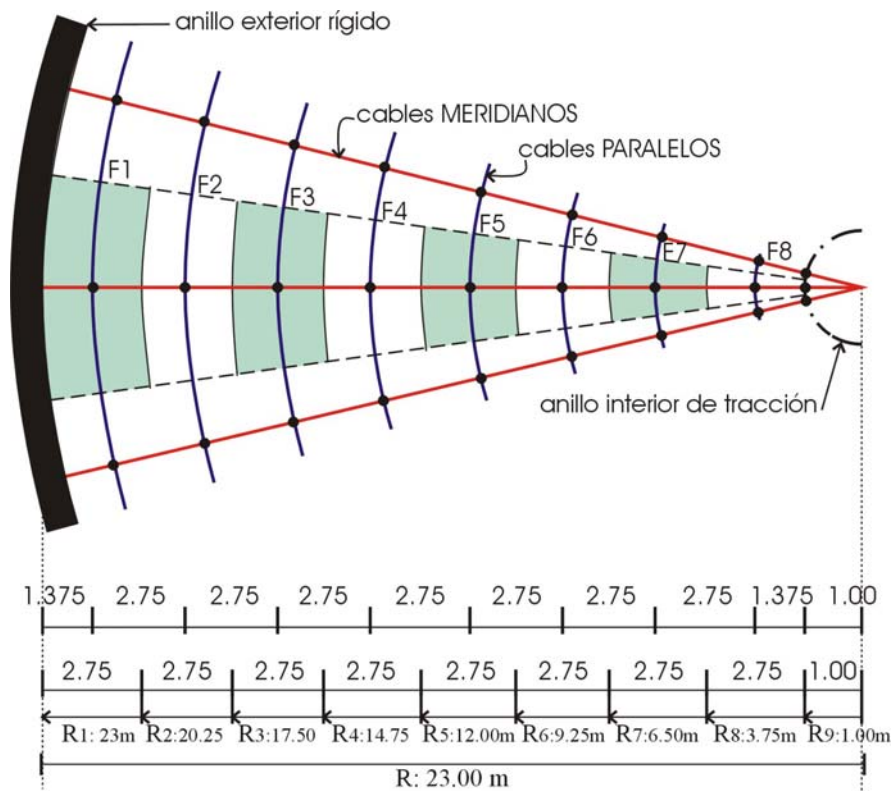
Para obtener las superficies **F** correspondientes a cada una de las cargas **I**, asimilamos el sector de planta considerado a un polígono, en este caso un trapecio, y determinamos la superficie de dicha figura geométrica por la fórmula ya conocida:

$$\mathbf{F\ (m^2) = \frac{(B + b) * h}{2}}$$

El valor de la altura **h** lo obtenemos en el corte, de esta manera operamos con valores más exactos que si trabajásemos con las alturas **h** tomadas en planta.

A las bases mayor y menor de los trapecios en vez de tomarlas directamente en planta, las podemos determinar con mayor exactitud de la siguiente manera:

$$\mathbf{Base = \frac{\pi * 2\ R * \alpha}{360^{\circ}} = \frac{2\ \pi\ R}{N^{\circ}\ \text{meridianos}}}$$



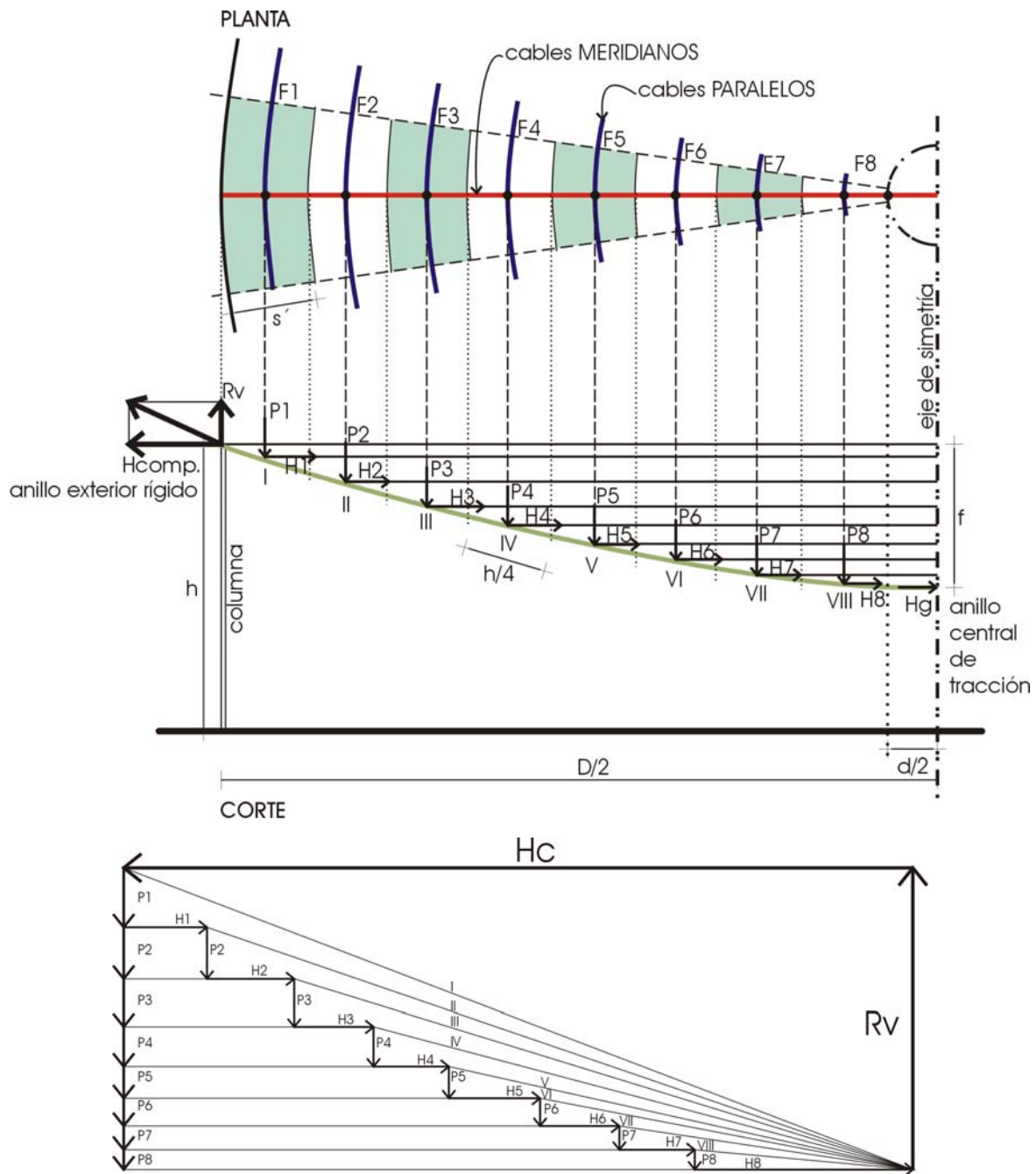
En este caso en que la planta está dividida en 43 sectores, a α le corresponde un valor de 7,5°.

A continuación obtenemos los valores de las cargas **P**:

$$P_1 \text{ (Kg)} = q \text{ (Kg/m}^2\text{)} * F_1 \text{ (m}^2\text{)}$$

De la misma manera se procede con **P₂**, **P₃**, **P₄**, **P₅**, **P₆**, **P₇** y **P₈**.

2. Dimensionamiento de CABLES MERIDIANOS



Se dimensionan en base al valor máximo que representa la tensión en el meridiano T_m (Kg) y cuyo valor se obtiene del polígono de fuerzas midiendo en escala el rayo I.

$$F_m = \frac{T_m \text{ (Kg)}}{4} = \text{cm}^2$$

$$d \text{ (cm}^2\text{)} = \sqrt{[(F \text{ (cm}^2\text{)} * 4) / \pi]} = \text{cm}^2$$

$$\sigma_a \text{ (Kg/m}^2\text{)}$$

Para construir el polígono funicular se colocan las cargas **P** con los valores que les corresponden en cada caso de acuerdo a lo obtenido en el punto 1, en la escala de fuerzas adoptada, y se van trazando las paralelas a las tangentes a la curva, en el punto de incidencia de las cargas.

Los valores de **H** representan los esfuerzos que deberán absorber los paralelos y los de los rayos I, II, etc. los esfuerzos en los meridianos.

H_C representa el esfuerzo de compresión que soporta el anillo de borde exterior.

Dimensionamiento de CABLES PARALELOS

Los paralelos se dimensionan con los valores de las tensiones **H (Kg)** del polígono funicular.

Lo que interesa conocer en cada caso es la tensión del paralelo **T_p** para lo cual aplicamos la **Teoría de la envolvente cilíndrica** que dice que las fuerzas radiales, uniformemente distribuidas (centrífugas o centrípetas), **H** producen una fatiga anular cuyo valor es igual al producto de la fuerza y el radio respectivo.

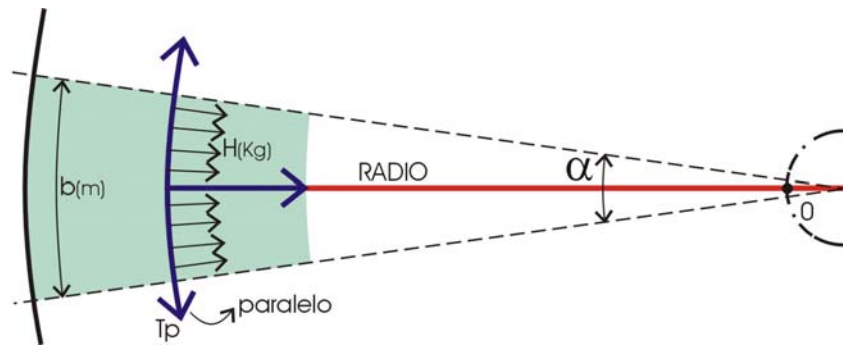
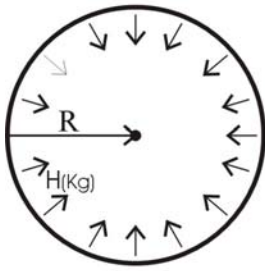
$$T_p \text{ (Kg)} = h \text{ (Kg/m)} * R \text{ (m)}$$

Las tensiones **H** se reemplazan por una carga distribuida en el arco del paralelo correspondiente:

$$H \text{ (Kg/m)} = \frac{H \text{ (Kg)}}{B \text{ (m)}}$$

En base al mayor valor de **T_p** dimensionamos las paralelos:

$$F_p \text{ (cm}^2\text{)} = \frac{T_p \text{ (Kg)}}{\sigma_a \text{ (Kg/cm}^2\text{)}} = \text{cm}^2 \qquad d = \sqrt{[(F \text{ (cm}^2\text{)} * 4) / \pi]} = \text{cm}$$



“Tipos estructurales sometidos a esfuerzos de tracción”

2.4. CURVATURA TOTAL NEGATIVA

“En esta clase estudiaremos los tipos estructurales sometidos a esfuerzos de tracción, resueltos con superficies de curvatura total nula”.

Nociones generales

Un capítulo muy especial y particular de las estructuras de tracción pura, consideradas también como cubiertas colgantes, lo ocupan los tipos estructurales de curvatura total negativa. Las formas resultantes son diversas, y en todos los casos responden fielmente al funicular de las cargas actuantes, sean éstas debidas exclusivamente al peso propio, o también aquellas en que se recurre a la aplicación de alguna sobrecarga adicional para reducir el riesgo de colapso por la acción del viento.

Esta particular situación ya ha sido analizada en el módulo “Nociones Básicas”, cuando establecimos una analogía estructural entre la parábola y la catenaria. Debido a que las cargas actuantes siempre se distribuyen uniformemente sobre la superficie, la forma resultante responde siempre a las características de la catenaria. No obstante, en función de la referida analogía, podemos asimilar todos los casos a una conformación parabólica y encarar de este modo el dimensionamiento de la estructura.

Avanzando en el tema, dentro de los sistemas estructurales de tracción pura de curvatura total negativa, dedicaremos un apartado especial al estudio de Paraboloide Hiperbólico (**PH**) por ser una de las formas más conocidas y utilizadas en la resolución de cubiertas colgantes.

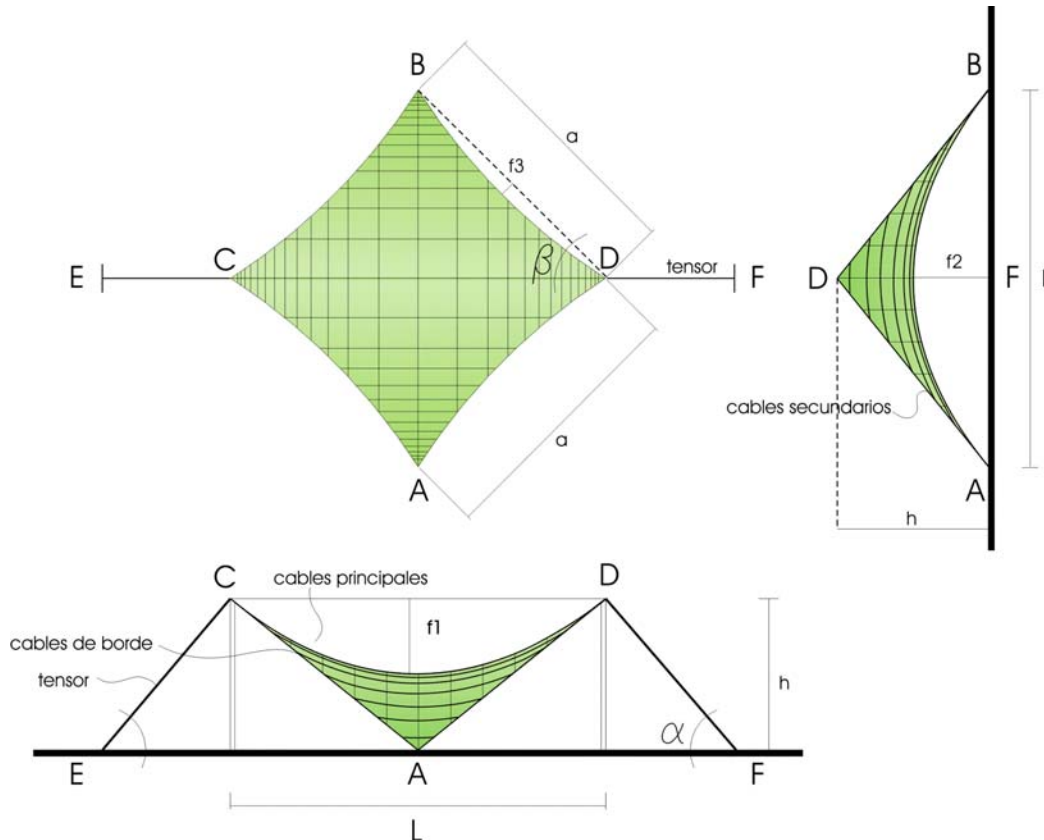
De acuerdo a lo ya visto en el módulo “Generación de Superficies”, el PH es una superficie de doble curvatura que se puede generarse de dos maneras: por la traslación de una parábola *generatriz*, siguiendo la dirección que le impone otra parábola *directriz*, o también por medio de una recta *generatriz* que se desliza apoyada sobre otras dos rectas *directrices*, alabeadas, es decir, no coplanares. De esta construcción extraemos un sector cuadrilátero, y obtenemos así un PH de planta cuadrada, que será el modelo que nos servirá para el estudio que sigue.

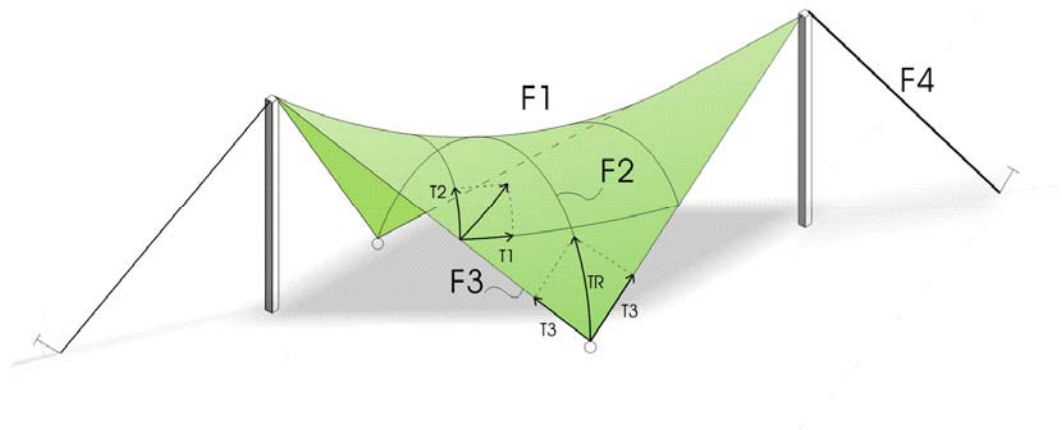
Tengamos en cuenta que, además, las superficies de curvatura total negativa son las que mayor estabilidad presentan, ya que en ellas ambas familias de cables tienen concavidades opuestas y ejercen simultáneamente una acción y reacción permanente en los puntos de unión de los cables.

La familia de cables principales está determinada por las parábolas con concavidad hacia arriba, que soportan las cargas de peso propio (y las sobrecargas, si las hubiere), y la de cables secundarios, que contrarrestan la acción del viento y reciben la tensión previa, constituida por las parábolas con concavidad hacia abajo.

La estabilización del PH se logra no sólo por la tensión previa aplicada a los cables secundarios y, a través de éstos, a los principales, sino también, y principalmente, por producirse entre ambas familias un permanente intercambio de tensiones originadas en la misma estructura por su característica formal de concavidad y convexidad simultánea.

Los cables principales soportan los esfuerzos estáticos del peso propio y la tensión previa y constituyen el elemento sobre el cual se apoya la cubierta. Los cables secundarios son los que dan rigidez al sistema y reducen los esfuerzos provocados por las cargas verticales, absorbiendo las cargas de viento.





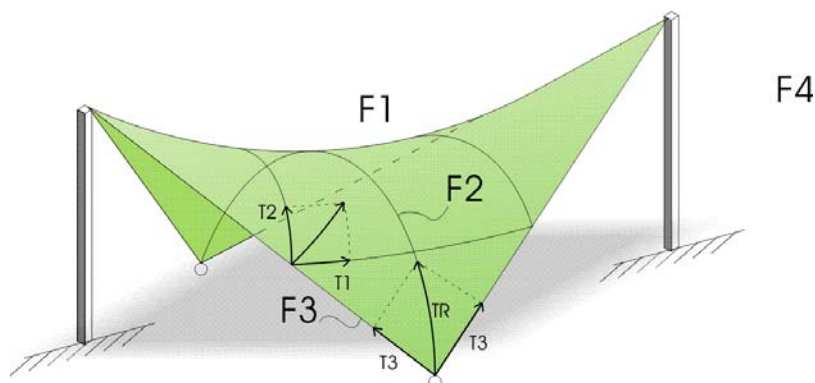
solución estructural del PH tiene variadas respuestas, según sea el sistema de bordes que se adopte, pudiendo ser éstos rígidos o no.

PH con bordes no rígidos

Un PH con bordes no rígidos debe ser resuelto necesariamente con columnas de sostén de los dos extremos superiores del sistema, debiendo anclarse los otros dos extremos inferiores al terreno.

La columna, en este caso, deberá estabilizarse, para lo cual se recurre a tensores que la vinculen al terreno, conformando entre éstos y los cables de borde del PH un sistema de fuerzas que determine una resultante que será absorbida por la columna, que estará soportando esfuerzos de compresión pura.

Podemos obviar los tensores, en cuyo caso deberá empotrarse la columna en el terreno, y los esfuerzos ahora serán de flexocompresión.

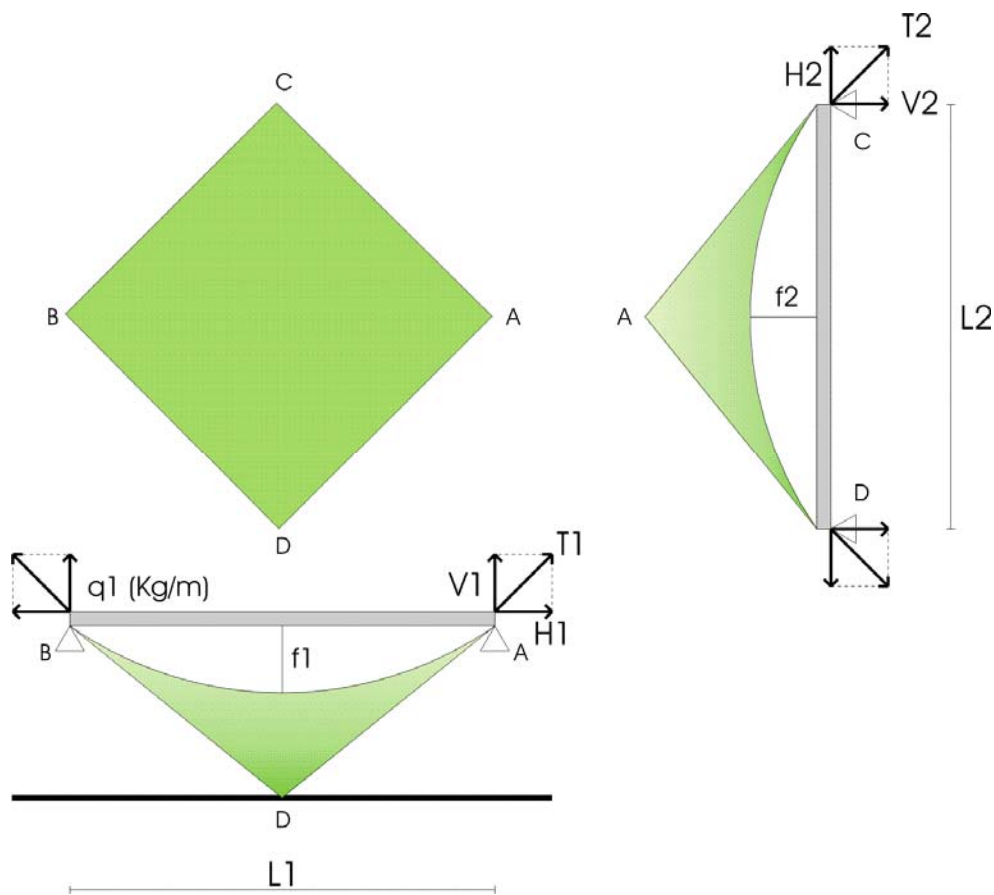


PH con bordes rígidos

Cuando se utilizan bordes rígidos, las columnas ya no son necesarias.

Los bordes rígidos en un PH se comportan como una viga, donde uno de los apoyos está constituido por el terreno, y el otro se conforma en la vinculación de los extremos superiores de las vigas de borde, y un tensor que vincula este punto con el terreno, conformando de igual manera que en el caso de bordes no rígidos, un sistema de fuerzas que se equilibran entre sí. En este caso, los bordes actúan como vigas simplemente apoyadas, sometidas a esfuerzos de flexión simple.

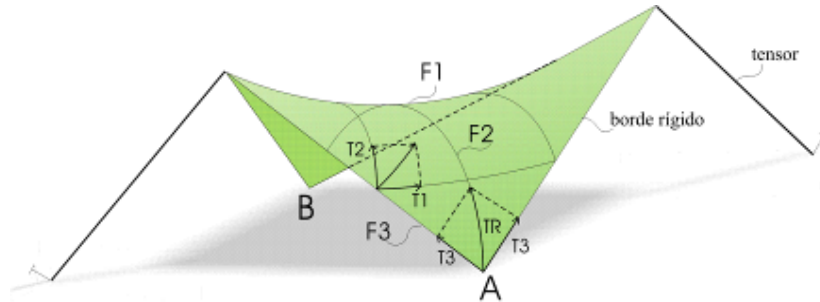
Podemos, igualmente que en el caso de bordes no rígidos, obviar el uso de tensores, para lo cual deberemos empotrar las vigas de borde en el terreno, las que ahora estarán sometidas a esfuerzos de flexocompresión, comportándose como voladizos.



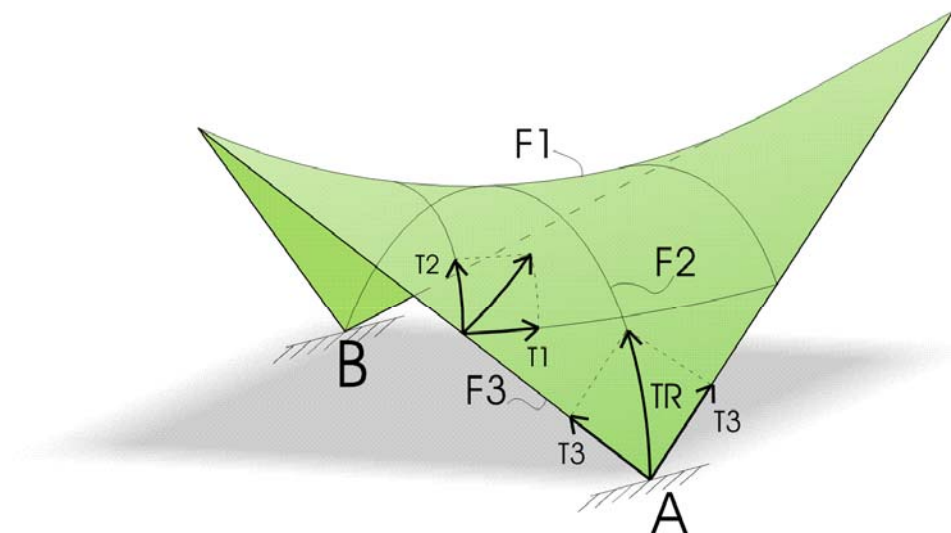
En el caso del paraboloide hiperbólico, la interacción entre cables principales y secundarios se da directamente en la unión de unos con otros, por la particular distribución de los mismos. Esto es así, dado que los cables principales actúan colgados de sus extremos, y son los portadores del peso propio

de la estructura y de la cubierta, mientras que los secundarios se apoyan en los primero, y son los encargados de soportar la acción del viento.

De este modo, la tensión previa, aplicada sobre los cables secundarios, se transmite directamente a los cables principales, proporcionando al conjunto la rigidización necesaria para mantener su estabilidad.



A y B: Apoyos de la Viga de Borde (simplemente apoyada)



A y B: apoyos de la viga de borde con empotramiento(viga en voladizo)

“Tipos estructurales sometidos a esfuerzos de tracción”

2.4. SUPERFICIES DE CURVATURA TOTAL NEGATIVA

2.4.1. Trabajo Práctico

“En esta clase desarrollaremos el trabajo práctico correspondiente al Módulo 4 de la Unidad Didáctica 2”

Guía del Trabajo Práctico

Predimensionar un paraboloide hiperbólico de tracción pura, de planta cuadrada y apoyado en dos extremos sobre columnas y en los otros anclado a tierra.

DATOS:

a = (m)lado del P.H. máxima	q = (Kg/m ²) ... peso propio más sobrecarga
L = (m)luz de las parábolas	V = (Kg/m ²) ... viento
f1 = (m) flechas de los cables principales y secundarios	$\alpha = 45^\circ$ ángulo de inclinación del tensor
f3 = (m) flecha del cable de bode	ht = (m) altura total
Tp = % de q ... tensión previa	S = (m) separación entre cables principales y secundarios

1. ESQUEMA DE CÁLCULO:

1.1. Cálculo de CABLES PRINCIPALES

1.1.2. Análisis de cargas.

1.1.3. Cálculo de tensiones H, V y T.

1.1.4. Dimensionamiento.

1.2. Cálculo de CABLES SECUNDARIOS

1.2.1. Análisis de cargas.

1.2.2. Cálculo de tensiones H, V y T.

1.2.3. Dimensionamiento.

1.3. Cálculo de CABLES de BORDE

1.3.1. Análisis de cargas.

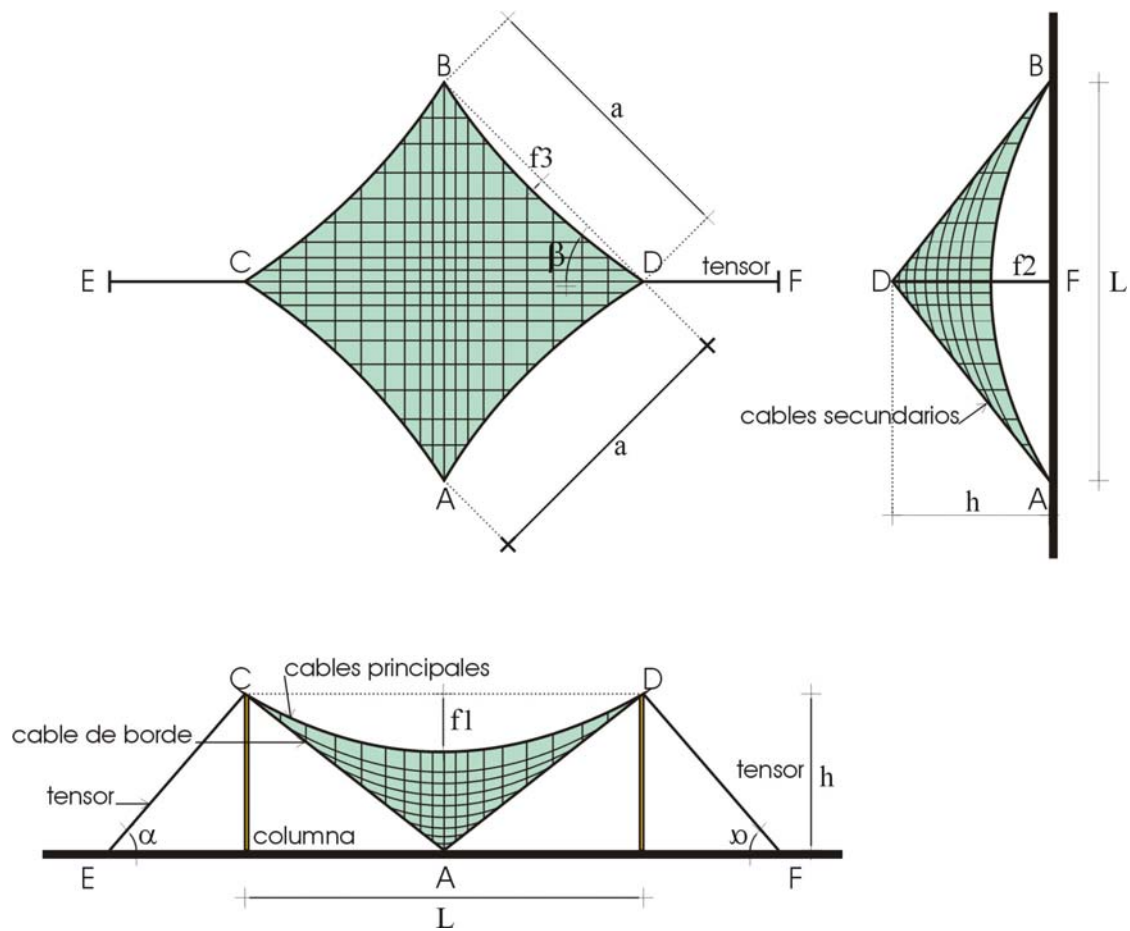
1.3.2. Cálculo de tensiones H, V y T.

1.3.3. Dimensionamiento.

4. Cálculo de TENSORES

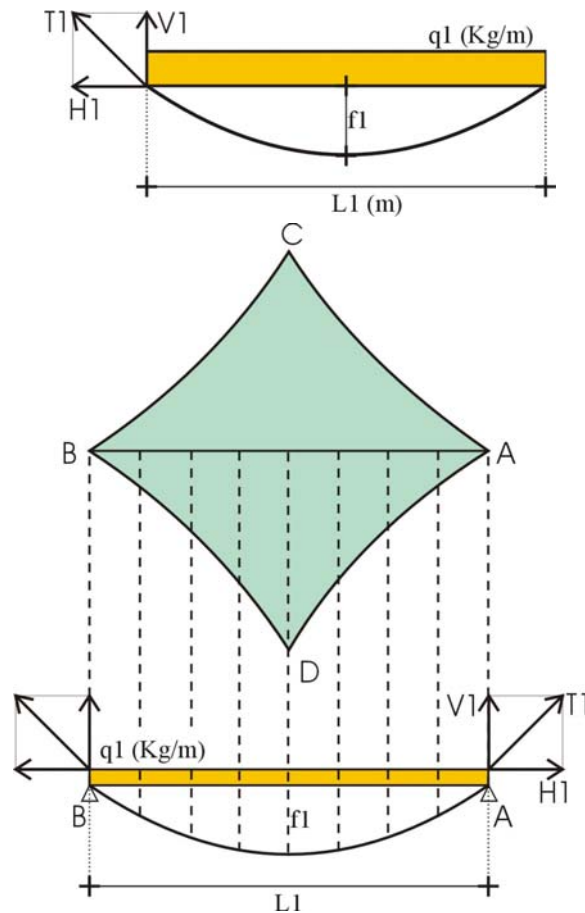
1.4.1. Cálculo de cargas.

1.4.2 Dimensionamiento.



Cálculo de CABLES PRINCIPALES

1.1.2 Análisis de cargas: $q_1 = P_p \text{ (Kg/m}^2\text{)} + T_p \text{ (Kg/m}^2\text{)} = \text{Kg/m}^2 * 1\text{m (sep. Cables)} = \text{Kg/m}^2$



1.1.3. Determinación de tensiones: V_1 , H_1 y T_1

$V_1 = \frac{q_1 * L}{2} = \text{Kg}$	$H_1 = \frac{q_1 * L^2}{8 * f} = \text{Kg}$	$T_1 = \sqrt{(V^2 + H^2)} = \text{Kg}$
---------------------------------------	---	--

Donde $L = a \sqrt{2}$, porque $\sin \beta = a / L$, de donde $L = a / \sin \beta$, así $L = a \sqrt{2}$

1.1.4. Dimensionamiento:

$F_1 = \frac{T_1}{\sigma_a} = \text{cm}^2$	entonces	$\varnothing_1 = \sqrt{((F * 4) / \pi)} = \text{cm o mm}$
--	----------	---

1.2. Cálculo de CABLES SECUNDARIOS

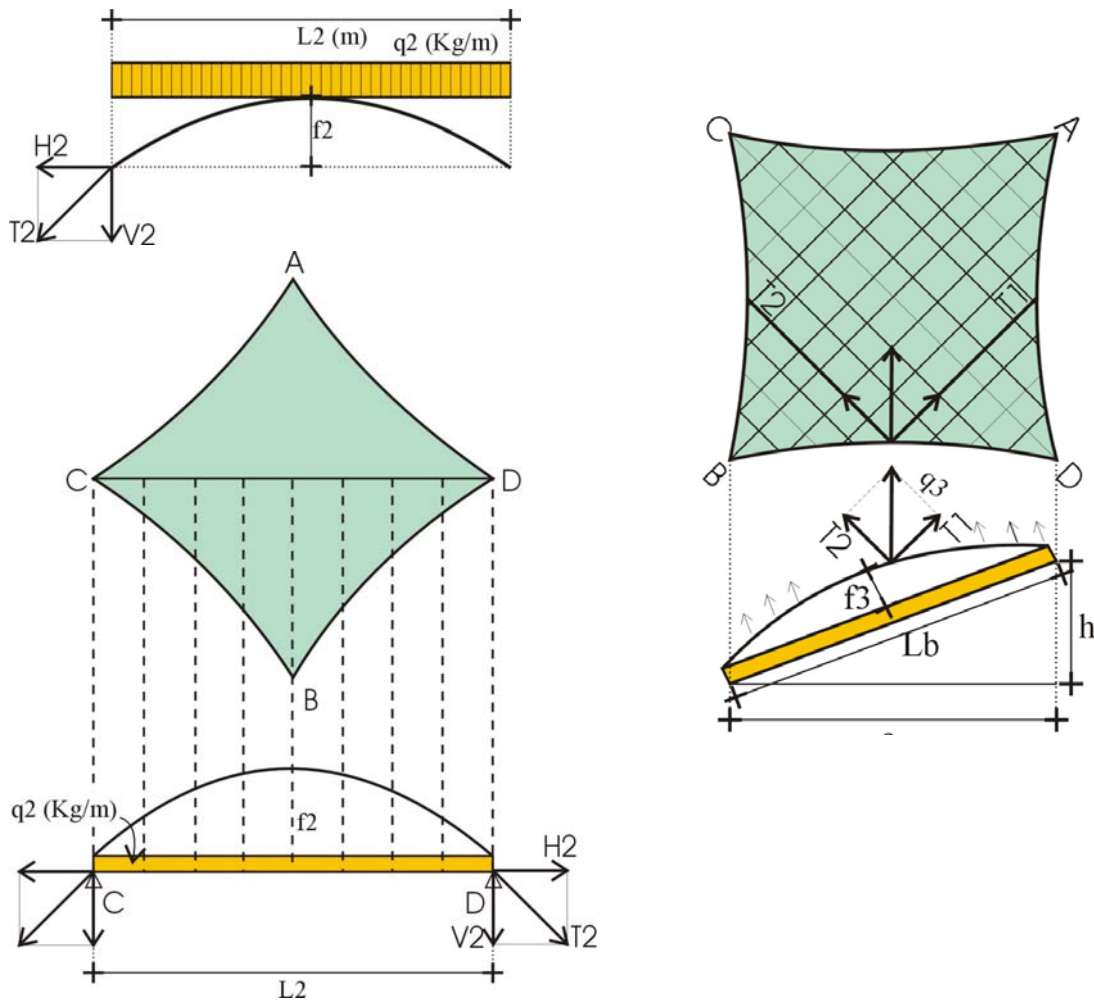
1.2.1. Análisis de cargas: $q_2 = V (\text{Kg/m}^2) + T_p (\text{Kg/m}^2) = \text{Kg/m}^2 * 1\text{m (sep. Cables)} = \text{Kg/m}$

1.2.2. Determinación de tensiones: V_2, H_2 y T_2

$V_2 = \frac{q \cdot L}{2} = \text{Kg}$	$H_2 = \frac{q \cdot L^2}{8 \cdot f} = \text{Kg}$	$T_2 = \sqrt{(V^2 + H^2)} = \text{Kg}$
---	---	--

Dimensionamiento:

$F_2 = \frac{T_2}{\sigma_a} = \text{cm}^2$	entonces	$\varnothing 2 = \sqrt{\left(\frac{F \cdot 4}{\pi}\right)} = \text{cm o mm}$
--	----------	--



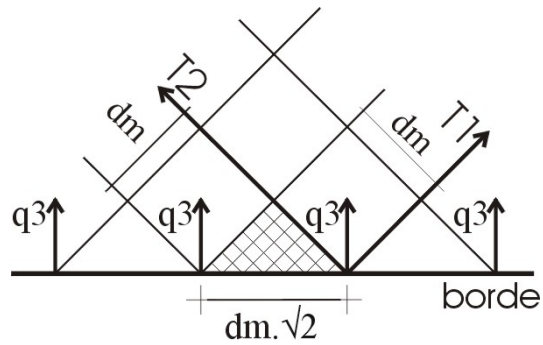
1.3. Cálculo de CABLES de BORDE

1.3.1. Análisis de cargas: $q_3 = \sqrt{(T_1^2 + T_2^2)} = \text{Kg}$

$q'_3 = q_3 \text{ (Kg/m)} \cdot \sqrt{2} = \text{Kg/m}$

1.3.2. Determinación de tensiones: V, H y T

Hallar la longitud de borde: $L_b = \sqrt{a^2 + h^2} = \text{m}$



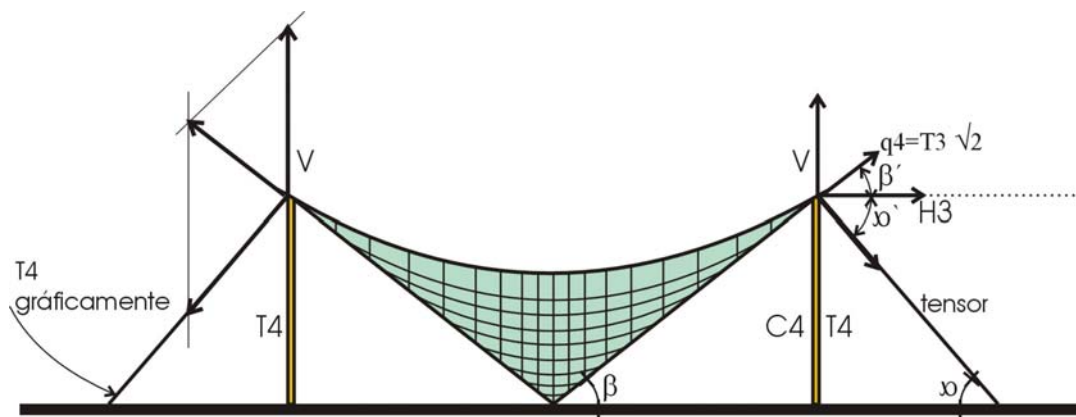
$V_3 = \frac{q \cdot Lb}{2} = Kg$ <p>carga de columna</p>	$H_3 = \frac{q \cdot Lb^2}{8 \cdot f} = Kg$ <p>carga del tensor</p>	$T_3 = \sqrt{(V^2 + H^2)} = Kg$ <p>carga total</p>
---	---	--

1.3.3. Dimensionamiento:

$F_3 = \frac{T_3}{\sigma_a} = cm^2$	entonces	$\varnothing_3 = \sqrt{\left(\frac{F \cdot 4}{\pi}\right)} = cm \text{ o } mm$
-------------------------------------	----------	--

4. Cálculo de TENSORES: T4 (esfuerzo que deberá absorber el tensor)

$q_4 = T_3 \cdot \sqrt{2} = Kg/m$ $T_4 = \frac{q_4 \cdot \cos \beta}{\cos \alpha} = Kg$	entonces $F_4 = \frac{T_4}{\sigma_a} = cm^2$	$\varnothing_4 = \sqrt{\left(\frac{F \cdot 4}{\pi}\right)} = cm \text{ o } mm$
---	---	--



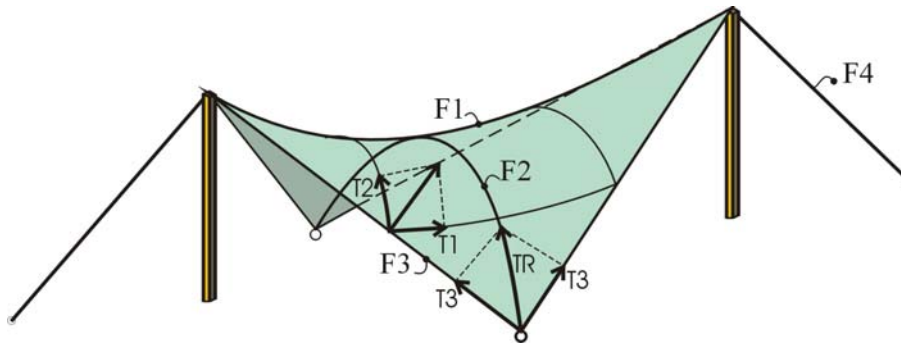
Soluciones de BORDE

α es dato y β se halla: $\alpha = \alpha'$ por alternos internos entre paralelas y

$\beta = \beta'$ por correspondientes entre paralelas.

$\cos \beta' = \frac{H3}{q4}$	y	$\cos \alpha' = \frac{H3}{q4}$
$\frac{\cos \beta'}{\cos \alpha'} = \frac{H3}{H3} * \frac{T4}{q4} = \frac{T4}{q4}$	así:	$T4 = q4 \cos \beta'$

β si: $\sin \alpha = \frac{C4}{T4}$ entonces: $C4 = T4 \sin \alpha$



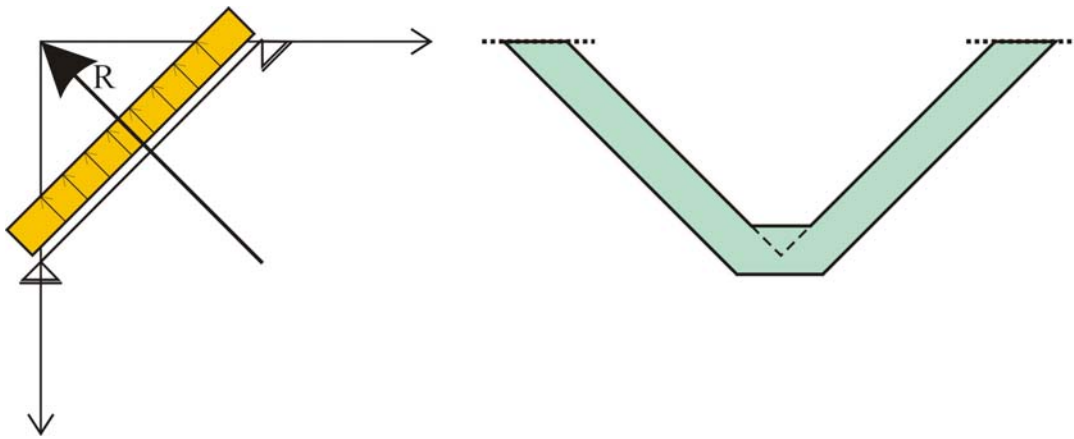
Si $\tan \beta = \frac{H}{a\sqrt{2}} = \frac{h * 2}{a\sqrt{2}} = \tan \beta$	Entonces: $\beta = \arctan \frac{h * 2}{a\sqrt{2}}$
--	---

La otra posibilidad es tener bordes rígidos. En ese caso la carga del borde (q_b) sería $= T_b / S_c * \sqrt{2}$ distribuida en un elemento rígido igual a una viga apoyada en sus vértices uniformemente distribuida pero con ubicación inclinada.

Pero tiene una doble flexión por su peso propio y por los cables que la solicitan.

También tendría armadura por peso propio, además de las de flexión y acción de los cables.

El punto bajo es un apoyo fijo y en el punto alto se coloca una barra articulada y la reemplazo por un tensor rígido o no rígido, pero necesariamente trabaja a la tracción y se excluye.



Descomposición de una fuerza en dos direcciones es el caso de la viga de borde de $H^\circ A^\circ$ en un Paraboloide Hiperbólico con borde rígido.

El otro caso es empotrar el apoyo bajo y eliminar el tensor.

En este caso lleva un refuerzo porque los bordes tienden a cerrarse.

Los mayores peligros de estas estructuras se dan por las grandes diferencias de temperaturas que producen fisuras por dilatación.

“Tipos estructurales sometidos a esfuerzos de tracción”

2.5. MATERIALES APTOS

“En esta clase estudiaremos los materiales apropiados que se utilizan más comúnmente en la construcción de estructuras de tracción”.

Materiales

A los elementos resistentes lineales no rígidos de los sistemas estructurales de tracción se los denominan genéricamente *cables* o *cuerdas*, y se los clasifica según sus características en:

1. Metálicos
 2. De origen vegetal
 3. Sintéticos
 4. Metálicos
 - a. Alambre (preferentemente de acero)
 - b. Haces de alambres (paralelos o retorcidos)
 - c. Cintas de acero
 - d. Redondos de acero
 - e. Perfiles de acero
 - f. Tubos
 - g. Cadenas
 5. De origen vegetal
 - a. Madera
 - b. Cáñamo
 - c. Sisal
 - d. Lino
-

6. Sintéticos

- a. Nylon
- b. Tergal
- c. Dracón
- d. Acetatos

7. Fibra de vidrio

8. Cables y membranas no metálicos

Los cables sintéticos, a pesar de ser muy resistentes, no son muy utilizados por su poca resistencia al fuego.

En general, los cables y membranas no metálicas se usan solamente en las tiendas o carpas, aunque hoy día, el teflón es el material predilecto utilizado para cubrir espacios de grandes luces, como son los estadios deportivos.

Los criterios que se usan para la selección de los materiales a utilizar se basan en:

Resistencia mecánica elevada

Resistencia a la corrosión

Resistencia al fuego

Elevado módulo de elasticidad

Economía

Facilidad de fabricación y montaje

Cables de acero

Todo material capaz de soportar tracción puede emplearse en estas estructuras; el más racional es el cable de acero de alta resistencia (con torzones, liso, galvanizado o con vaina de plástico) para los sistemas discontinuos y las lonas y las láminas de material plástico para los continuos.

Los cables o cuerdas de acero son los materiales más apropiados para cubrir grandes luces con economía de material.

El papel de los cables puede ser desempeñado por cualquier otro material, siempre que sea flexible y resistente a la tracción.

Cabe recordar que un cable de acero puede soportar esfuerzos de tracción, hasta el máximo de la capacidad del material, lo mismo ocurre con los tejidos sintéticos.

Los cables de acero utilizados en los sistemas estructurales de tracción deben poseer:

- ✓ resistencia mecánica elevada
- ✓ resistencia a la corrosión
- ✓ débil relajación.

Según sean las aplicaciones y condiciones de trabajo a que estarán sometidos, se construyen empleando alambres de acero de distintas resistencias.

Un cable se forma por un núcleo central llamado alma y por una o varias capas de cordones situados helicoidalmente alrededor de la misma.

El alma puede ser un forro fibroso (generalmente cáñamo) o una serie de alambres arrollados.

En consecuencia la estructura del cable depende de las combinaciones que se efectúen con los elementos siguientes: alma, torones o cordones, forma de trenzado y arrollamiento.

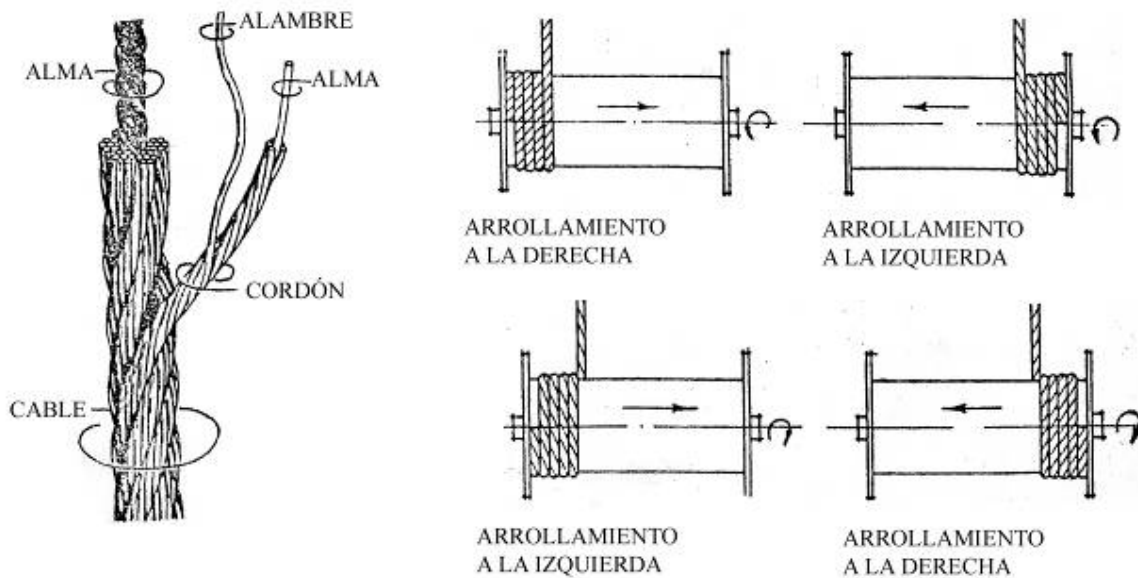
Los cordones, en general, se emplean como integrantes del cable (un cordón o torón se forma por uno o varios alambres arrollados en hélice) pero pueden usarse solos (monotrón). Entonces el número de alambres puede ser elevado y se llaman cables monotorones o cables espirales.

El alma del cable constituye el soporte sobre el cual se arrollan los cordones, cuando los cables estarán sometidos a grandes presiones se emplean almas metálicas pero esta presentan el inconveniente de disminuir flexibilidad y aumentar el peso del cable.

La flexibilidad de un cable depende del número de alambres que lo componen y de la resistencia del acero empleado.

A mayor cantidad de alambres por cordón mayor flexibilidad del cable y a mayor resistencia menor flexibilidad.

Cables Cerrados: es una especie de monotorrón en el que la última o las dos últimas capas de alambres se hacen con alambres perfilados en forma de **z**. Dan una superficie lisa y estanca pero presentan dificultades en los empalmes.



Arrollamiento: es el sentido en que los cordones están arrollados alrededor del alma o núcleo central, en general los alambres de los cordones se arrollan en sentido inverso al de los cordones en el cable.

En los cables comunes los alambres de las distintas capas se cruzan entre sí.

Según los cordones se arrollan en un sentido o en otro se obtiene el arrollamiento a la derecha o a la izquierda.

En los arrollamientos tipo **Long** los alambres de los cordones se trenzan en el mismo sentido que los cordones en el cable, los cables de este tipo son más flexibles pero tienen mayor tendencia a destorcerse.

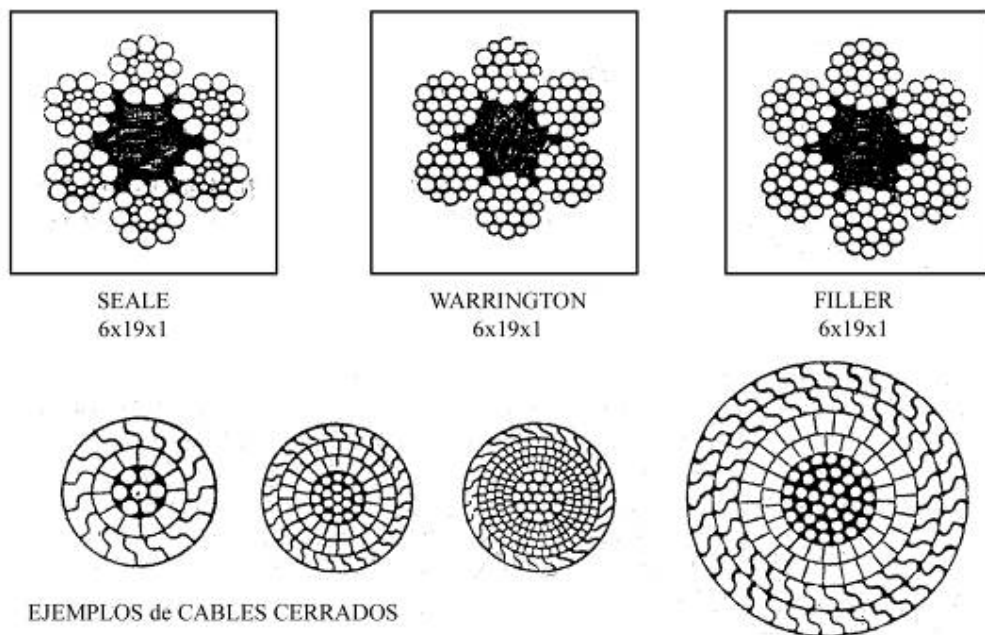
Trenzado: hay dos clases de trenzado:

Cruzado: el núcleo del trenzado cruzado está generalmente constituido por 6 (seis) alambres arrollados en hélice alrededor de un alambre central (siguiendo las sucesivas operaciones se obtienen cordones con 19, 37, 61 y 91 alambres a medida que se agregan 2, 3, 4 y 5 capas respectivamente, cruzándose los alambres de las distintas capas).

Paralelo: en el trenzado paralelo los cordones de las distintas capas están trenzados con el mismo sentido alrededor del alambre central, de modo que los alambres de la capa exterior calzan exactamente en las cavidades formadas por los alambres de la capa inferior. Se emplean generalmente alambres de distintos diámetros y según las disposiciones se obtienen los cables conocidos como SEALE, WARRINGTON, FILLER, etc.

En los cordones del trenzado SEALE, hay una capa de alambres exteriores más gruesos colocados en las ranuras o valles formados por los alambres interiores más fino, estando estos últimos trenzados alrededor de un núcleo formado por uno de los alambres.

En los cordones del trenzado denominado WARRINGTON, la capa de alambres exteriores está constituida por alambres gruesos y finos, dispuestos en forma alternada sobre una capa interior, de tal manera que los alambres gruesos se sitúan en las ranuras o valles y los finos en las crestas formadas por los alambres de la capa interior.



En los cordones del trenzado relleno o FILLER, las capas de alambres principales son del mismo diámetro, rellenándose los espacios intermedios que aparecen al trenzar dos capas, con alambres finos cuya función es la de permitir obtener una sección más compacta.

Se deben mencionar los cables denominados “**pre-formados**”, así llamados porque los alambres o cordones son: previa y mecánicamente formados a la misma forma helicoidal que asumirán luego el cable. Esto permite que los alambres y cordones se ubiquen en sus respectivas cavidades con ausencia casi total de tensiones internas.

Ligaduras y uniones de cables

Empalme: es el trenzado que se realiza entre los alambres que componen los cordones de ambos cables, la longitud del empalme es de aproximadamente 25 (veinticinco veces el diámetro). La unión se hace generalmente con alambre.

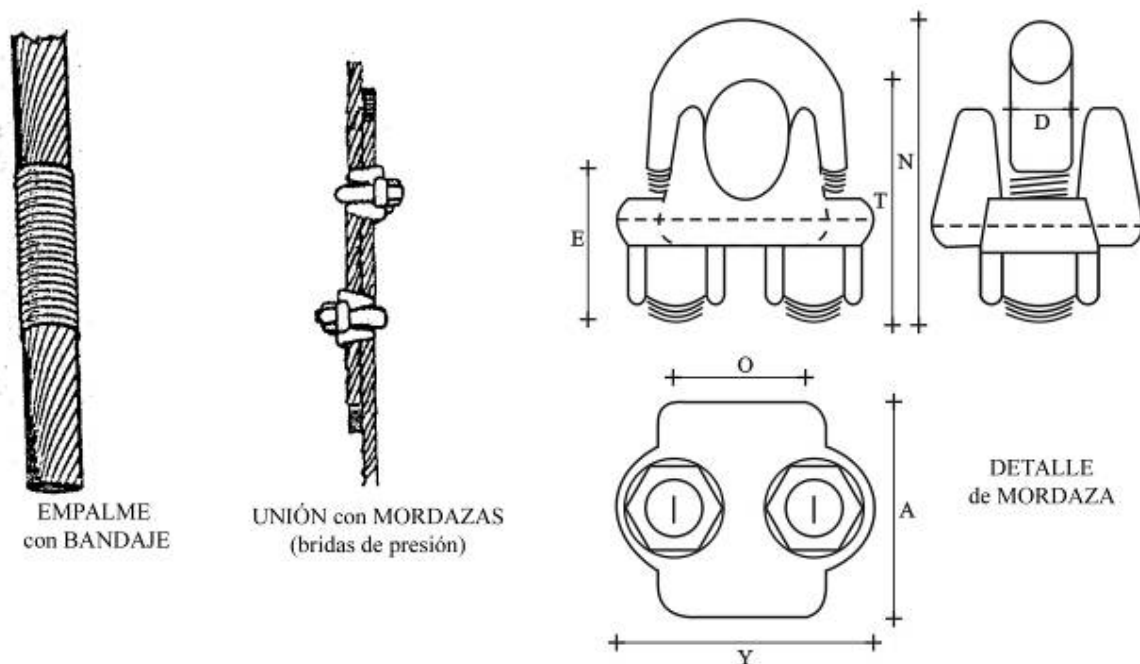
El empalme puede ser:

Empalme longitudinal

Largo: se unen los cabos de los dos cables entrecruzando los cordones correspondientes, sin aumentar el espesor en la zona del empalme.

Corto: se unen los cabos de ambos cables entrecruzando los cordones pero con aumento del espesor en esa zona, se usa bandaje. El bandaje es la ligadura entre cables para evitar que se desaten, hechas con alambre de atar.

Con mordazas: se unen los cabos de ambos cables por medio de pinzas, cuñas, collares a presión (de acero o metal ligero).



Empalme extremo

De Ojo: consiste en doblar el extremo del cable formando un ojal y haciendo un bandaje.

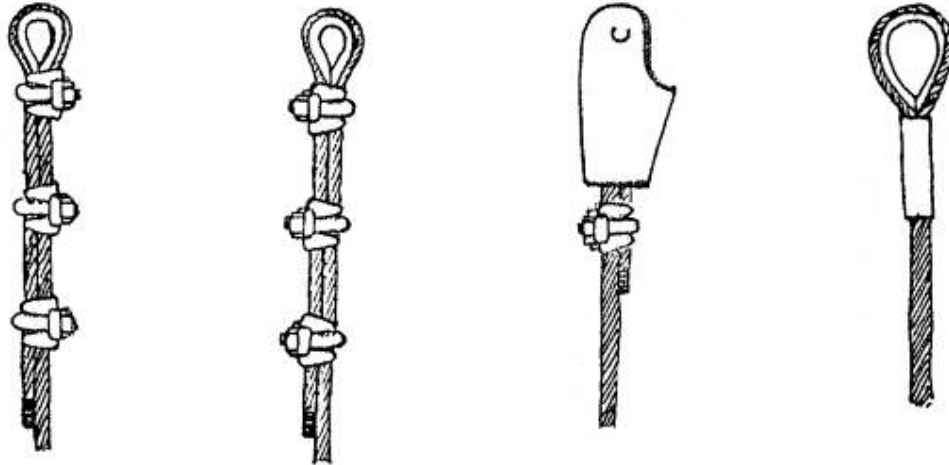
Con Guardacabos: consiste en doblar el extremo del cable formando un ojal pero protegiendo mediante un guardacabos. La cuerda se doble alrededor del guardacabos y su extremo corto se empalma con la de origen.

Hay diferentes tipos de guardacabos:

Con Bridas de Presión: tiene la ventaja de la facilidad que presenta para su montaje.

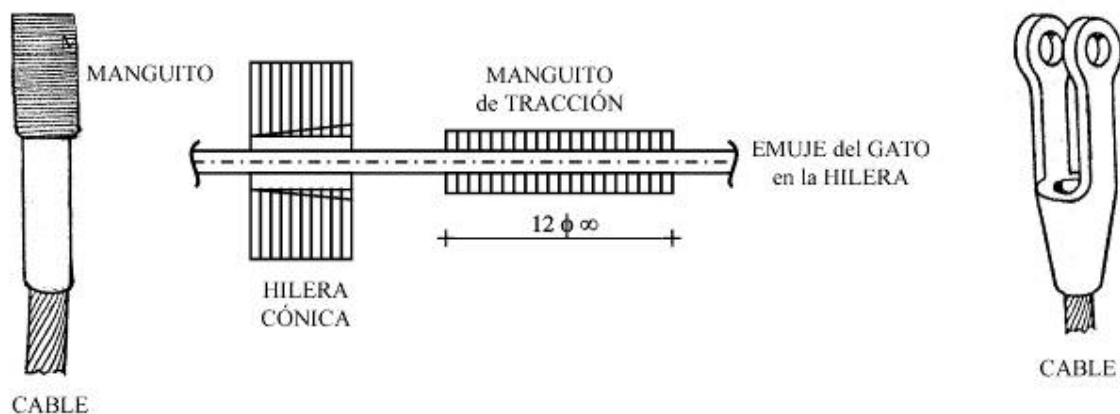
Bolsa Acuñaada: es un sistema de empalme poco usado, tienen una pérdida de carga de hasta un 30%.

Con Manguitos de Fijación de Aluminio.



Manguitos de Tracción: en redes de cuerdas ligeras son muy usados los manguitos de tracción (en cables de hasta 16mm). El extremo de la cuerda se hace entrar en el taladro del manguito, y éste con una máquina de tracción hidráulica se estira a través de una hilera que lo aprieta.

Los manguitos de tracción tienen una forma ideal y simple, van provistos en sus extremos de una rosca o un ojo. La pérdida de carga es de 1,5 hasta 9% de la resistencia de la cuerda.

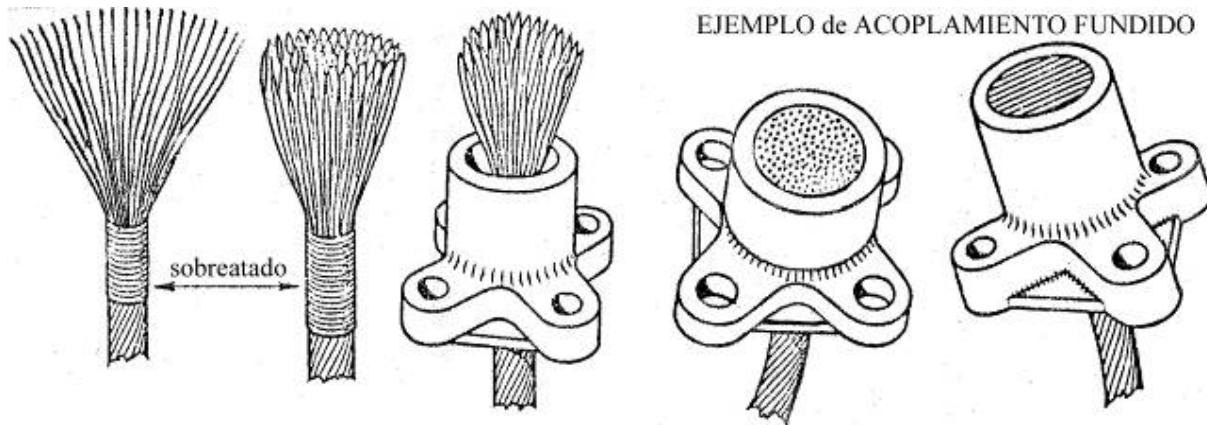


Acoplamiento Fundido: se usan en sistemas de tracción cuando las cuerdas se hallan sometidas a grandes esfuerzos, consiste en colocar el extremo del cable, convenientemente preparado y suelto en forma de escoba, en un manguito de vertido cónico, mediante metales apropiados, aleaciones o productos de colada.

El procedimiento es el siguiente: se deshace la cuerda en sus alambres, en su extremo, se cortan éstos para igualar el largo y luego se unen con alambre.

Para la fundición se quitan las ataduras de alambre, se abre a la manera de escoba el extremo de la cuerda luego de pasar un manguito cónico de acero de la pieza de unión y finalmente se vierte en él la

masa fundida que lo rellena. El acoplamiento de metal fundido es ligero y de ejecución segura y no influye en la resistencia de las cuerdas. Muchas veces se hace en fábrica y las cuerdas se suministran cortadas y con las piezas acopladas en sus extremos.



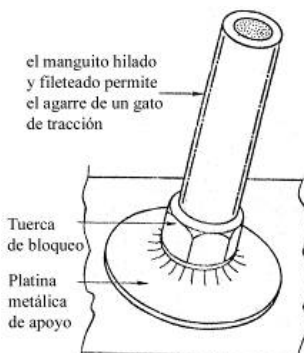
Caquillo Hilado y Fileteado: tiene la ventaja de que presenta un volumen mínimo, su longitud no excede de 12 veces el diámetro del cable y su diámetro el doble de dicho diámetro. La puesta en tensión es fácil, mediante un gato hidráulico de tracción.

La longitud del cable se regula gracias al fileteado del manguito.

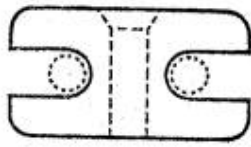
El anclaje tiene lugar por hilado en frío de un manguito sobre un cable o torón. La extremidad del cable se coloca en el manguito y el conjunto cable-manguito se pasa por un a hilera tronco-cónica gracias a un gato de presión.

Tras esa operación el manguito se filetea.

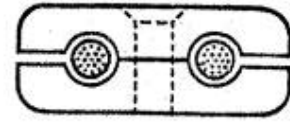
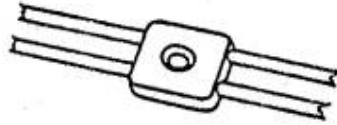
Este tipo de manguito permite el anclaje de cables plastificados. Los anclajes pueden ser de acero inoxidable o estar protegidos contra la corrosión por metalización, cincado o cadmiado.



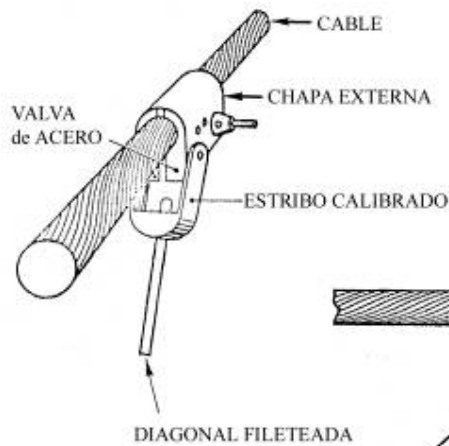
Empalme entre cables: numerosas piezas metálicas, tales como valvas de chapa plegada y forros para sujetar uno o varios cables; sistemas de placas y contra-placas que permiten el ensamble de cables ortogonales; nudillos de acero, para asegurar la unión de ambos cables y el agarre de cubiertas.



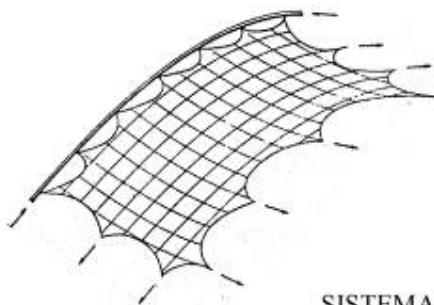
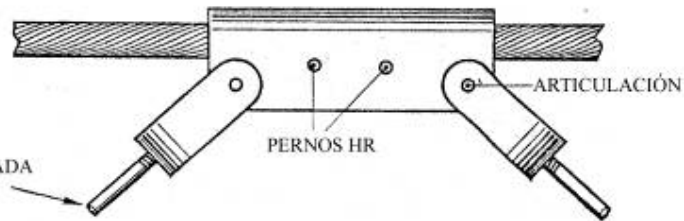
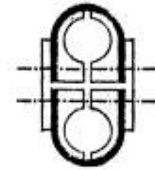
ANTES del MATRIZADO



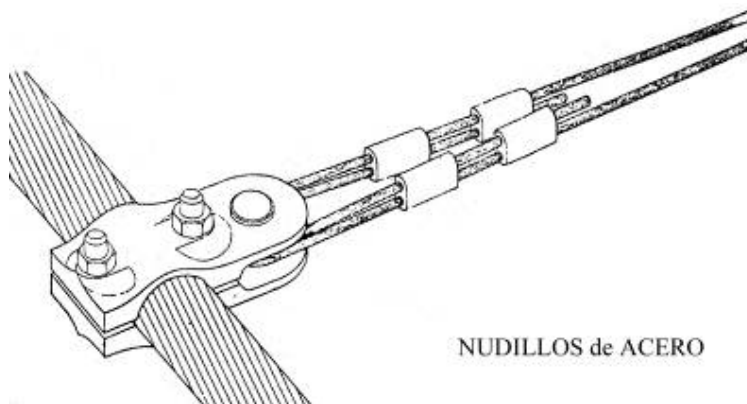
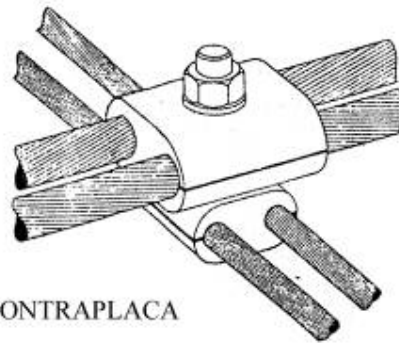
DESPUÉS del MATRIZADO



SISTEMA VALVA de CHAPA PLEGADA

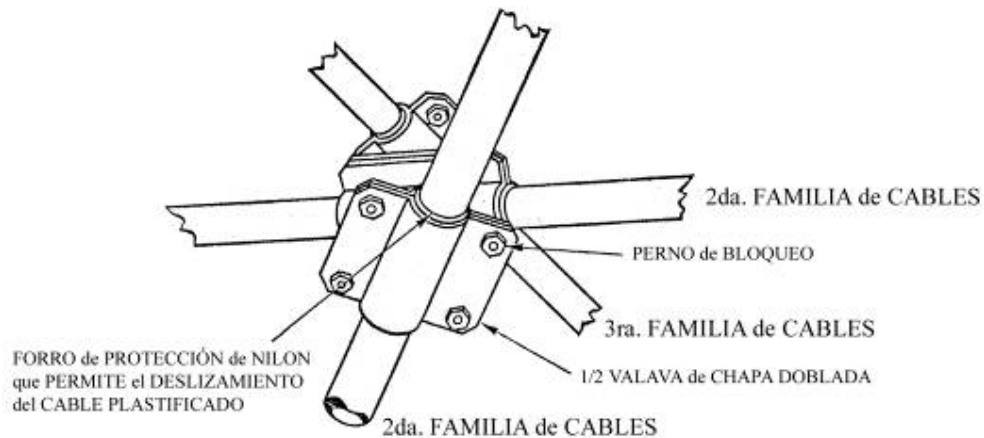


SISTEMA de PLACA y CONTRAPLACA

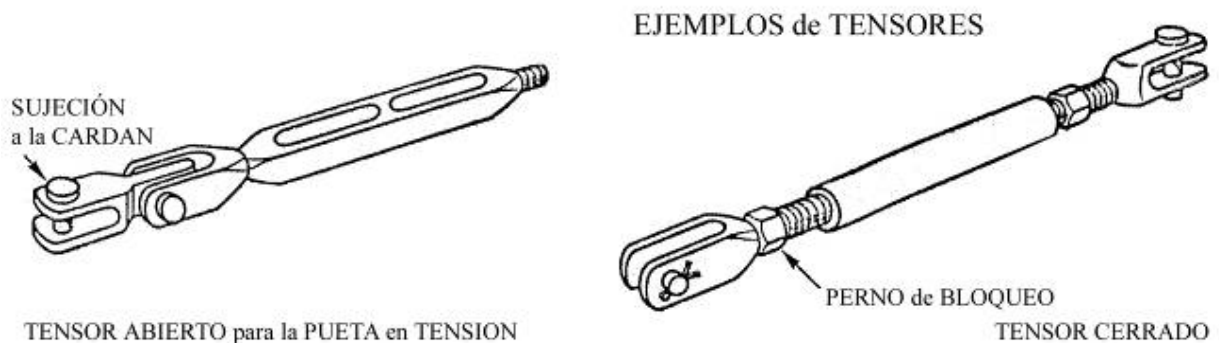


NUDILLOS de ACERO

Ejemplo de ensamble de dos cables paralelos por medio de nudillos de acero matrizados para asegurar la unión de ambos cables y el agarre de la cubierta



Ejemplo de pieza de agarre tridireccional de chapa doblada



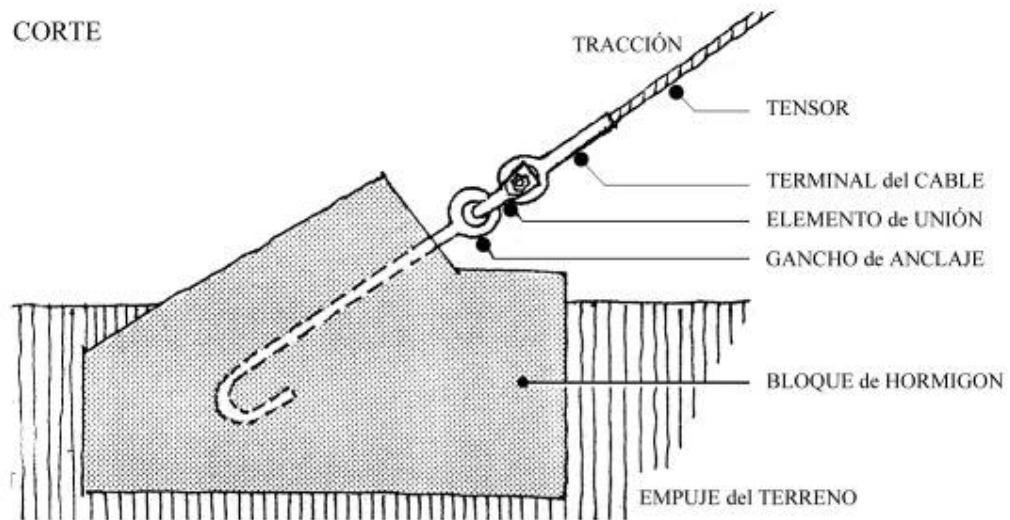
Anclajes: la función de los anclajes es la de unir el sistema estructural de tracción al suelo de fundación a través del empleo de diferentes soluciones tecnológicas según las características del terreno y las tensiones de tracción a equilibrar.

Anclaje por gravedad: consiste en introducir y aprisionar las cuerdas en un bloque de hormigón que por su peso y resistencia al rozamiento transmite al suelo de fundación los esfuerzos de tracción de las cuerdas.

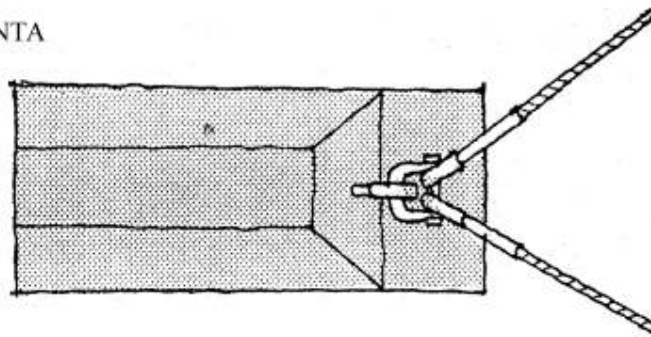
Este tipo de anclaje se utiliza en terrenos de mala calidad o cuando hay peligro de inundación.

En general el bloque de hormigón es suficiente para absorber la componente horizontal de tracción, en caso contrario se colocan tensores que unan los bloques para contrarrestar dicho efecto.

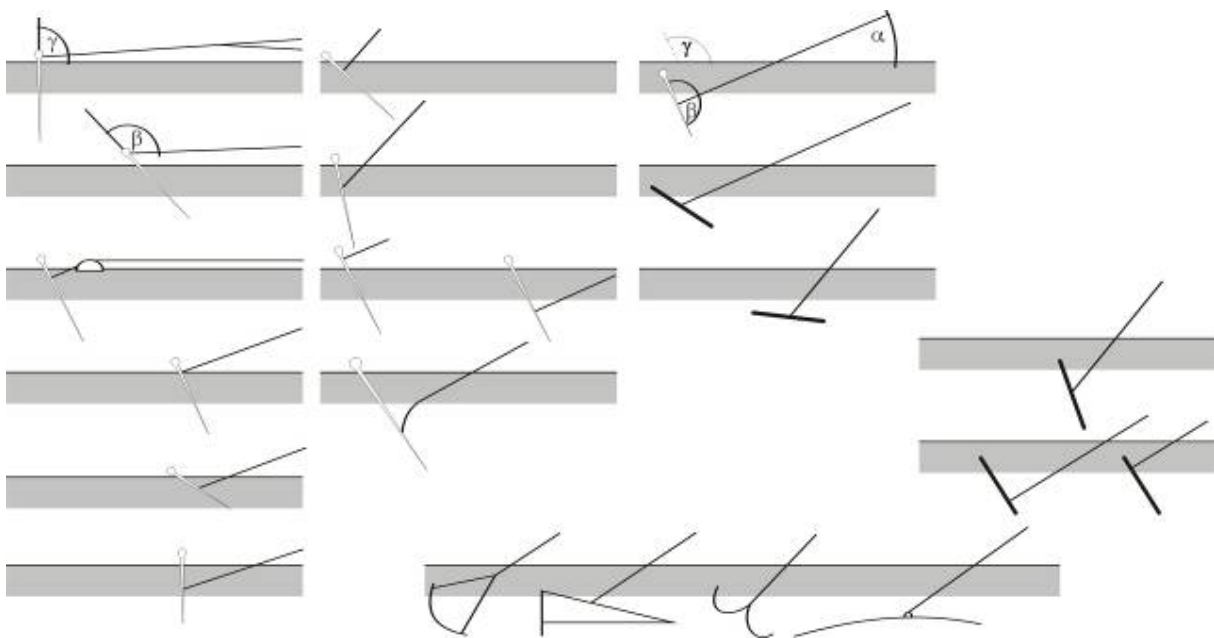
CORTE



PLANTA

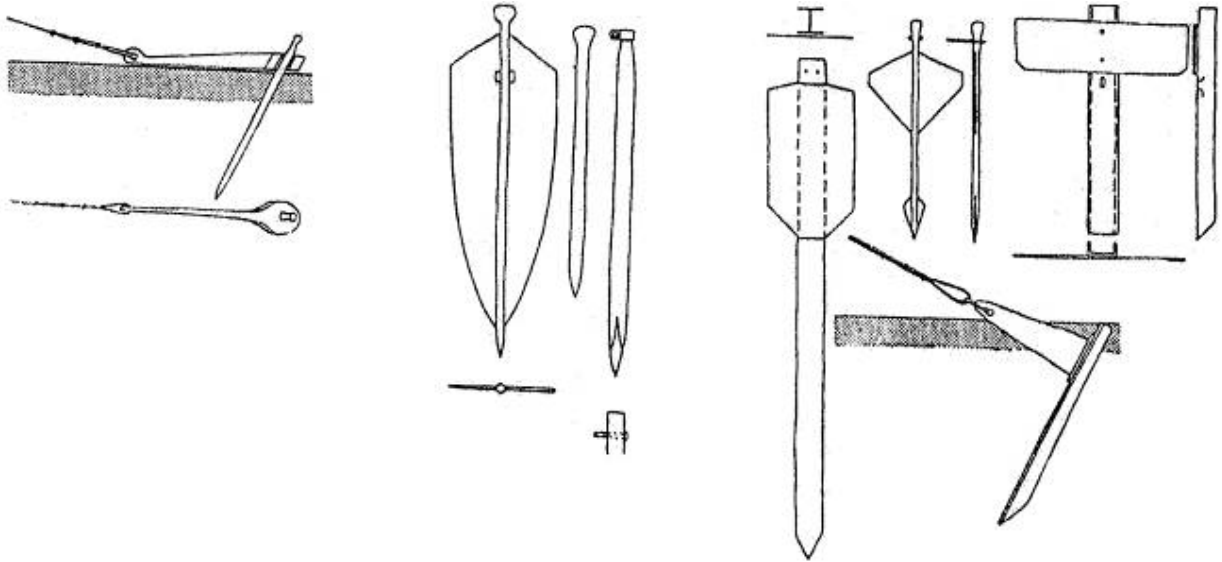


Anclaje en estacas: las estacas se utilizan en sistemas de tracción ligeros y transitorios (caso de carpas o cubiertas colgantes que requieren cuerdas tensores provisionarias durante su construcción).

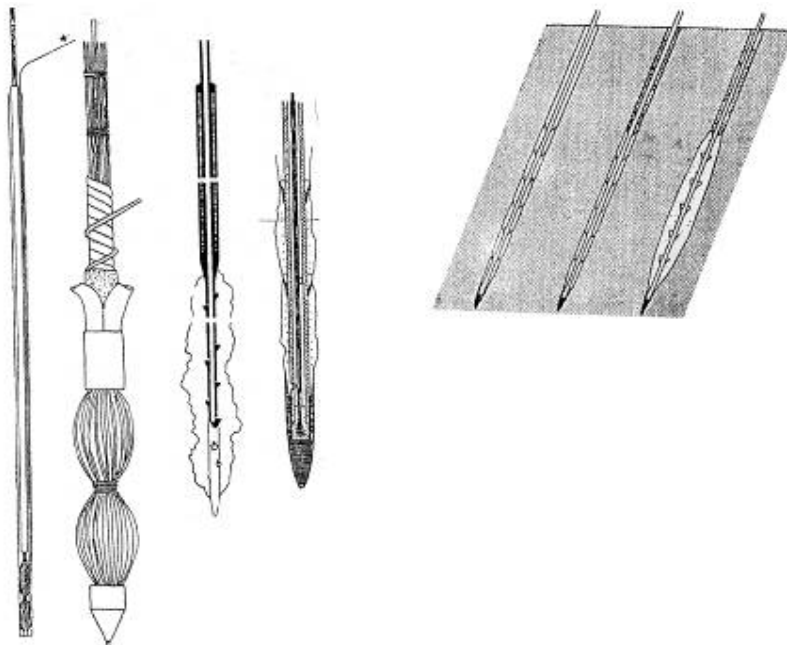


Las estacas generalmente son aptas cuando las inclinaciones de las cuerdas con respecto al suelo forman ángulos pequeños, sin embargo en casos de cargas reducidas se aceptan ángulos de hasta 50°.

Las estacas son muy económicas pero tienen el inconveniente de deteriorarse rápidamente con la humedad del suelo, esto puede mejorarse recubriendo de hormigón la cabeza de las estacas.



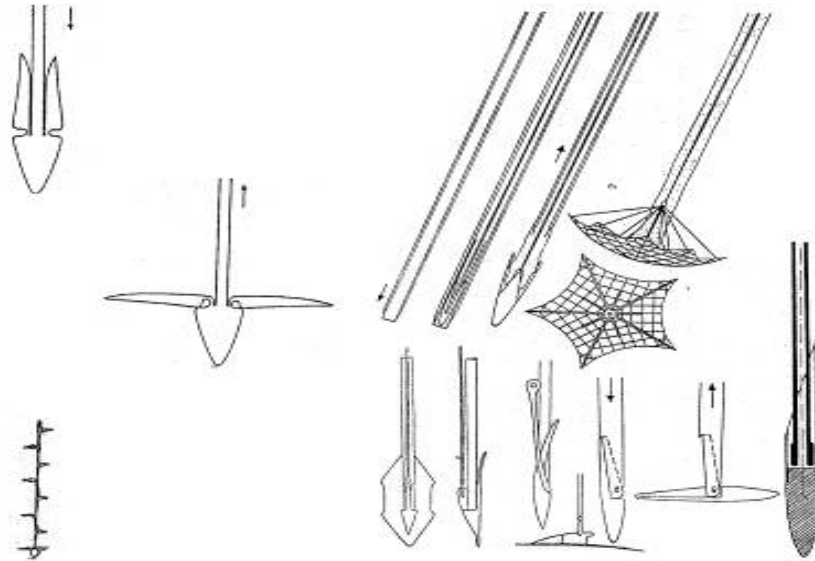
Anclaje en taladros abiertos: se usa en suelos rocosos, consiste en recubrir el extremo de la cuerda con metal blando para adicionarle peso y deshacer la cuerda en sus alambres hasta una distancia de aproximadamente 5 (cinco) diámetros, se introduce luego dentro del taladro y se inyecta cemento o mortero a gran presión.



Anclaje de Arpón: están capacitados para resistir grandes cargas, consiste en un tubo de acero con una plaqueta o ancla vertical en el extremo y otras 2 (dos) plegadas que se abren luego de hincado el pilote en el suelo por medio de un pequeño estiramiento o tracción hacia arriba.

Otro sistema similar utiliza una sombrilla metálica en vez de las paletas.

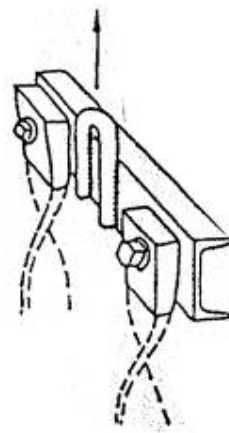
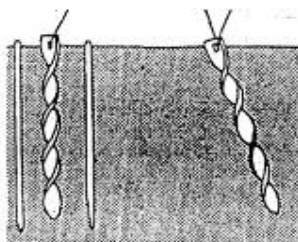
Los anclajes tipo arpón una vez usados deben considerarse perdidos ya que no pueden sacarse sin destruirlos.



Anclaje con hierros de taladrar suelos: se usan en suelos de fundación sueltos o cuando las cuerdas trabajan muy verticalmente.

Se hacen penetrar en el terreno girándolos a mano o con máquinas.

Se pueden utilizar como anclajes permanentes, en cuyo caso habrá que proteger el hierro de la corrosión, o solamente a efectos de taladrar el suelo, en cuyo caso para sacarlos se hace girar el taladro al revés.



“Tipos estructurales sometidos a esfuerzos de tracción”

2.6. TIPOS DE CUBIERTAS

“En esta clase veremos distintas soluciones de cubiertas aplicadas a las estructuras de tracción, más comúnmente conocidas como cubiertas colgantes”.

Introducción

La forma de solucionar las cubiertas en los sistemas estructurales de tracción puede adoptar diferentes variantes.

El elemento de cubierta debe ser auto-sustentante de cable a cable y ser capaz de afrontar las cargas climáticas (aislante térmico e hidráulico) y en determinadas circunstancias el peso de una persona. Se debe tener en cuenta la resistencia al fuego y a la corrosión y la duración a la intemperie.

Las cubiertas más usuales son las de elementos prefabricados, éstos pueden ser placas de hormigón, asbesto cemento, chapas de aluminio nervadas o dobladas, láminas galvanizadas, onduladas, de material sintético (P.V.C., metacrilato, poliéster armado con fibra de vidrio, plexiglás, placas de resina acrílica, etc.), o utilizando hormigón vaciando el material sobre la estructura.

Cubiertas metálicas

Cobre / Zinc / Aluminio: se adaptan perfectamente a los sistemas estructurales de tracción de simple curvatura y a los de doble curvatura de superficie alabeada, generados por recatas (superficies regladas), caso del paraboloide hiperbólico.

Las cubiertas metálicas (aunque resultan caras en algunos casos), tienen la ventaja de su duración casi ilimitada.

En este tipo de cubiertas hay que tener en cuenta el diseño de la junta para evitar la posibilidad de filtraciones. Las planchas deben estar muy bien unidas a las redes entre sí, y deben colocarse en fajas transversales a la dirección de los cables portantes en la zona horizontal de la parte central.

A modo de ejemplo podemos mencionar el sistema **ZIP-RIB** (KICSA) de cubiertas de aluminio que se adapta a sistemas estructurales de tracción.

El sistema consiste básicamente en el uso de paneles de aluminio conformados que se aseguran a correas o entablonados por un dispositivo de sujeción oculto.

Los paneles de aluminio pueden utilizarse en curvaturas convexas pero no se las recomienda en las cóncavas. En superficies alabeadas generadas por líneas rectas, tales como el paraboloide hiperbólico, es posible utilizar el sistema ZIP-RIB. Las chapas de aluminio se comercializan en anchos de 630cm y de largas de hasta 25mts (según las características del proyecto) y espesores de 0,8 a 1mm.

La unión entre las chapas se realiza por medio de clips de sujeción (ver gráfico), se evita toda perforación y por lo tanto toda posibilidad de filtraciones. El sistema cuenta con varios accesorios para cierres de cumbreras, limatesas, quiebres de techos, abrazaderas, etc.

Cuando se utilizan en sistemas estructurales de tracción de superficie alabeada, es posible torsionar levemente cada panel y separar las alas ligeramente para adaptarlos a la curvatura de la superficie sin que el funcionamiento del panel ZIP-RIB se vea afectado.

Datos técnicos del sistema ZIP-RIB:

1. Peso de la cubierta:
 - a. En chapas de 0,80mm: 3,50Kg/m
 - b. En chapas de 1,00mm: 4,34Kg/m
2. Pendiente aconsejada: 4%

Cubiertas de hormigón: las cubiertas de hormigón en los sistemas estructurales de tracción, se pueden ejecutar de diferentes formas.

Cubiertas de hormigón no pre-tensado: se tiende una malla de alambre (o tela metálica) sobre la red y se aplica una capa de hormigón de aproximadamente 2cm. La técnica usual es la de inyección o proyección.

Cuando se da una capa de hormigón muy delgada, la forma de una tela colgante, resulta de una gran rigidez. Dicha capa toma una curvatura con la convexidad hacia abajo (constituirá lo que se denomina comúnmente como membrana no pre-tensada de hormigón).

En un caso la membrana cuelga de una red de cables y la cubre en el otro, pasa por encima de la red cuyos cables quedan visibles desde el interior (los cables no pueden colocarse en el pequeño espesor de la capa de hormigón).

Este tipo de cubierta es muy ligera y con pre-tensado de menos de 25% presentaría grandes deformaciones (se usa en redes fuertemente pre-tensadas).

Cuando la capa de hormigón no supera los 2cm no hay problemas de alargamiento de las cuerdas portantes ni pérdidas significativas de tensión en las tensoras.

Su espesor es tan delgado que siguen sin dificultad no solo la curvatura general de la cubierta, sino también las bolsas que forma la tela metálica entre las mallas, además son suficientemente elásticas para adaptarse a los ligeros movimientos de las redes de cables.

Cubiertas de hormigón pre-tensado: consiste en extender una capa de hormigón (de más de 3cm) sobre la red de cables. Este método presenta el inconveniente de que los alargamientos que se producen en las cuerdas portantes al aumentar la carga y disminuir, a consecuencia de ellas las tensiones iniciales de la red, producen deformaciones a las que no puede adaptarse una superficie de cubierta rígida.

Es posible ejecutar una cubierta de hormigón de 3 y 10cm de espesor si durante el proceso de trabajo se van pre-tensando gradualmente los cables (portantes y tensores de estabilización), de modo que, a pesar del aumento de carga, no se modifiquen la longitud de los cables ni la tensión. Este sistema requiere que los cables lleven tensores de ambos extremos.

El procedimiento en la ejecución es el siguiente:

Se cuelga un encofrado por debajo de la red de cables (puede ser una tela metálica tupida enlucida con mortero).

Se tiende un enrejado de acero, de mallas gruesas, diagonalmente sobre los cables de la red y luego se proyecta el hormigón o se extiende en estado semi fluido, en varias capas sucesivas. Simultáneamente se van tensando los cables, y se tensan aún más luego de fraguado el hormigón, introduciendo tensiones de compresión en las direcciones principales. La capa de hormigón recibe así un pre-tensado de compresión; una capa de estas características resulta muy elástica y no tiene grietas.

Constituye una cubierta curva muy rígida a la flexión y con tensiones previas de compresión, conformando una cáscara colgante de hormigón pre-tensado.

El pre-tensado de cables y de hormigón se hace por procedimientos usuales en el hormigón pre-tensado. Se envuelven los cables en fundas y luego del pre-tensado se inyecta una lechada de cemento que rellena los espacios entre el cable y la funda.

Placas prefabricadas de hormigón poroso: con el uso de elementos prefabricados por métodos industriales mecanizados se logra una solución de cubierta rápida, precisa y fácil de colocar con elevadores móviles.

Las placas se cuelgan de los cables por medio de unas manillas de acero. Luego de cubrir totalmente la red se cubre la junta cuidadosamente (puede ser una tela metálica revocada con mortero a base de fibras).

Como las cubiertas con curvas, la red tiene puntos en diferentes planos y por lo tanto las manillas de agarre deben poder torcerse algo, o las placas tener una junta de dilatación diagonal (se obtiene rayando el hormigón con un elemento cortante antes de que haya endurecido, esta junta divide la placa en dos triángulos iguales). En la fabricación de las placas hay que tener en cuenta que éstas presentan pequeñas variaciones en sus dimensiones.

Cubiertas prefabricadas de hormigón pesado: más simple es la fabricación de placas de hormigón sin manillas de acero, entre cuatro reglas movibles. Como las placas descansan en sus ángulos se arman diagonalmente.

Los nudos de chapa torculada sirven de apoyo a las placas, las que se aseguran por medio de ataduras de alambre.

Una pequeña placa de acero, con cuatro pernos atornillados, oprime los cables contra los nudos de chapa e impide el movimiento de los cables en los nudos.

Estas placas pueden colocarse sobre la red o colgarse por debajo de la misma.

Placas prefabricadas de hormigón alivianado con luceras: se usan en los casos en que se requiera la entrada de luz a través de la superficie de la cubierta.

Son placas de hormigón ligero en las que se deja una lucera central que se acristala con una o dos capas de vidrio. La capa de cristal exterior puede ser abovedada o plana.

Las luceras pueden ser circulares, rectangulares, cuadradas, etc. Actualmente se usan las moldeadas en materiales plásticos, muy adecuadas para cubiertas colgantes.

Las placas transparentes o traslúcidas se atornillan sobre anillos de goma contra marcos metálicos.

Se usan también placas de cubierta con acristalamiento en forma de diente de sierra. El aventamiento se hace en forma coincidente con la dirección de las cuerdas tensoras o portante, o en forma diagonal dividiendo cada placa en dos triángulos, uno de los cuales es curvado y el otro plano (ver gráfico).

Cubiertas de materiales sintéticos: a medida que se desarrollan nuevas resinas, adecuadas a los crecientes requerimientos del mercado, se va tomando conciencia de la existencia de una nueva familia de materiales, cuya versatilidad permite su utilización en las más diversas aplicaciones. Los plásticos son materiales sintéticos formados por moléculas de grandes dimensiones denominadas macromoléculas, presentes en todos los polímeros, denominación genérica de un grupo de productos que incluyen tanto a los plásticos como a los elastómeros (cauchos) y a las fibras sintéticas.

Los plásticos son combustibles (no son resistentes al fuego), sin embargo se pueden hacer auto-extinguibles, es decir, que en contacto con la llama se carbonizan, no se prende fuego, ni lo propaga. Hay una gran cantidad de aditivos para convertir las resinas comunes en auto-extinguibles.

Cubierta de placas de plexiglás: éster del ácido poli-acrílico. Son placas plásticas transparentes como el cristal que se atornillan sobre la red de cables. Son resistentes y elásticas, lo que permite que se adapten a las deformaciones de la red.

Tienen el inconveniente de la pérdida de resistencia del material bajo los efectos del calor (sol intenso), el plexiglás se reblandece y cuelga.

Cubierta de plástico reforzado con fibra de vidrio: el empleo de este material abre una gran gama de posibilidades. Consiste en la combinación de una estructura resistente de fibra de vidrio común material plástico que actúa como aglomerante.

El refuerzo de fibra de vidrio provee al compuesto: resistencia mecánica, estabilidad dimensional y resistencia al calor. Tiene gran resistencia a la tracción, flexión e impacto.

Se puede moldear en una amplia gama de formas y tamaños.

Las propiedades de este material lo hacen apto como solución de cubiertas. En forma de chapas de P.R.F.V. (las más comunes son las onduladas traslúcidas). De tejas o placas.

Permite realizar planchas de elevada resistencia y dureza, combinándolas con espumas plásticas se logran paneles opacos y con aislamiento o con entramados de perfiles se obtienen traslúcidos.

Cubiertas de madera

Cubierta de placas de fibras de madera: las placas de fibras de madera se fijan a la red de cables por ambos lados, con lo cual queda una faja de placas entre cada dos cuerdas portantes o entre cada dos cuerdas tensoras.

Las placas se unen con pinzas de alambre, no solo unas con otras sino también directamente a las cuerdas. Por medio de estas ligaduras las cuerdas resultan trabadas unas con otras, especialmente en los puntos de cruce o nudos de la red. Los nudos llevan como máximo ligaduras de alambres en los puntos de cruce de las cuerdas.

Se comienzan colocando dos fajas de placas por encima de la red sobre las cuerdas portante, después de estas fajas se deja una faja libre y luego se colocan dos fajas más, y así sucesivamente, con lo que quedan mallas libres de trecho en trecho, por las cuales se pasa la máquina de clavar o fijar las pinzas que clavan las tiras de arriba y abajo. Luego se hace el mismo procedimiento con las tiras faltantes.

Las placas de fibras de madera se suministran a determinada medida por lo que la anchura de las mallas de la red debe regularse según esas medidas (anchura de malla igual a anchura de la placa más diámetro de las cuerdas).

Como la curvatura en el espacio del techo exige que las mallas tengan anchura variable, las placas deben recortarse o recubrirse en parte. Las placas más delgadas se adaptan mejor a la curvatura de la cubierta.

Detalles constructivos de distintas cubiertas de hormigón

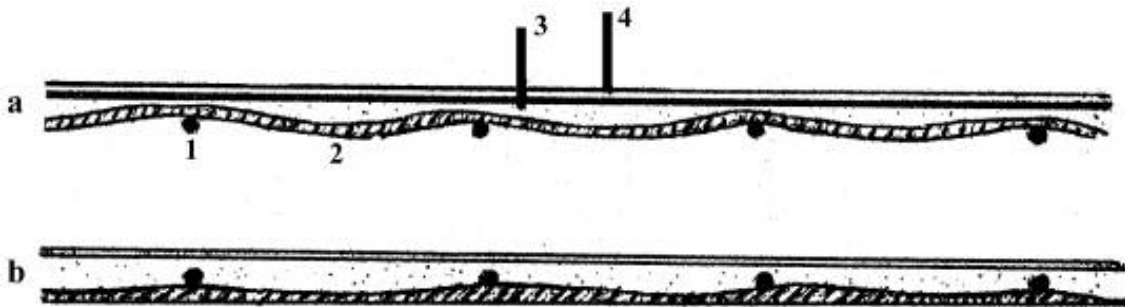
Cubierta de placas de hormigón ligero

Sección de una red de cuerdas con un forjado consistente en una membrana de hormigón ligero para aislamiento:

- a) La membrana pasa por encima de la red, cuyas cuerdas quedan visibles desde el interior.
- b) La membrana cuelga de las cuerdas y las cubre.

Referencias:

- 1 - Cuerdas portantes
- 2 - Membrana de hormigón
- 3 - Hormigón ligero
- 4 - Capa de intemperie

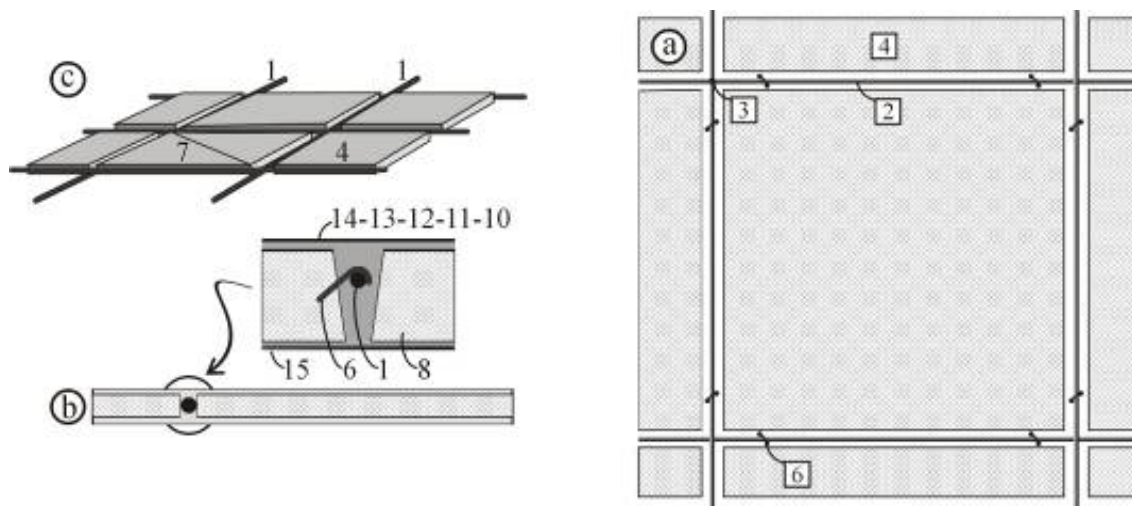


Cubierta de placas prefabricadas de hormigón poroso

Vista en planta de una junta aún abierta entre las placas colgadas.

Sección a través de la cubierta perpendicular a las cuerdas portantes.

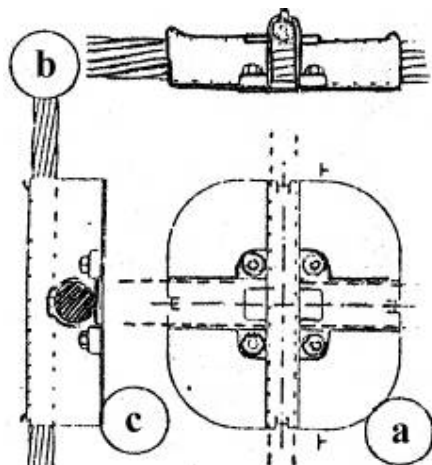
Croquis de conjunto con parte de las placas colocadas.



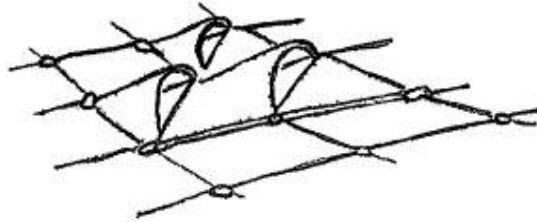
Referencias:

Cuerda portante	Mortero poroso de cal y asbesto
Cuerda tensora	Tela metálica
Brida de cruce de cuerdas	Capa de revoque proyectado
Placa de hormigón poroso	Velo de lana de vidrio
tela metálica de acero de construcción	Pasta bituminosa de cubierta
Manilla de acero	Capa de tela
Líneas de fractura, si se usan	Pintura de aluminio
	Revoque inferior

Cubierta de placas de hormigón sobre nudos de chapa troquelada



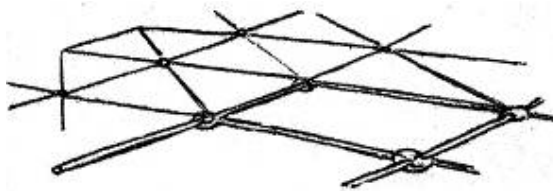
Planta del nudo de chapa y cubierta con vistas laterales



Placas de hormigón entre cuerdas.



Sección de una placa de hormigón con lucera circular de acristalamiento.



Placas triangulares con líneas de ventanas que cruzan diagonalmente las cuerdas.

Cubierta de ferrocemento de hormigón liviano (Sistema constructivo VELOX)

El sistema consiste en la utilización de paneles de ferro-cemento de hormigón liviano de igual peso que la posible succión del viento, en sistemas estructurales de tracción de curvatura total NULA.

Los módulos de cubierta son paneles de 40cm lado x 160cm lado x 5cm espesor.

En este tipo de solución se utiliza la capacidad resistente del acero para solicitaciones de tracción mediante la conformación de la catenaria (carga distribuida sobre la curva).

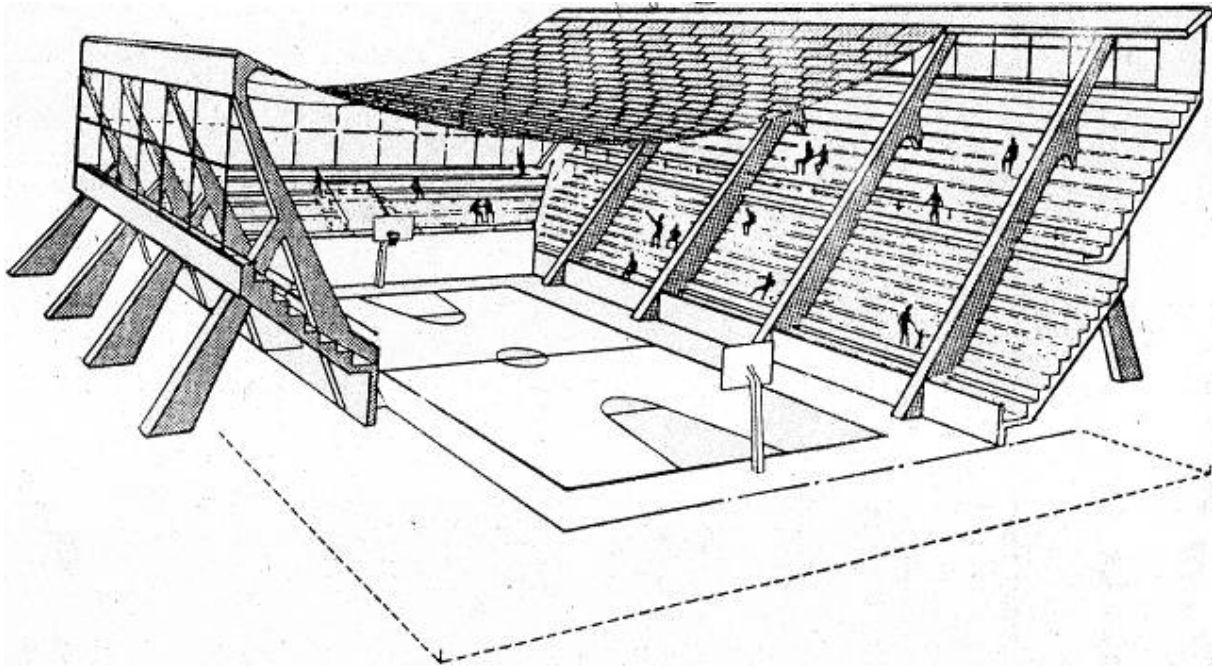
El equilibrio se logra con la colocación de los paneles de ferro-cemento, cuyo peso (80Kg/m^2) se opone al de la succión del viento que puede llegar en ciertos casos a magnitudes de $70/80\text{ Kg/m}^2$.

Es posible cubrir de esta manera luces de hasta 30mts para luces de más de 30mts será necesario utilizar un sistema adicional de tensión para evitar la succión (sistema de cables secundarios) y una cubierta más liviana.

Ejemplo del Sistema VELOX - Cubierta para un estadio:

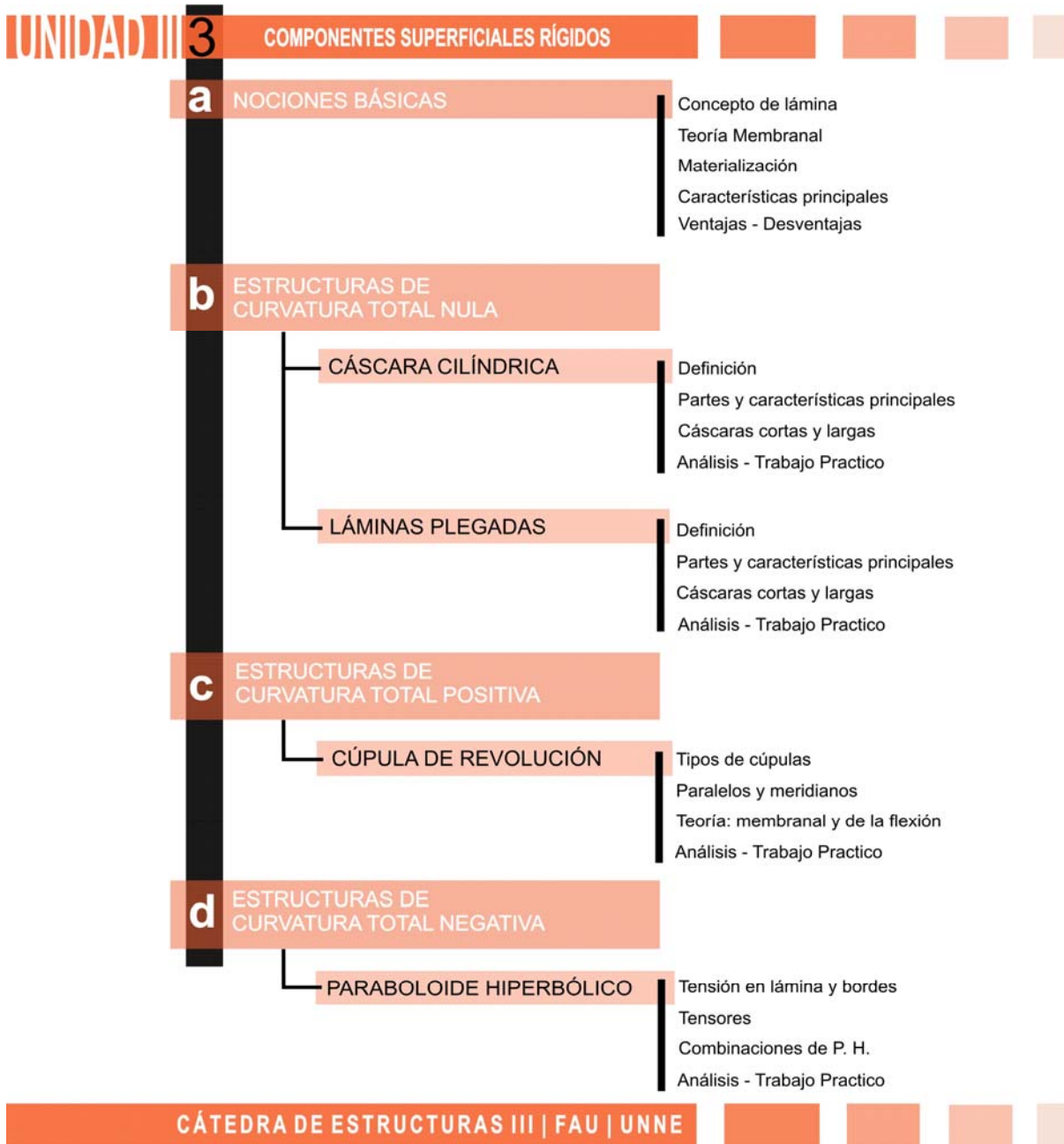
Cables de acero de alta resistencia, haz de 7 alambres cada 80cm anclados en vigas de hormigón estructural.

Cubierta: módulos de ferro-cemento con guías para alojarse sobre dos cables, dejando 40cm de cada lado que permitan trabarlos con las filas adyacentes.



UNIDAD DIDÁCTICA 3

Objetivos de la Unidad: Adiestrar al alumno en el manejo de los principios que rigen el dominio espacial y el comportamiento estructural de los tipos estructurales rígidos (estructuras laminares).



“Tipos estructurales con componentes superficiales rígidos”

3.1. NOCIONES BÁSICAS

“En este módulo nos dedicaremos a analizar los principios básicos que rigen el comportamiento de las estructuras superficiales rígidas, o láminas en general”

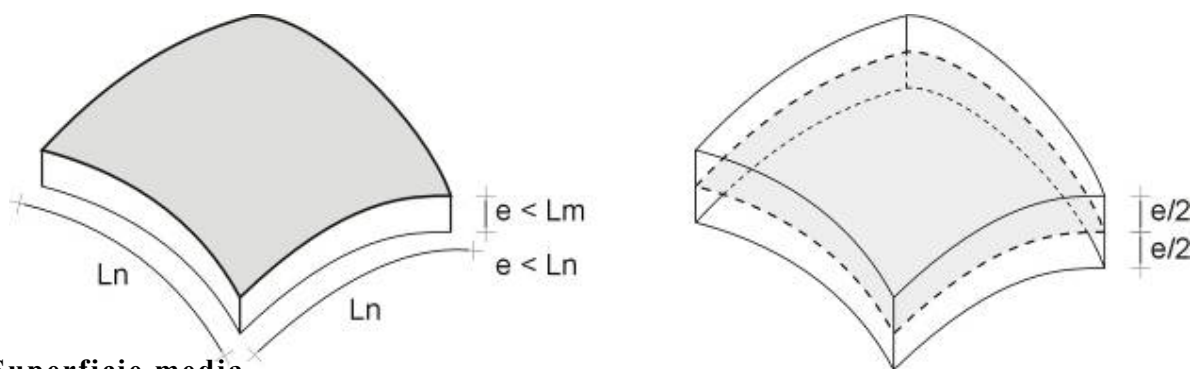
Las estructuras laminares entran dentro de la clasificación de estructuras continuas, superficiales rígidas, en las que dos de sus dimensiones predominan sobre la tercera, que es el espesor.

Esto significa que el espesor de las láminas es muy pequeño respecto de la superficie, aunque no por ello es despreciable.

Geométricamente, en razón de su característica superficial, las láminas pueden ser planas o curvas.

En las láminas, como en todas las estructuras, el equilibrio de las cargas externas las respuestas internas del material empleado, en este caso mediante esfuerzos normales (de tracción o compresión) y tangenciales.

También se presentan otras sollicitaciones (flexión, torsión y corte), pero tienen una influencia secundaria en el comportamiento de las láminas.



Dada una lámina de espesor no constante, se considera como SUPERFICIE MEDIA a la superficie interna (virtual), de la que equidistan todos los puntos de ambas caras de la lámina, conocidas como “intradós” (superficie interna), y “extradós” (superficie externa).

Considerando que el espesor "e" de la lámina es variable en toda su superficie, la "superficie media" se halla siempre a una distancia equivalente a $e / 2$ de ambas caras.

Si, por el contrario, se trata de una lámina de espesor constante, la superficie media equidista de ambas caras en todos sus puntos.

Convencionalmente, todos los esfuerzos internos en las láminas están referidos a la superficie media, es decir, despreciando el espesor.

Estado membranaral

Los esfuerzos normales (tracción y compresión) y tangenciales (T), que se producen en una lámina delgada son conocidos con el nombre de “esfuerzos internos de membrana”. Cuando el equilibrio de la carga externa se logra por medio de los esfuerzos internos de membrana únicamente, se dice que la lámina está en "estado membranaral".

No obstante bajo ciertos estados de carga, de configuración de la lámina o de condiciones de apoyo, no es siempre posible lograr el equilibrio total en estado membranaral, por lo que suelen producirse en mayor o menor grado esfuerzos de flexión.

El "estado membranaral" exige el cumplimiento riguroso de ciertas condiciones de carga, conformación, vínculos, etc., para que las deformaciones resultantes sean compatibles con el equilibrio de la lámina. Cuando esto no se cumple aparecen "esfuerzos adicionales de flexión", como sucede en los bordes, lo que se conoce como "perturbaciones de borde de flexión secundaria".

Un buen proyecto de una estructura laminar exige el aprovechamiento al máximo del estado membranaral, para disminuir de esa manera la influencia de la flexión, puesto que no es la mejor forma de aprovechar la capacidad resistente del material, en el caso que nos ocupa, de las estructuras laminares.

Láminas delgadas

La relación entre el espesor “e” de la lámina con el radio “R” de curvatura principal:

$$C = e / R$$

Varía según los materiales.

A modo de ejemplo, damos el siguiente cuadro:

Esta relación varía según los materiales, y a modo de ejemplo podemos establecer:

Hormigón	$\frac{1}{2.500} \leq C \text{ ó } 0,004 \leq C \leq 0,0010$	<i>Para un R = 20 m</i>	$e \geq 8 \text{ cm} \leq 20 \text{ cm} *$
Madera	$\frac{1}{2.000} \leq C \text{ ó } 0,003 \leq C \leq 0,0013$	<i>Para un R = 20 m</i>	$e \geq 6 \text{ cm} \leq 26 \text{ cm}$
Chapa - Acero	$\frac{1}{1.000} \leq C \text{ ó } 0,001 \leq C \leq 0,002$	<i>Para un R = 20 m</i>	$e \geq 2 \text{ cm} \leq 4 \text{ cm}$

C = coeficiente de seguridad

$$\frac{e}{R} = \frac{0,08}{20\text{cm}} = 0,004$$

Sí por proyecto:

$R = 10 \text{ (}\Rightarrow \text{ luz transversal } 20 \text{ m)} \therefore 10 \text{ m} \times 0,004 = 0,04 \text{ m} = 4 \text{ cm} \therefore \text{ se adopta un mayor espesor para poder recubrir los hierros.}$

Debajo de estas relaciones el espesor resulta tan pequeño que ya no tiene capacidad portante significativa a compresión y, por lo tanto, entramos en el dominio de las membranas, que se ubican en el ámbito de las **láminas delgadas**.

Láminas gruesas

Por arriba de aquellas relaciones, en cambio, el espesor toma una importancia creciente, debido a que la flexión comienza a colaborar cada vez más en el equilibrio general. Es el ámbito de las **láminas gruesas**, de aplicación en estructuras poco peraltadas, denominadas generalmente **cáscaras** o **shells**.

A medida que aumentamos el espesor, el esfuerzo de flexión comienza a adquirir mayor importancia, y ya entramos al ámbito de las **losas**.

Repasando, las láminas son elementos estructurales superficiales rígidos, de espesores relativamente pequeños en relación a la superficie que cubren, sin que lleguen a ser despreciables del todo.

En general, las láminas se encuentran solicitadas a esfuerzos **axiales** y de **corte**.

Las condiciones de borde influyen particularmente en el comportamiento resistente de las láminas, comportamiento que varía no sólo con la forma de sustentación, sino, especialmente, con las condiciones tensionales y de deformación de los elementos de borde.

Clasificación de las estructuras laminares

1. Láminas de curvatura total nula

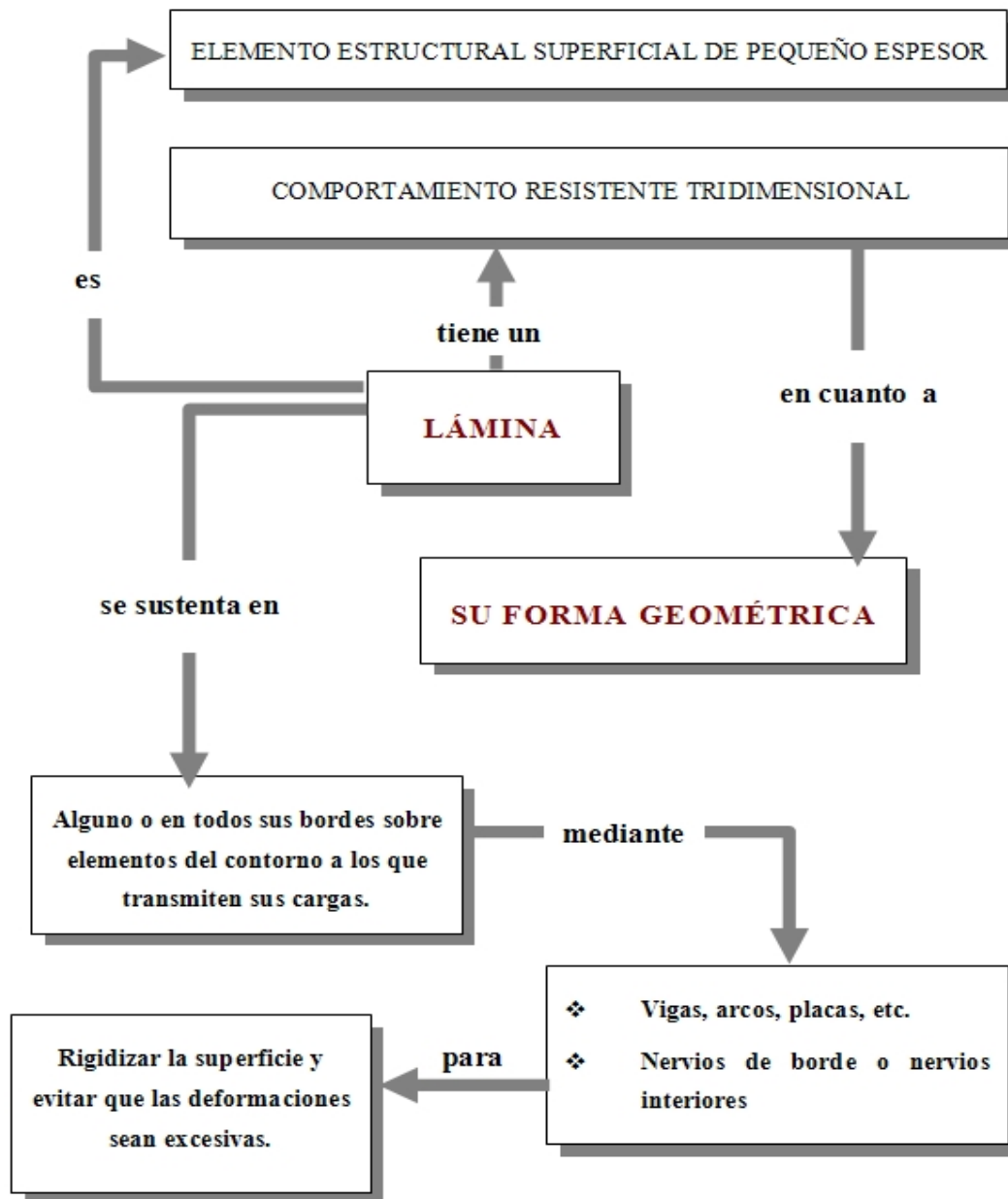
- | | | |
|------|---------------|-----------------------------------|
| 1.1. | De traslación | PLEGADAS o PRISMÁTICAS
CÓNICAS |
| 1.2. | De rotación | CILÍNDRICAS |

2. Láminas de curvatura total positiva

- | | | |
|------|---------------|----------------------|
| 2.1. | De rotación | CÚPULAS |
| 2.2. | De traslación | PARABOLOIDE ELÍPTICO |

3. Láminas de curvatura total negativa

- | | | |
|------|-------------------------------------|------------------------------------|
| 3.1. | De traslación | CONOIDE
PARABOLOIDE HIPERBÓLICO |
| 3.2. | De rotación | HIPERBOLOIDE DE UNA HOJA |
| 3.3. | De traslación y rotación simultanea | HELICOIDE |
-



Comentario:

Las condiciones de borde influyen particularmente en el comportamiento resistente de las láminas, comportamiento que varía no sólo con la forma de sustentación, sino, especialmente, con las condiciones tensionales y de deformación de los elementos de borde.

“Tipos estructurales conformados con componentes superficiales rígidos”

3.2. SISTEMA ESTRUCTURAL DE CURVATURA TOTAL NULA

3.2.1 LÁMINAS PLEGADAS

“En este módulo comenzaremos el estudio de las estructuras conformadas por componentes superficiales rígidos, circunstancia que, sumado al recurso formal, las hace apropiadas para resolver cubiertas de grandes luces con gran economía de material”.

Definición

Las estructuras laminares de curvatura total nula se generan a partir de una recta generatriz que se desplaza siguiendo una dirección que se la da una línea directriz, que puede ser otra recta, o cualquiera de las curvas ya estudiadas en la Unidad 1.

Recordemos acá que las superficies generadas por rectas son conocidas como [regladas](#), y pueden ser [desarrollables](#) y no desarrollables. Estas últimas serán estudiadas en los siguientes módulos.

En el presente módulo estudiaremos el caso de las estructuras de superficie de curvatura total nula, dividido en dos capítulos: el primero, referido a las superficies cuya directriz es una recta, y en el segundo se verá el caso de las superficies cuya directriz es una curva.

Entre las superficies cuya directriz es una recta se ubican los planos, propiamente dicho, y las superficies plegadas. Las estructuras que responden a este último tipo se conocen con láminas plegadas.

Las superficies de directriz curva pueden ser cilíndricas o cónicas. Las estructuras de este grupo reciben el nombre de cáscaras cilíndricas o también cáscaras cónicas.

Las láminas plegadas son superficies quebradas formadas por láminas planas que poseen determinada capacidad de carga.

En la concurrencia de dos láminas a una arista se forma un [diedro](#) (ángulo diédrico) que, cuanto más agudo sea, mayor será la resistencia del conjunto de láminas y menor la deformación de las aristas.

En consecuencia, las plegaduras cerradas son más favorables que las abiertas en lo que respecta a la indeformabilidad de las aristas. Con inclinaciones mayores de 40° se pueden despreciar las deformaciones de las aristas.

Esto es así debido a que, a medida que la plegadura se cierra, más se asemeja a una viga, y su comportamiento se asimila al de una viga simplemente apoyada.

En cambio, cuanto menor sea la inclinación, más se asemeja a una losa simplemente apoyada, y si comparamos ambos casos, comprobaremos que la relación *altura / ancho* es considerablemente diferente, a favor de la viga.

Las láminas plegadas son estructuras que poseen gran rigidez. Es notorio el caso de una hoja de papel que, con una capacidad de absorción de fuerzas perpendiculares a su plano prácticamente nula, puede resistir cargas de una cierta magnitud luego de haber sido plegada (Figura 1).

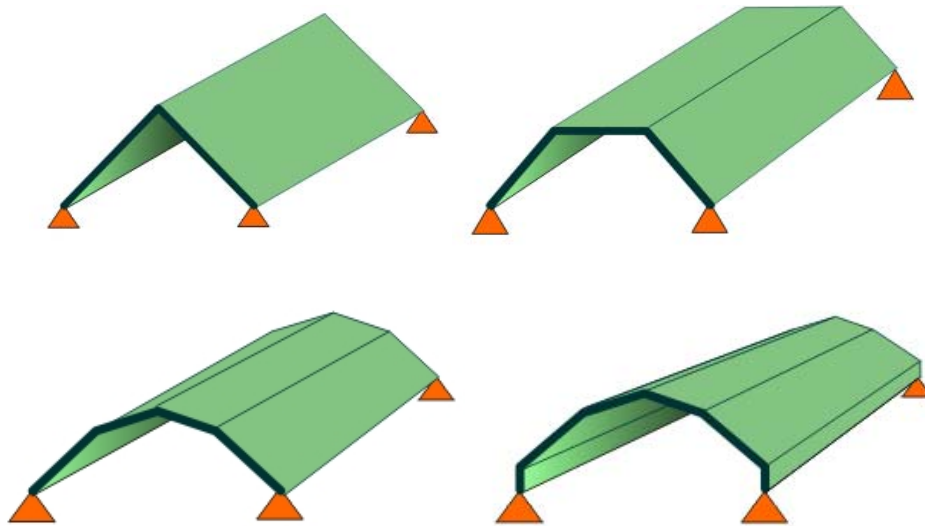


Figura 1

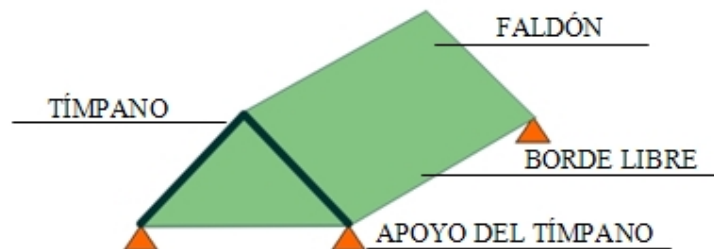


Figura 2

En los ejemplos que se ven en la Figura 1 podemos distinguir las partes constitutivas de las láminas plegadas, según el detalle de la Figura 2.

Características

La capacidad resistente de las cubiertas plegadas es muy elevada, lo que les permite salvar luces importantes con espesores relativamente pequeños. Desempeñan una doble función, como cubierta y como estructura resistente, al mismo tiempo. La capacidad portante de las cubiertas plegadas, que brinda la posibilidad de cubrir grandes luces entre sus puntos de apoyo, las hace muy convenientes para naves industriales, talleres, etc.

Debido a que sus espesores son reducidos, se logra disminuir el peso propio (conveniencia estática) y, en consecuencia, hay una considerable economía de material (conveniencia económica)

Por otra parte, desde un punto de vista constructivo, es muy sencillo de ejecutar el encofrado debido a la adaptación de las tablas de madera a las superficies regladas.

En las láminas plegadas de hormigón armado, el espesor es mínimo, y en la mayoría de los casos depende sólo de que los hierros que constituyen la armadura queden bien recubiertos.

Además, el empleo de tímpanos transversales, que desempeñan la función de apoyo en los extremos de la lámina, también favorece la disminución de las deformaciones de las aristas.

Partes de una plegada triangular.

a) Lámina

Una lámina actúa como una viga que descansa en dos apoyos extremos.

Aunque este tipo de cubiertas constituye, por su forma, una estructura tridimensional, su análisis puede realizarse por métodos sencillos de estática y resistencia de materiales.

La carga aplicada, que incluye el peso propio, es resistida por dos acciones combinadas, en sentido transversal y longitudinal. En el sentido transversal la lámina funciona como una **losa continua apoyada en los quiebres**, suponiendo que éstos no se desplazan, de modo que los momentos y reacciones en dichos puntos serán similares a los de una losa continua. En el sentido longitudinal funciona como una **viga simplemente apoyada**, donde la proyección de la altura de uno de los faldones es considerada como la altura de la viga (Figura 3).

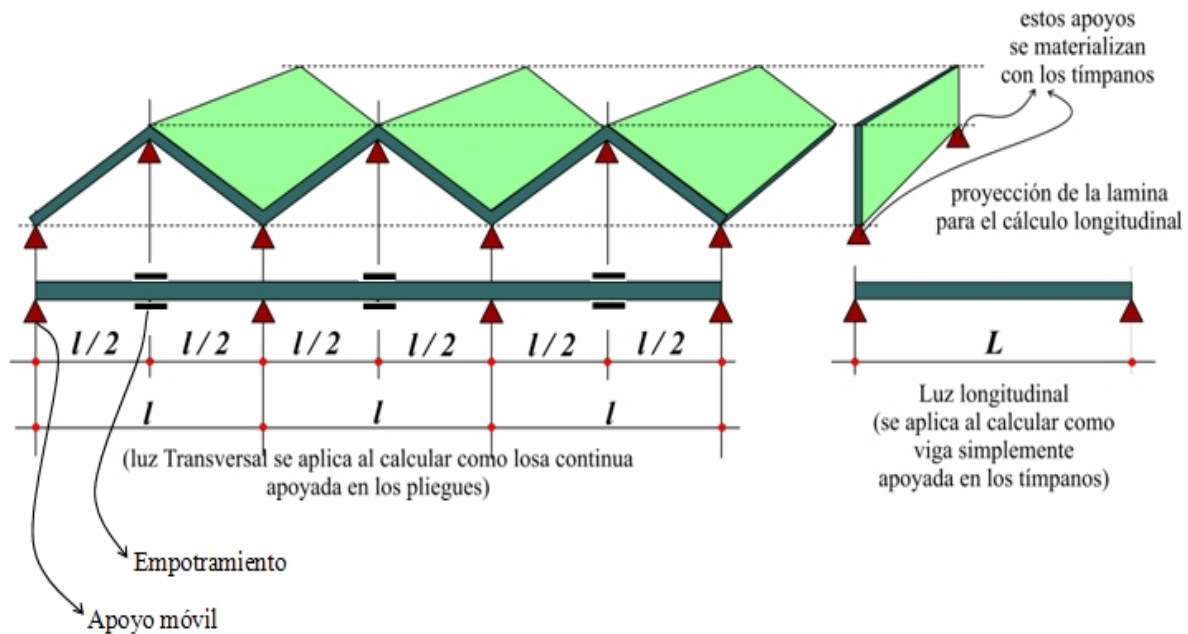


Figura 3

b) Tímpanos

Los tímpanos son rígidos en su plano y capaces de recibir los esfuerzos tangenciales que le trasmite el plegado. Además, evitan la deformación longitudinal (ya que la plegadura es poco rígida en ese sentido).

Los tímpanos pueden apoyarse, a su vez, tanto sobre columnas como sobre muros, transmitiendo así los esfuerzos al suelo.

Se conocen muchos diseños de tímpanos: pueden ser macizos, inferiores o superiores a la lámina (Figura 4), o calados (vigas aporticadas) (figura 5).

El tímpano macizo funciona en realidad como una viga de gran altura. En el caso de los tímpanos calados, éstos pueden estar constituidos por una viga de celosía (reticulado plano) o un pórtico (solución que no es muy conveniente pues es muy deformable debido a su gran elasticidad).

Los tímpanos constituyen el apoyo del plegado total, pero cada lámina, por su parte, se apoya sobre las aristas laterales, y en los extremos sobre los tímpanos.

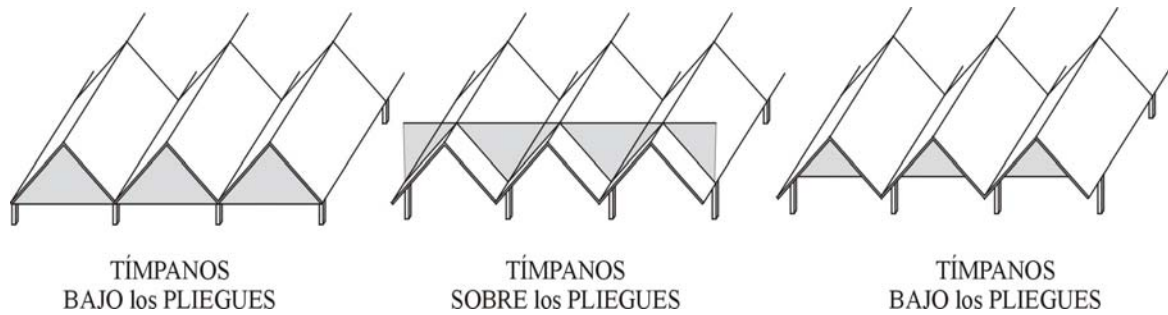


Figura 4



Figura 5

c) Vigas de Borde

Cuando los bordes de la lámina están libres, éstos son propensos a deformaciones críticas, por lo que preferentemente se utilizan **vigas de borde**.

Si bien pueden resolverse las láminas con bordes libres, la presencia de estas deformaciones críticas, conocidas como **perturbaciones de borde** hace casi imprescindible la presencia de las vigas de borde.

Esto es así, por cuanto estas vigas de borde colaboran acompañando las deformaciones específicas de la lámina en sus bordes; no obstante, no es cuestión de ubicarlas de cualquier modo, sino que interesa fundamentalmente la característica de la lámina plegada para optar por un modelo u otro de viga, en lo que hace a su posición relativa con respecto a la lámina.

En primer lugar, tengamos presente que la viga de borde está para colaborar con la lámina en la resistencia para contener las resultantes de las cargas actuantes. Esto se produce en el apoyo que configuran la lámina y la viga en su unión, donde el problema se resuelve del mismo modo que un

caso de descomposición de una fuerza en dos direcciones (una es la dirección de la lámina, y la otra, la de la viga).

Esto nos enfrenta a la primera restricción en el diseño de la viga de borde: no podría resolverse la descomposición de la resultante en dos direcciones, si ambas direcciones (de la lámina y de la viga de borde) coincidiesen (Figura 6).

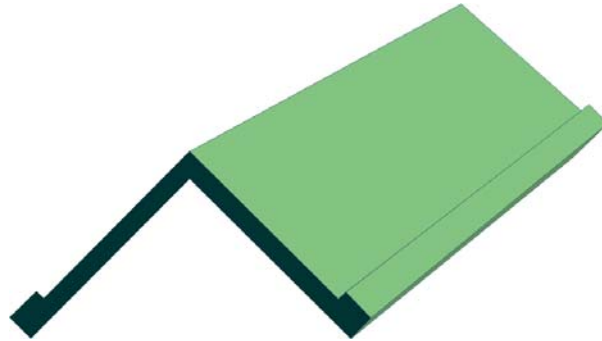


Figura 6

A continuación veremos, caso por caso, distintas soluciones de vigas de borde.

a) Vigas de borde verticales: se emplean generalmente cuando los pliegues de la lámina son rebajados (menos de 45°). Debido a su posición relativa con respecto de la lámina, la resultante

P_A es absorbida totalmente por la viga de borde. En este caso, la lámina se apoya sobre la viga de borde, perdiéndose el concepto de lámina (Figura 7).

b) Vigas de borde horizontales: son utilizadas cuando los pliegues de la lámina son peraltados (más de 45°). En este caso, la colaboración de la viga de borde con la lámina evita la tendencia de ésta a curvarse hacia adentro como consecuencia de la componente horizontal (Figura 8).

c) Viga normal a la superficie: cuando el pliegue de la lámina se encuentra en un entorno de los 45° , es conveniente utilizar vigas de borde normales a la dirección de la placa, lográndose de esta forma la máxima eficacia (Figura 9).

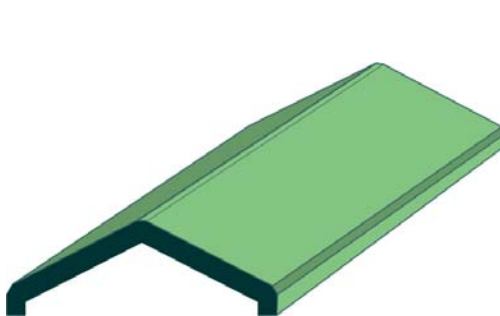


Figura 7- Viga vertical Pliegue rebajado

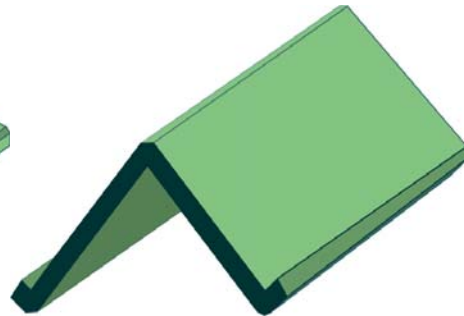


Figura 8 - Viga horizontal Pliegue peraltado

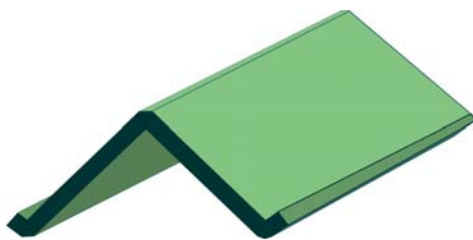


Figura 9 - Viga normal a la lámina



Fábrica en La Habana, Cuba

Proceso constructivo

El material más común empleado en la construcción de estructuras laminares es el hormigón armado que varía entre 6 cm. y 8 cm aproximadamente,

Debido al pequeño espesor necesario, resultante del cálculo, a menudo se recurre a la colocación de capas adicionales de recubrimiento de la armadura, lo que significa que es muy probable que el espesor final logrado sea notoriamente superior al requerido por el cálculo.

No obstante, deben considerarse además otros recaudos, como la selección del tamaño del agregado grueso (debe restringirse a 1 cm como mínimo), para asegurar el recubrimiento adecuado y total de la armadura.

Dadas estas características, no es posible el vibrado en la mayoría de los casos de estructuras laminares, por lo que en su construcción se deben ejercer controles de compactación que aseguren su efectividad.

Se han realizado experiencias con otros materiales, a fin de lograr mayores performances en la eficacia de este tipo de estructuras, constituyendo los hormigones plásticos una solución rápida y adecuada al problema de las cubiertas laminares plegadas a partir de placas o paneles.

Es prácticamente ilimitada la gama de formas estructurales que son posibles de fabricar con paneles ligeros y de bajo precio, plegados en bloques planos para su entrega y facilitar su almacenamiento.

En todos los casos ensayados ha quedado demostrado que la rigidez de la estructura no depende en absoluto de la solidez de las articulaciones, debido a que está en función de la forma geométrica total. (*QUARMBY, A.: “Materiales Plásticos y Arquitectura Experimental”).

Los techos autoportantes de chapa de acero doblada son un ejemplo de cómo las estructuras laminares plegadas pueden salvar luces importantes con un espesor mínimo.

Esquema general de cálculo

1. Acción Transversal: análisis de la estructura como losa, considerando la proyección horizontal de la placa.
2. Acción Longitudinal: análisis de la estructura como viga simplemente apoyada.
3. Tímpano: considerando la carga proveniente de la placa y el peso propio del tímpano.

1.-Esquema de cálculo de una lámina plegada triangular - Acción transversal

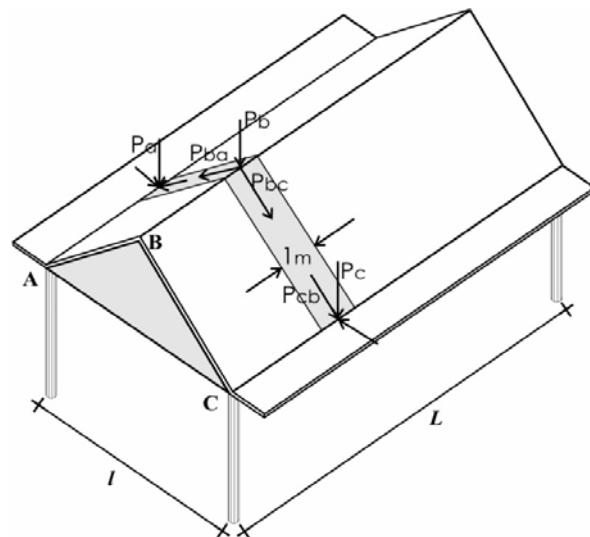
- 1.1. Análisis de carga
- 1.2. Cálculo de Momento (M. Tramo y M. Apoyo)
- 1.3. Cálculo de Cargas en las Placas (Reacciones)
- 1.4. Verificación del espesor
- 1.5. Dimensionamiento y Armadura (en el tramo y apoyo)

2.-Acción longitudinal

- 2.1. Análisis de Cargas
- 2.2. Momento
- 2.3. Verificación del espesor
- 2.4. Dimensionamiento y Armadura.

3.-Tímpano

- 3.1. Cálculo de Carga
- 3.2. Momento del Tímpano.
- 3.3. Verificación a la Flexión.
- 3.4. Armadura.
- 3.5. Verificación a la Tracción.
- 3.6. Armadura.



Datos: que se dan generalmente para el cálculo de estas estructuras.

$\delta = 2.400 \text{ kg/m}^3$ (peso específico del H°A°)

P = sobrecarga (kg/m²)

l = luz en sentido transversal (m)

L = luz en sentido longitudinal (m)

F = flecha (m)

α = ángulo de inclinación de la cubierta (°)

D = altura de la placa (m)

Ep = espesor de la placa (cm)

Et = espesor del tímpano (cm)

σ_a = tensión admisible del acero (kg/cm²)

σ_b = tensión admisible del H°A° (kg/cm²)

Desarrollo

1. Acción transversal

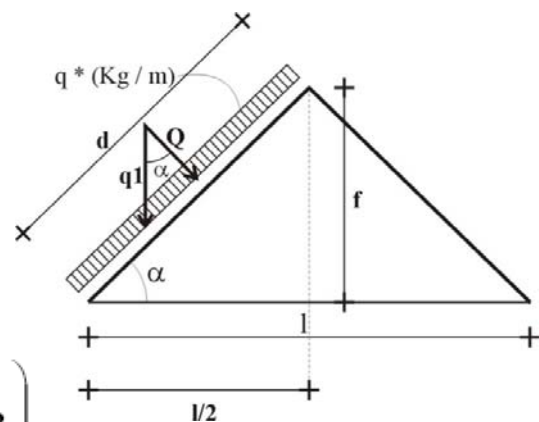
1.1. **Análisis de carga:** se toma una franja de 1 metro de ancho. Se determina el valor de la carga actuante.

a. Peso Propio:

$$P_p \left(\frac{\text{Kg}}{\text{m}^2} \right) = \delta \left(\frac{\text{Kg}}{\text{cm}^3} \right) \times ep (m)$$

b. Carga Total:

$$Q \left(\frac{\text{Kg}}{\text{m}^2} \right) = P_p \left(\frac{\text{Kg}}{\text{m}^2} \right) + Sc \left(\frac{\text{Kg}}{\text{m}^2} \right)$$



c. Proyección Horizontal:

$$q_1 \frac{\left(\frac{Kg}{m^2}\right)}{1m} = \frac{QQ}{\cos \alpha} \quad \text{1. Tramo y M. Apoyo)}$$

1.2. Cálculo de Momento (M. Tramo y M. Apoyo)

Para el cálculo de momentos (como dijimos anteriormente) se asimila a una losa continua de dos tramos en proyección horizontal, con apoyos en A, B, C. Los momentos de tramos y apoyos se calculan por cualquier método de resolución para estructuras hiperestáticas y adoptamos el método de los coeficientes, de la misma manera obtenemos las reacciones de apoyo.

d. Momento en el Tramo

$$M_{tramo} (Kgm) = \frac{q \left(\frac{Kg}{m}\right) \times \left(\frac{l}{2}\right)^2 (m^2)}{11}$$

e. Momento en el Apoyo

$$M_{apoyo} (Kgm) = \frac{q \left(\frac{Kg}{m}\right) \times \left(\frac{l}{2}\right)^2 (m^2)}{8}$$

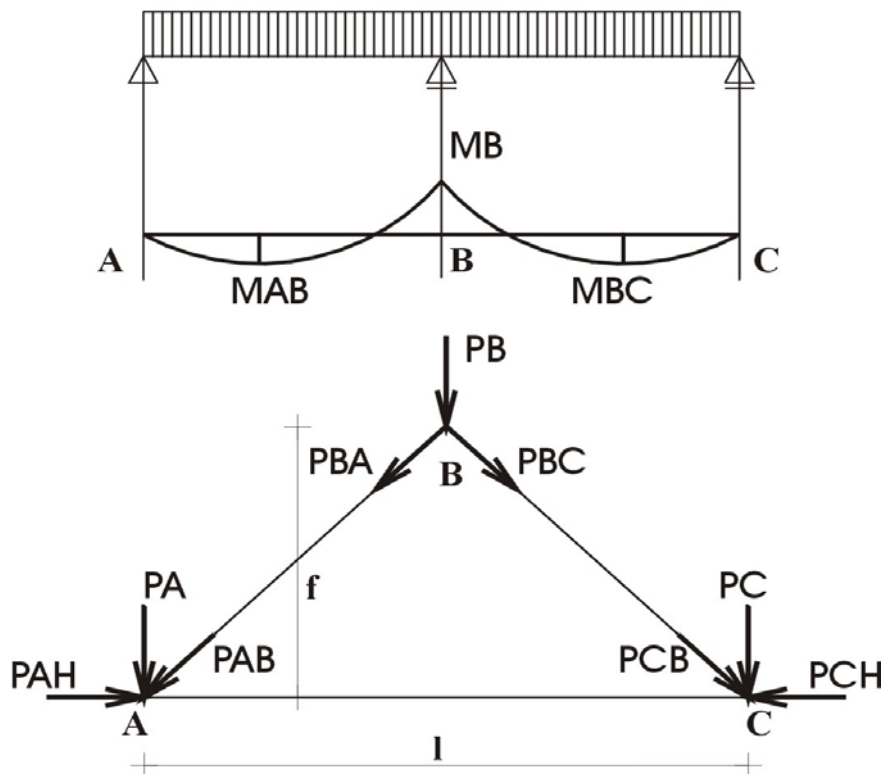


Figura 11

1.3. Cálculo de Cargas en las Placas

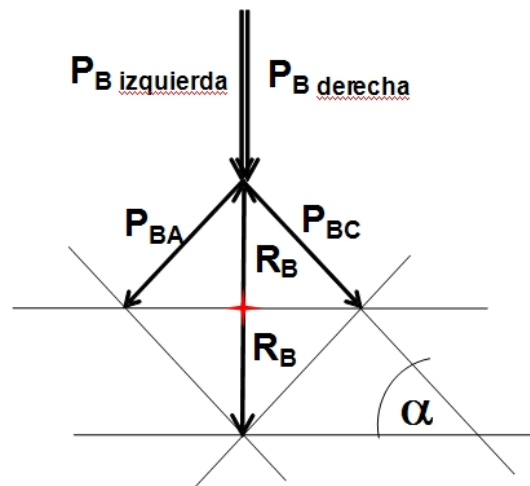
a. Reacciones

$$R_A = \frac{q \times \frac{l}{2}}{2} - \frac{q \times \left(\frac{l}{2}\right)^2}{8 \times \frac{l}{2}} = \frac{q \times \frac{l}{2}}{2} - \frac{q \times \left(\frac{l}{2}\right)}{8} = \frac{4 \times q \times \frac{l}{2} - q \times \frac{l}{2}}{8} = \frac{3}{8} \times \frac{q \times l \left(\frac{Kg}{m}\right)}{2} = R_C \left(\frac{Kg}{m}\right)$$

$$R_A = -P_A \quad ; \quad R_C = -P_C$$

$$R_B \left(\frac{Kg}{m}\right) = \frac{q \times \frac{l}{2}}{2} + \frac{q \times \left(\frac{l}{2}\right)^2}{8 \times \frac{l}{2}} = \frac{q \times \frac{l}{2}}{2} + \frac{q \times \left(\frac{l}{2}\right)}{8} = \frac{4 \times q \times \frac{l}{2} + q \times \frac{l}{2}}{8} = \frac{5}{8} \times \frac{q \times l \left(\frac{Kg}{m}\right)}{2}$$

$$R_B = -2P_B$$



1.4. Verificación del espesor

$$\sigma = \frac{M}{W} \Rightarrow W = \frac{b \times h^2}{6}$$

Donde: $b = 1m$

$H = e - \text{rec} (2cm)$

$z = 0.9 \times h$

$$\sigma \left(\frac{kg}{cm^2} \right) = \frac{M(kgcm)}{W(cm^3)} \leq \sigma_{adm} H^\circ A^\circ$$

$$\text{sen } \alpha = \frac{PA}{PAB} \rightarrow PAB = \frac{PA}{\text{sen } \alpha} \quad \text{sen } \alpha = \frac{RB}{PBA} \rightarrow PBA = \frac{RB}{\text{sen } \alpha}$$

1.5. Dimensionamiento y Armadura (en el tramo y apoyo)

a. Armadura

$$Fe_{tr} (cm^2) = \frac{M_{tr} (Kgcm)}{z (cm) \times \sigma \left(\frac{Kg}{cm^2} \right)}$$

$$Fe_{ap} (cm^2) = \frac{M_{ap} (kgcm)}{z (cm) \times \sigma \left(\frac{kg}{cm^2} \right)}$$

2. Acción longitudinal (Se asimila a una viga simplemente apoyada de luz igual a L)

2.1. Análisis de Cargas

a. Cargas en las placas

$$PAB (kg) = \frac{PA}{\text{sen } \alpha} \quad PBA (kg) = \frac{RB}{\text{sen } \alpha}$$

$$q (kg) = PAB + PBA$$

2.2. Momento

$$Mb (kgcm \text{ ó } kgm) = \frac{q \times L^2}{8}$$

2.3. Verificación del espesor

$$\sigma \left(\frac{kg}{cm^2} \right) = \frac{Mb}{W} \leq \sigma_{adm}$$

$$W (cm^3) = \frac{b \times h^2}{6}$$

$$h_p = l \times \cos \alpha ; \quad b = e; \quad h = h_p - rec(3cm); \quad z = 0.9 \times h$$

2.4. Dimensionamiento y Armadura (en el tramo y apoyo)

b. Armadura

$$Fe (cm^2) = \frac{M_b}{z \times \sigma}$$

3. Tímpano

3.1. Cálculo de Carga (Considerando la carga de la placa sobre el tímpano y el peso propio del tímpano)

a. Carga de la placa sobre el tímpano:

$$R \left(\frac{Kg}{m} \right) = (P_{AB} + P_{BA}) \times \frac{l}{2}$$

$$\frac{R}{l \text{ m}} (Kg) = \frac{R}{l/2}$$

Luego se distribuye

b. Peso propio del tímpano:

$$P_{pt} (Kg) = Sup \times \delta \times et (\text{espesor del tímpano})$$

c. Carga total del tímpano:

$$q_3 (Kg) = R; \quad q_v = q_3 \operatorname{sen} \alpha; \quad q_h = q_3 \cos \alpha$$

$$q_t (kg) = \frac{q_v}{l/2}$$

(siendo $l/2$ la distribución en la mitad de la luz transversal)

3.2. Momento en el tímpano

d. Momento del peso propio:

$$M_{PP} (kgm) = \frac{P_{PP} \times l}{6}$$

e. Momento de la Carga:

$$M_c (kgm) = \frac{q_t \times l^2}{8}$$

f. Momento Total:

$$M_t (kgm) = M_{pp} + M_c$$

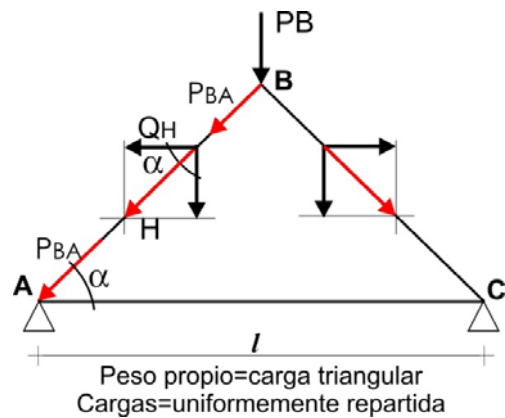


Figura 13

3.3. Verificación a la flexión

$$\sigma = \frac{M_t}{W} = \leq \sigma_{adm} \left(\frac{kg}{cm^2} \right) \quad W \left(cm^3 \right) = \frac{b \times h^2}{6}$$

b = et (espesor tímpano)

ht = f - rec (flecha menos recubrimiento)

$$W (cm^3) = \frac{et \times (f - rec)^2}{6}$$



Figura 14

3.4. Armadura

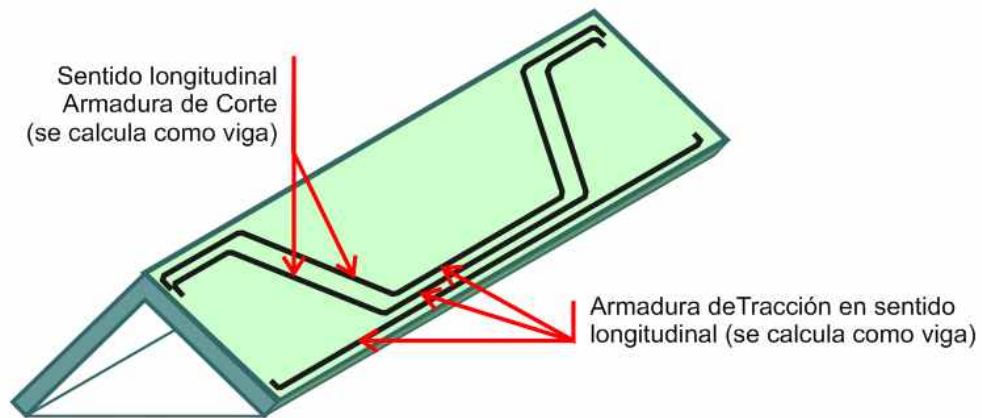
$$Fe^3 \text{ (cm}^2\text{)} = \frac{M_t}{z \times \sigma_{adm}}$$

3.5. Verificación a la tracción: se calcula con $q_h = q \cdot 3 \cdot \cos \alpha$

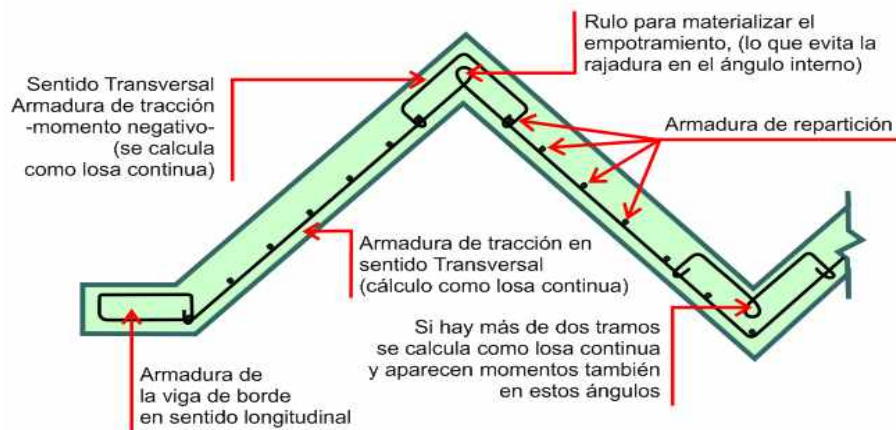
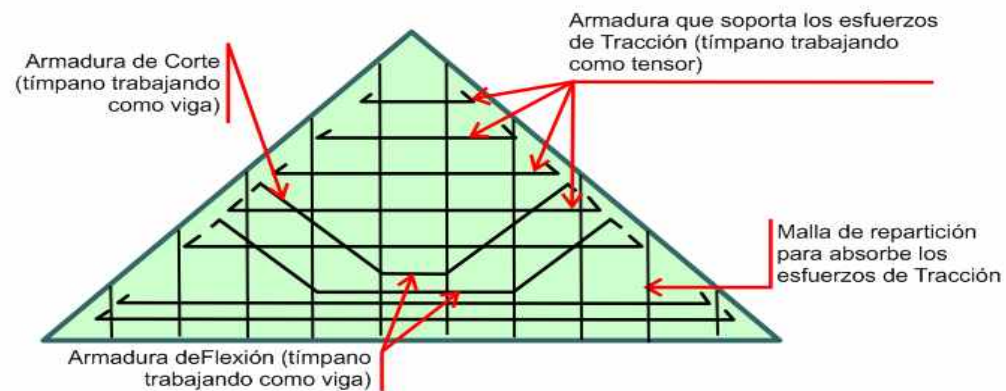
$$T \left(\frac{Kg}{m} \right) = \frac{Qh}{f \text{ (distribuida)}}$$

3.6. Armadura

$$A \left(\text{cm}^2 \right) = \frac{T}{\sigma_a}$$



Esquema de distribución de las armaduras en la placa plegada Triangular



“Tipos estructurales conformados con componentes superficiales rígidos”

3.2. SISTEMA ESTRUCTURAL DE CURVATURA TOTAL NULA

3.2.2. CÁSCARAS CILÍNDRICAS

“En este módulo continuaremos el estudio de las estructuras laminares, basadas en superficies de curvatura total nula, donde la directriz es una curva, conocidas como cáscaras cilíndricas”.

Introducción

Al igual que las cáscaras plegadas, las cáscaras cilíndricas son estructuras laminares de doble curvatura total nula. Se caracterizan por ser regladas y desarrollables.

Su forma responde a una recta, llamada generatriz, que se desplaza apoyada sobre una curva cualquiera (arco de círculo, parábola, catenaria, elipse, etc.), llamada directriz.

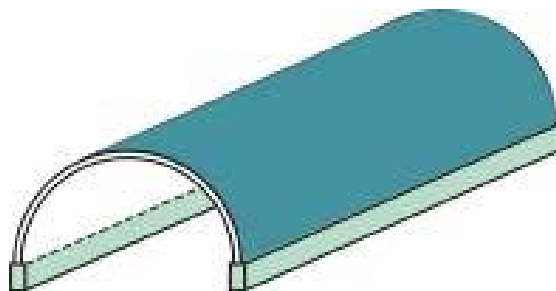
Constan de tres partes fundamentales:

la lámina propiamente dicha;

los tímpanos; y,

las vigas de borde o tensores de borde.

La viga o tensor de borde es, en realidad, un ensanchamiento de la cáscara localizado en los bordes longitudinales, necesario para contener la armadura, y es recomendable que sus dimensiones se mantengan dentro de ciertos límites para evitar que se produzcan en ese sitio perturbaciones como resultado del trabajo membranar de la cáscara.



A diferencia de la bóveda de cañón corrido, que salva la luz entre los muros sobre los que se apoya a modo de estribos, la cáscara cilíndrica se apoya en los tímpanos frontales, en el sentido longitudinal, y sobre la viga o tensor de borde, en el sentido transversal.

De este modo, la bóveda es considerada como una sucesión de arcos independientes colocados uno al lado de otro; en cambio, en la cáscara cilíndrica la función de arco, en sentido transversal, es mínima y despreciable, en contraposición con la función de viga, en sentido longitudinal, puesto que el hormigón armado aporta su resistencia a la flexión para lograr soluciones más ligeras y complejas desde el punto de vista tensional.

Siendo l la luz entre las vigas de borde, en sentido transversal, y L el largo total de la lámina, en sentido longitudinal, según las relaciones existentes entre ambas medidas, las cáscaras cilíndricas se clasifican en largas y cortas.

Cáscaras largas: son aquéllas cuya luz longitudinal (L) es igual o mayor a 2,5 veces la luz transversal (l). Este tipo de cáscaras se comportan como vigas simplemente apoyadas en los tímpanos.

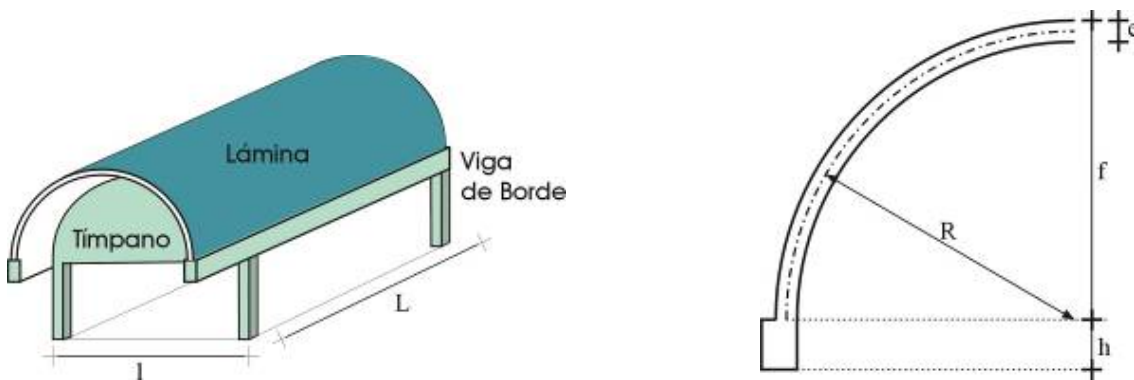
Cáscaras cortas: son aquéllas en que la relación entre L y l es menor a 2,5. Las cáscaras que responden a esta característica se comportan como arcos.

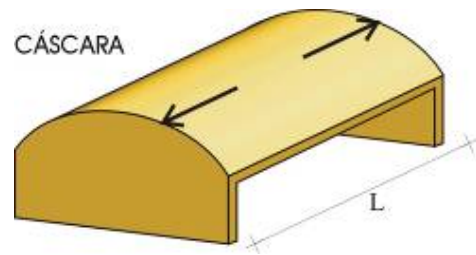
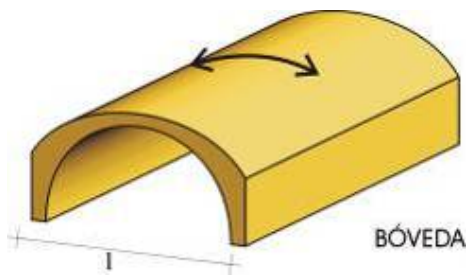
Por otra parte, siendo h la altura de la viga de borde, y f la flecha correspondiente de la lámina, las relaciones que se prefieren son:

$$h + f = \frac{1}{5} (\text{Luz transversal}) \quad (1)$$

$$h + f = \frac{L}{10} (\text{Luz longitudinal}) \quad (2)$$

De estos valores se toma el mayor, que generalmente es la relación (2).





En las cáscaras largas se utiliza el método de la viga debido a la similitud existente entre los esfuerzos que se producen en aquéllas y los de una viga simplemente apoyada, cuya acción transversal fuera la misma que la de la lámina considerada. En este caso, se emplean las mismas fórmulas de flexión y corte. Su sección presenta, por su forma, una gran elástica.

Cuando el peso de la viga de borde es muy grande (y ésta prácticamente cuelga de la cáscara), la deformación que sufre por flexión provocará perturbaciones en la lámina que, debido a su rigidez longitudinal, se deformará en menor proporción que la viga de borde. Estas perturbaciones de borde se transmiten hacia arriba y van disminuyendo en relación directa con el largo de la lámina: a menor largo, menores perturbaciones de borde.

En el caso de cáscaras cortas, el ancho resulta ser superior al doble de la distancia entre los tímpanos.

Generalmente, las cáscaras largas cubren luces entre 10 m y 40 m, aproximadamente, aunque también existen ejemplos de láminas de hasta 100 m de largo, pero esto exige proporcionalmente cáscaras de mucha altura.

En cambio, el trabajo de las cáscaras cortas es similar al de las bóvedas.



Si bien el cálculo de este tipo de estructuras permite lograr espesores mínimos, que van desde los 4 cm, la experiencia advierte que no es conveniente, desde un punto de vista económico, usar espesores de menos de 6 cm en la lámina, siendo razonable actuar con criterios acordes con la realidad, es decir, teniendo en cuenta las dificultades de construcción de estas formas con hormigón, y la necesidad de destinar espacios adecuados para la colocación de las armaduras. Esto también rige para los tímpanos, al igual que en los bordes marginales, donde se recomienda no utilizar espesores inferiores a los 15 cm.

Uno de los inconvenientes comunes que se presentan al usar espesores muy pequeños, es la necesidad de extremar la calidad de terminación del encofrado, ya que cualquier imperfección podría perjudicar a la lámina. También la elección del agregado debe ser muy cuidadosa.

Los tímpanos son los apoyos extremos de la cáscara, pero también existen casos en que se los utilizan como apoyos intermedios.

Pueden ser macizos, en forma de arco o vigas aporticadas, montadas sobre la cáscara, siguiendo su forma externa.

La armadura de flexión y los refuerzos que se coloquen deben seguir la dirección de los esfuerzos principales, aunque por cuestiones prácticas puede colocarse una retícula ortogonal adicional que aumente ligeramente el volumen de armadura.

Procedimiento de cálculo para el dimensionamiento de las cáscaras cilíndricas

Los pasos para el dimensionamiento son los siguientes:

Lámina

Análisis de las cargas

Cálculo del momento flector máximo en sentido longitudinal

Verificación a la compresión

Dimensionamiento de la armadura

Verificación al pandeo

Tímpano

Análisis de las cargas

Verificación del tímpano como viga

Dimensionamiento de la armadura debida al esfuerzo de flexión

Dimensionamiento de la armadura debida al esfuerzo de tracción

Datos

β = valor del ángulo en el que está inscripta la cáscara

α = ángulo que marca la posición del plano neutro

β_b = tensión admisible del hormigón $\left(\frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2}\right)$

β_a = tensión adm. del acero $\left(\frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2}\right)$

e = espesor de la lámina (cm)

e' = espesor del tímpano (cm)

e_v = espesor de la viga de borde (cm)

h_v = altura de la viga de borde (cm)

l = luz transversal (m)

L = luz longitudinal (m)

f (m) = flecha

$\delta = 2.400 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$ = peso específico del hormigón

$g \left(\frac{\text{Kg}}{\text{m}^2}\right)$ = sobrecarga

$g' \left(\frac{\text{Kg}}{\text{m}}\right)$ = valor de la sobrecarga actuante por faja de un metro

R (m) = radio

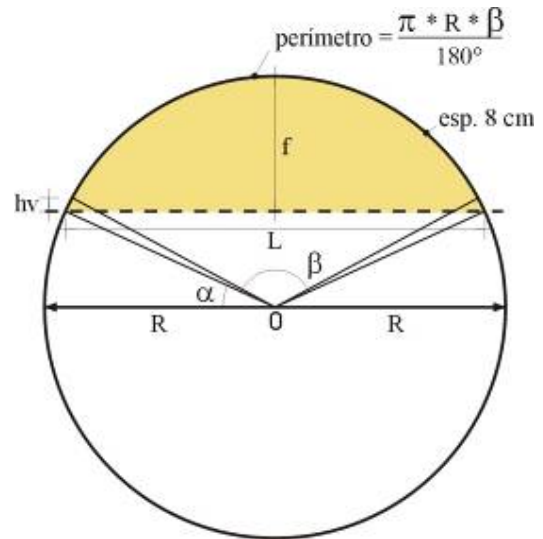


Tabla de valores aproximados de X e I_x para secciones de arco de círculo

α	X (cm)	I_x (cm ⁴)
0°	$0,36 \times f$	$0,30 \times f^3 \times \text{espesor}$
11° 15'	$0,36 \times f$	$0,30 \times f^3 \times \text{espesor}$
22° 30'	$0,36 \times f$	$0,30 \times f^3 \times \text{espesor}$
33° 45'	$0,36 \times f$	$0,34 \times f^3 \times \text{espesor}$
44° 50'	$0,36 \times f$	$0,34 \times f^3 \times \text{espesor}$
56° 05'	$0,36 \times f$	$0,40 \times f^3 \times \text{espesor}$
67° 20'	$0,36 \times f$	$0,50 \times f^3 \times \text{espesor}$

1. Lámina

1.1. Análisis de las cargas

1.1.1. Lámina

$$P_{propio} \left(\frac{Kg}{m} \right) = \delta \left(\frac{Kg}{m^3} \right) \times e \text{ (m)} \times P \text{ (m)}$$

1.1.2. Viga de borde

$$P_{propio} \left(\frac{Kg}{m} \right) = \delta \left(\frac{Kg}{m^3} \right) \times e_v \times h_v \text{ (m)}$$

El total del peso propio será:

$$P_{propio \text{ total}} = P_{propio \text{ tímpano}} + P_{propio \text{ lámina}} \times 2 \times P_{propio \text{ viga de borde}}$$

El peso propio de la viga de borde se multiplica por 2 porque hay dos vigas de borde.

El valor de sobrecarga se considera que está actuando distribuida en todo el perímetro, por faja de un metro de ancho:

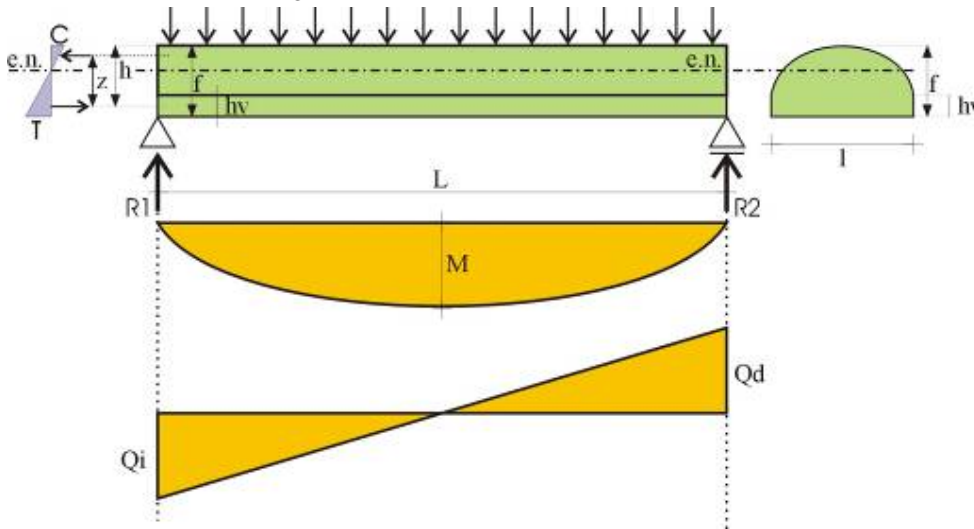
$$g' \left(\frac{Kg}{m} \right) = g \left(\frac{Kg}{m^2} \right) \times 1 \text{ m}$$

La carga actuante q (Kg/m) sobre la lámina, será la resultante de sumar el peso propio de la lámina, más el peso propio de las vigas de borde, más la sobrecarga:

$$q = P_{\text{propio de la lámina}} + 2 \times P_{\text{propio de la viga de borde}} + g'$$

1.2. Cálculo del momento flector máximo en sentido longitudinal

$$M \text{ (Kgcm)} = \frac{q \left(\frac{\text{Kg}}{\text{m}} \right) \times L^2 \left(\text{m}^2 \right)}{8}$$



1.3. Verificación a la compresión

$$\sigma_b < \sigma'_b \text{ admisible}$$

$$\sigma_b \left(\frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} \right) = \frac{M \text{ (Kgcm)} \times X \text{ (cm)}}{I_x \text{ (cm}^4 \text{)}}$$

1.4. Dimensionamiento de la armadura

$A \text{ (cm}^2 \text{)} = \frac{M \text{ (Kgcm)}}{\sigma_b \left(\frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} \right) z \text{ (cm)}}$	Nota: determinar la armadura en la tabla y repartir en las dos vigas de borde
$z \text{ (cm)} = 0,9 \times h \text{ (cm)}$	$h \text{ (m)} = f \text{ (m)} - \frac{h_{\text{borde}} \text{ (m)}}{2}$

1.5. Verificación al pandeo

$$E_b = 250.000 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} \quad (\text{módulo de elasticidad del hormigón})$$

$$\sigma'_b \text{ crítico } \left(\frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} \right) = \frac{0,02 \times e \times E_b}{R} < \sigma_b$$

2. Tímpano

2.1. Análisis de las cargas

$$F = (F_a - F_b) + F_c$$

$$F_a = \frac{\pi \times R^2 \times 110^\circ}{360^\circ} \quad (\text{superficie del sector circular})$$

$$F_b = \frac{b \times h}{2} = \frac{1 \text{ m} \times (R - h)}{2}$$

(superficie del triángulo AOB)

$$F_c = H_V \times l \quad (\text{superficie sector vigas})$$

$$P_{\text{propio}} (\text{Kg}) = \delta \left(\frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \right) \times e' (\text{m}) \times F (\text{m}^2)$$

$$q_{\text{total}} \left(\frac{\text{Kg}}{\text{m}} \right) = P_{\text{propio}} (\text{Kg}) \times 1 \text{ m} \quad (\text{carga actuando por}$$

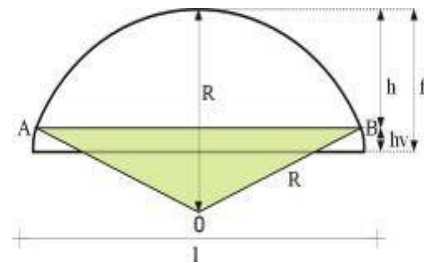
faja de un metro)

2.2. Verificación del tímpano como viga

$$M_{\text{por peso propio}} = \frac{q \left(\frac{\text{Kg}}{\text{m}} \right) \times l^2 (\text{m}^2)}{8}$$

$$M_{\text{máx}} (\text{Kgm}) = R_a \times \frac{l}{2} - \left(\sum N_{\delta Vi} \times Xi \right) \quad R_{AT} = \sum N_{\delta Vi}$$

$$M_{\text{total}} (\text{Kg}) = M_{\text{peso propio}} + M_{\text{máx}} \quad z (\text{m}) = 0,9 \times h$$



2.2. Verificación del tímpano como viga

2.3. Dimensionamiento de la armadura debida al esfuerzo de flexión

$$\sigma_b \left(\frac{Kg}{cm^2} \right) = \frac{M (Kgcm)}{W (cm^3)} < \sigma_{b adm} \quad h(m) = f \times \frac{H_V}{2}$$

$$W (cm^3) = \frac{e' \times f^2}{6} \quad A (cm^2) = \frac{M_t (Kgcm)}{\sigma_a \left(\frac{Kg}{cm^2} \right) \times z (m)}$$

2.4 Dimensionamiento de la armadura debida al esfuerzo de tracción

$$A_{tracción} (cm^2) = \frac{\sum N_{\delta VH} (Kg)}{\sigma_a \left(\frac{Kg}{cm^2} \right)} \text{ (se distribuye en toda la altura del tímpano)}$$

$F (cm^2)$	$F = a \times e$	área
$Y_n (m)$		distinto al eje neutro
$Y_n^2 (m^2)$		
$I_x (cm^4)$		
$S' (m^3)$	$S' = F \times Y_n$	
$S (m^3)$	$\sum S'$	sumar con su signo
$N_{\delta} (Kg)$	$N_{\delta} = \frac{Q \times S \times a}{2 I_x}$	esfuerzo tangente
$N_{\delta H} (Kg)$	$N_{\delta H} = N_{\delta} \times \cos \delta$	
$N_{\delta V} (Kg)$	$N_{\delta V} = N_{\delta} \times \sen \delta$	

Algunos ejemplos



Supermercado en La Habana, Cuba.



Oficinas públicas en La Habana, Cuba.

Procedimiento gráfico

Dividir el tímpano en n partes iguales y tomar la viga de borde como una parte más.

En cada sector F_i actúa un esfuerzo tangencial N_{δ} que luego descomponemos en una componente vertical ($N_{\delta V}$) y una horizontal ($N_{\delta H}$).

Con las $N_{\delta V}$ calculamos el tímpano a la flexión.

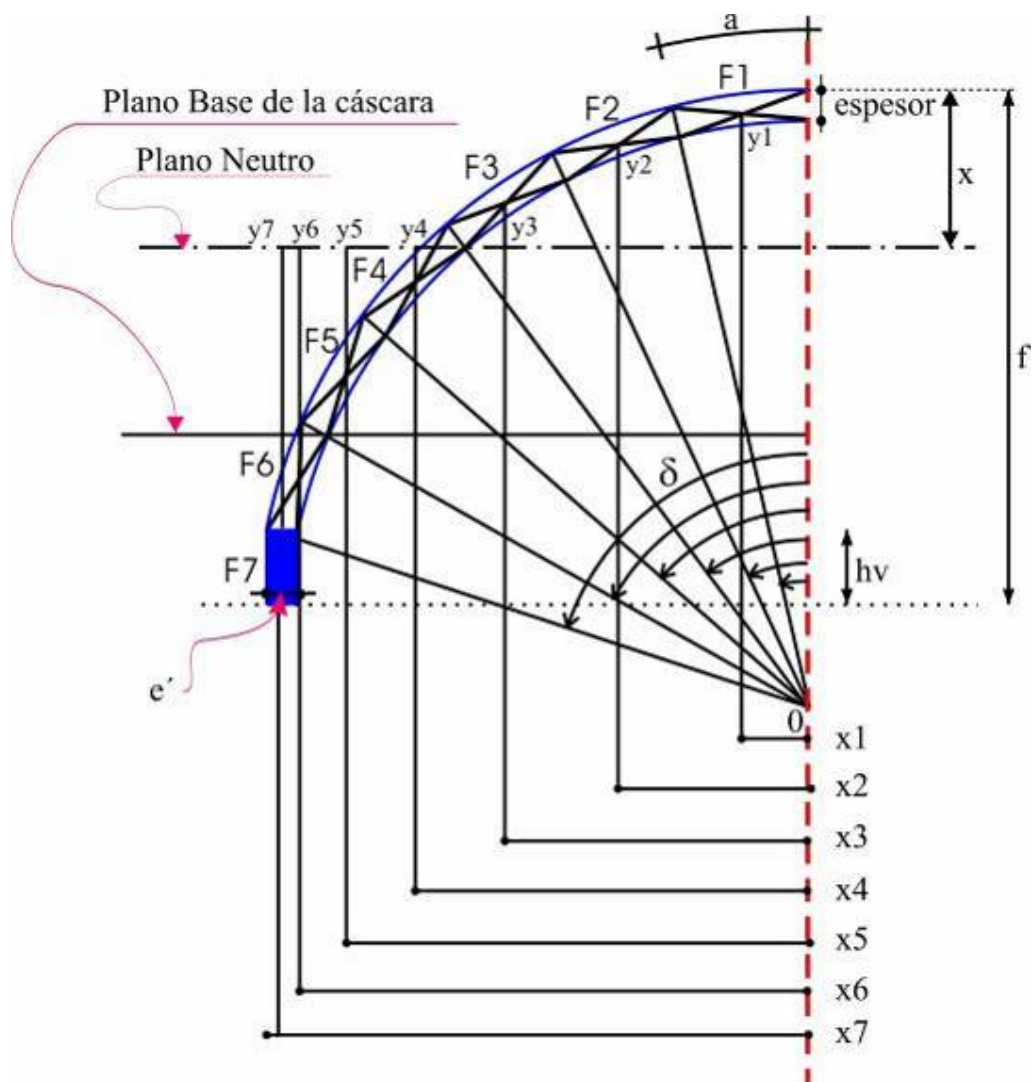
Con las $N_{\delta H}$ calculamos el tímpano a la tracción.

Q = Esfuerzo de Corte máximo igual a la reacción en el tímpano: $Q \text{ (Kg)} = (q \times L) / 2$

S = Momento Estático que varía en cada sección.

a = ancho de la sección F_i .

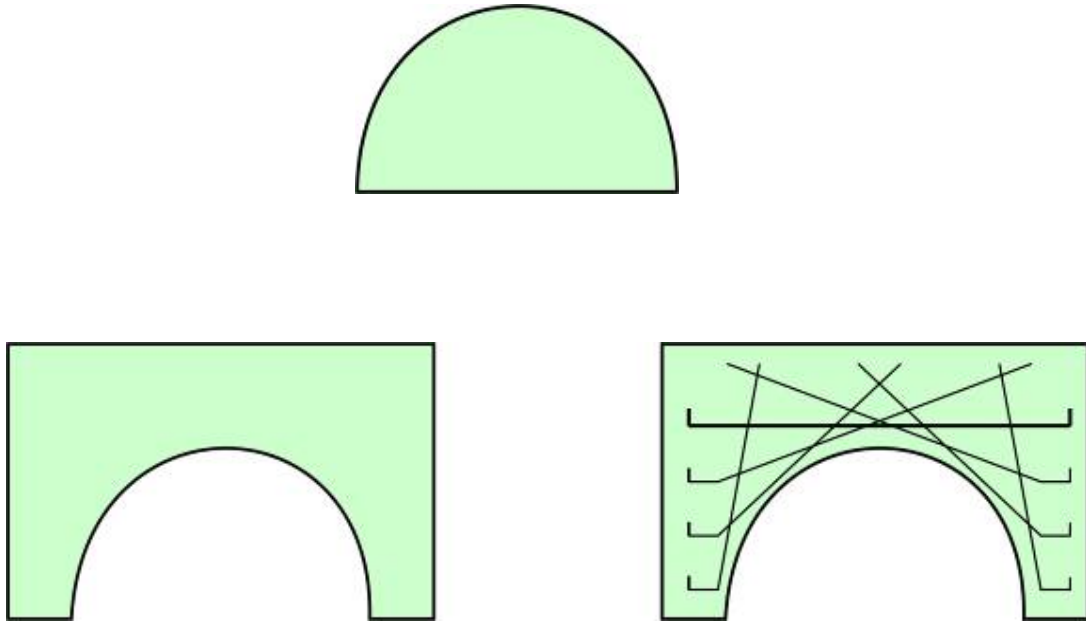
I_x = Momento de Inercia total de la sección que es constante para todas las secciones e igual a ΣI_x .



Diseño del tímpano

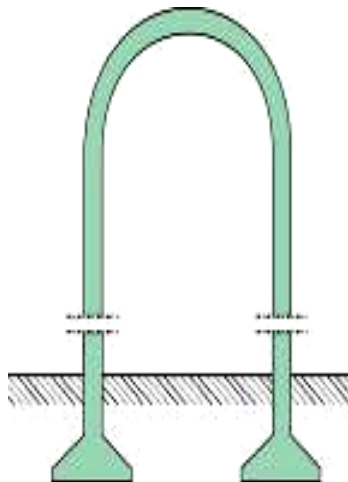
a) Macizo: trabaja a la vez como tensor y como viga (ver gráficos anteriores).

Superior: la cáscara cuelga de él por lo que deberá soportar los mismos esfuerzos de flexión y de tracción.

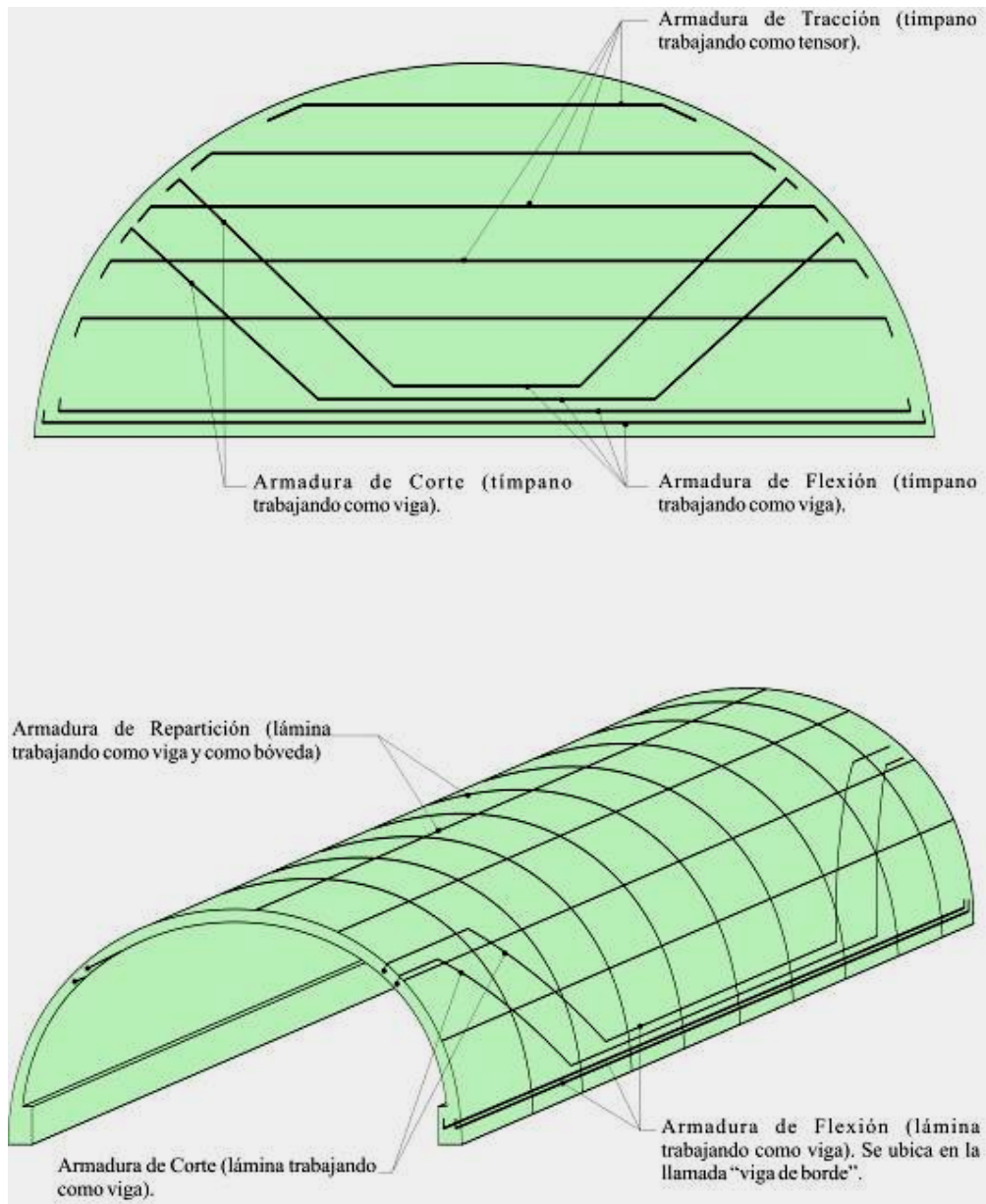


La armadura necesariamente deberá colocarse por sobre la cáscara pero en la parte inferior del tímpano.

Pórtico:



Armadura del tímpano y Armadura de la lámina



“Tipos estructurales con componentes superficiales rígidos”

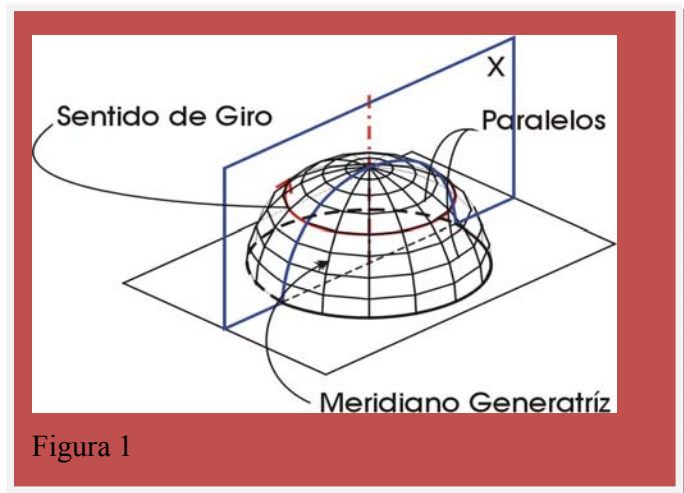
3.3. TIPOS ESTRUCTURALES de CURVATURA TOTAL POSITIVA

3.3.1. CÚPULA de REVOLUCIÓN -

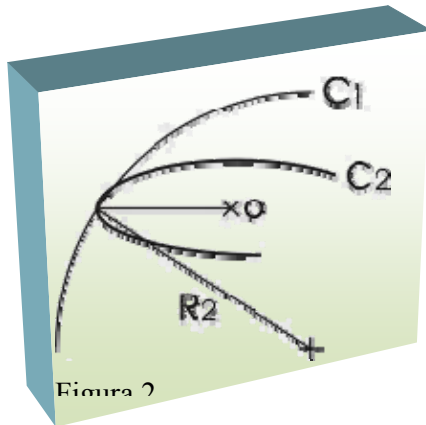
“En este módulo nos dedicaremos a analizar los principios básicos que rigen el comportamiento de las estructuras superficiales *laminares* específicamente “las cúpulas”.

Analizando la superficie de una cúpula veremos los tipos estructurales basados en superficies de revolución de curvatura total positiva (ver cuadro de conformación de superficies), resultan de:

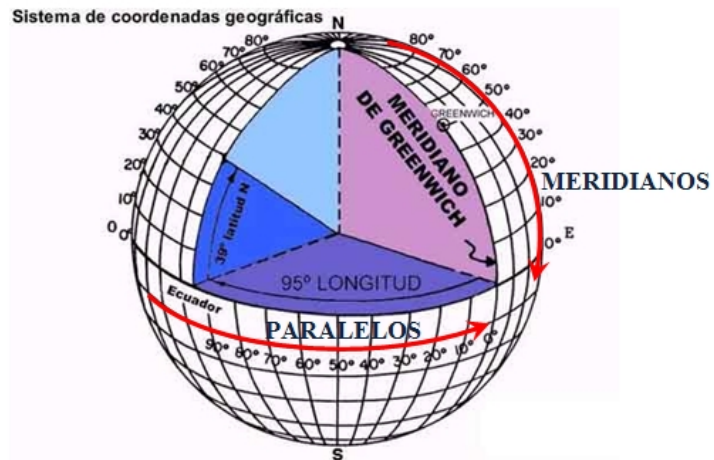
CASO 1: La rotación de una curva plana (meridiano) alrededor de un eje situado en el mismo plano que la contiene ó,



CASO 2: trasladando una parábola generatriz sobre una directriz con curvas coincidentes, los planos que contienen las parábolas son perpendiculares entre sí.



[Para ver animación en 3D pulsa aquí](#)

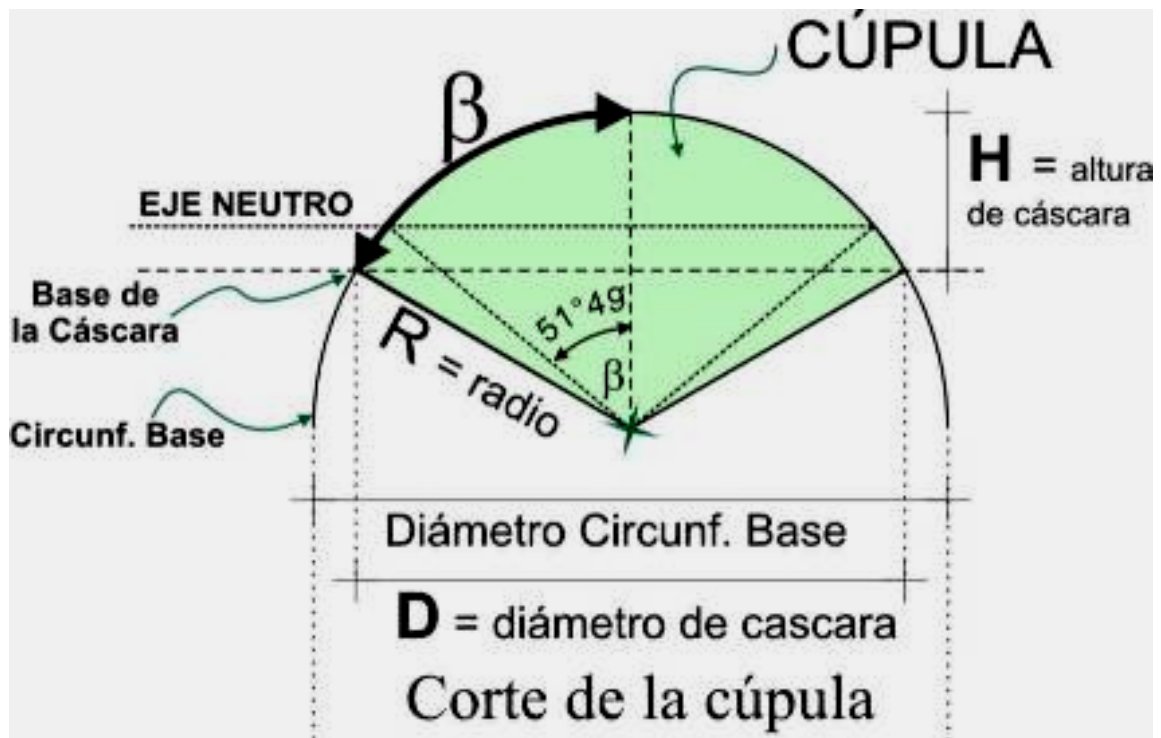


Generalidades

Para analizar este tipo de estructuras haremos uso de tus conocimientos previos; llamaremos MERIDIANOS a la curva generatriz de la cúpula; y PARALELOS a los anillos horizontales, determinados por el recorrido que hace un punto cualquiera (P) de la curva en un giro completo.

Los Meridianos soportan siempre esfuerzos de COMPRESIÓN.

Los Paralelos soportan siempre esfuerzos de TRACCIÓN o COMPRESIÓN según su ubicación respecto al eje neutro de la cúpula.



La ubicación del eje neutro es una constante que surge del diagrama funicular de una cúpula esférica.

El estado de equilibrio de la cúpula se logra mediante la interacción de éstos esfuerzos entre sus MERIDIANOS y PARALELOS.

Por tratarse de cargas simétricas de revolución no hay esfuerzos de CORTE.

En general las cúpulas necesitan un anillo de borde (que trabaja a la tracción) para que contrarreste los empujes horizontales que se producen en el apoyo de la estructura.

Por efecto de la continuidad entre la lámina y viga de borde, se determinan flexiones en los meridianos que producen una dilatación circunferencial, la que puede generar grietas radiales.

En las cúpulas rebajadas (por sobre el eje neutro), el problema es aún mayor por el hecho de trabajar sus paralelos, sólo a la compresión.

Para estas perturbaciones se usan armaduras especiales en el borde o contrafuertes, como en el caso del PALACIO DE LOS DEPORTES DE TURÍN (Pier Luigi NERVI) ó con aberturas.

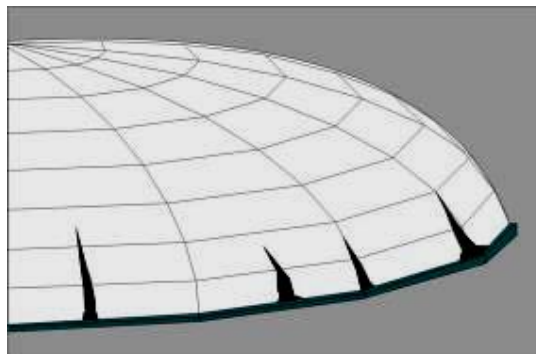
**No hay cúpulas que trabajen a la
compresión pura.**

Análisis de Cargas

Las cargas se distribuyen en una superficie con forma de casquete esférico triangular en planta, y en corte es una curva.

La determinación de la superficie se hace gráficamente.

Se podría determinar la superficie de la esfera y la cantidad de sectores en que dividimos el casquete (meridianos) y aplicándole el valor de carga (dato), se obtiene la carga total. Pero nosotros necesitamos la carga distribuida por eso se lo hace gráficamente, para obtener la carga, sector a sector.



Principios de Cálculo

En el dimensionamiento de láminas, se establecerá la hipótesis de que el hormigón sólo resiste esfuerzos de compresión, debiendo los de tracción ser absorbidos totalmente por el acero.

En particular, para el dimensionado de los elementos de borde podrá considerarse que una zona contigua de la lámina forma parte del elemento. Las secciones resultantes se dimensionarán como pertenecientes al elemento de borde, por una parte, y la lámina por otra.

Recomendaciones para el Hormigón

La resistencia característica del hormigón utilizado en la construcción de láminas estará comprendida entre 200 y 400 kg/cm².

Salvo justificación en contrario, no se construirán láminas con espesores de hormigón menores de los siguientes:

Láminas plegadas 9 cm

Láminas de simple curvatura 7 cm

Láminas de doble curvatura 5 cm

Rebajar dichos límites es posible en elementos prefabricados, pero nunca espesores menores de 3 cm (por el recubrimiento del acero)

La ejecución del hormigón se ajustará a las normas de buena práctica, debiendo evitarse todo movimiento accidental de la lámina encofrada durante la ejecución. En general el espesor está determinado por condiciones de deformación, seguridad al pandeo, recubrimientos de armaduras, garantía de buena ejecución, etc.

Recomendaciones para las Armaduras

No deben desviarse más de 10° de la dirección de los esfuerzos principales para no originar efectos locales.

Deberán ser colocadas en posición rigurosamente simétrica respecto de la superficie media de la lámina.

Para un espesor superior a 7 cm se usan dos capas simétricas de ϕ del 8 cada 30 cm o dos mallas electrosoldadas.

Para un espesor inferior se sustituye por hierros del ϕ del 6 cada 20 cm en la parte media.

**EN UNO U OTRO CASO
ESTAS MALLAS SE
DESCONTARÁN DE LAS
ARMADURAS EXIGIDAS POR
EL CÁLCULO**

La distancia entre las armaduras principales no será superior a: Tres veces el espesor de la lámina si se dispone una malla en la superficie media

Cinco veces el espesor de la lámina si se disponen mallas junto a los dos paramentos.

**ESTAS RECOMENDACIONES
SON FRUTO DE LA
EXPERIENCIA EXISTENTE Y
CONVIENE RESPETARLAS
SIEMPRE, SALVO
JUSTIFICACIÓN ESPECÍFICA**

Guía de trabajos prácticos - Cúpula de revolución de hormigón armado

Resolver el predimensionamiento de una cúpula de hormigón armado gráficamente y con los siguientes **Datos**:

$$q = \frac{Kg}{m^2} (carga)$$

$$D = mm (diámetro)$$

$$h = m (altura de la cáscara)$$

$$R = m (radio de circunferencia)$$

$$e = cm (espesor de la cáscara)$$

$$a = \frac{Kg}{cm^2} (tensión del acero)$$

$$b = \frac{Kg}{cm^2} (tensión de hormigón)$$

$$n^\circ \text{ meridiano} = unidades$$

$$n^\circ \text{ paralelo} = unidades$$

Esquema de Cálculo

Análisis de cargas

Determinación de esfuerzos internos en los meridianos y paralelos

Verificación del espesor

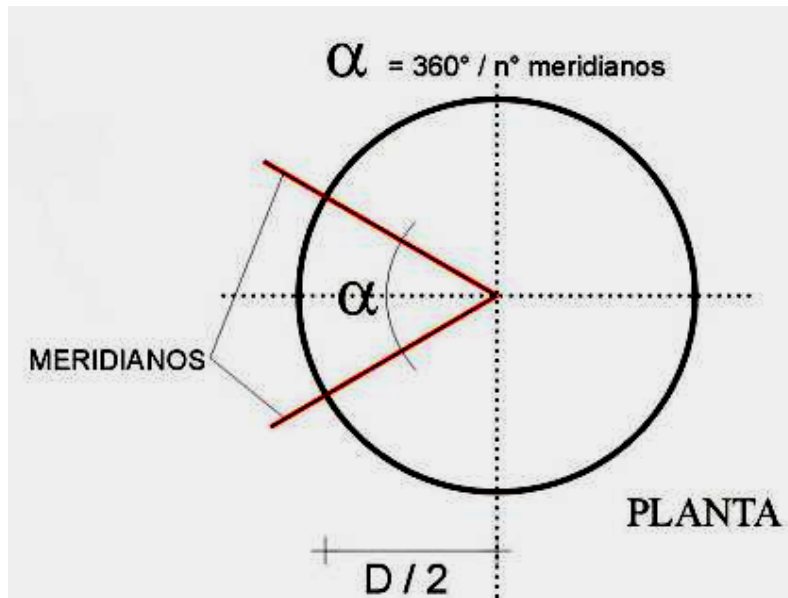
Dimensionamiento de la armadura

Análisis de cargas

Para poder analizar las cargas debo saber la superficie sobre la que incide dicha carga.

Dibujo, entonces, la cúpula en corte y planta, según los datos y determino el eje neutro.

En corte determino el ángulo BETA = ángulo de los paralelos.



Cateto opuesto = diámetro de la cáscara /

$$\text{Sen } \beta = \frac{D/2}{R} \therefore \text{ARCSEN } \frac{D/2}{R} = \beta \therefore \beta = \frac{\beta/2}{n^\circ \text{ paralelos}}$$

Hipotenusa

Traslado a la planta los ángulos beta β y determino los sectores en que se divide el casquete esférico y los centros de gravedad de cada sector por donde pasaron los paralelos.

Por último traslado los centros al corte y determino el punto de aplicación de la fuerza P.

Tenemos así el dibujo de la cúpula completo, y su casquete esférico triangular dividido en planta y en corte en sectores. Ver Dibujo.

Determino la altura del sector analíticamente y verifico en gráfico de corte. Determino el perímetro de α y β .

Hipotenusa

$$Per. \beta = \frac{\beta' \times \Pi \times R}{180^\circ} = (m) \therefore Per \beta' = \frac{Per \beta / 2}{n^\circ \text{ de paralelos}} = h \text{ del sector (m)}$$

Es constante

Tomo los radios del gráfico.

	$R_1 = m$	$R_4 = m$	
	$R_2 = m$	$R_5 = m$	
Determino	$R_3 = m$	$R_6 = m$	la base de los sectores en planta.

$$B1 = \frac{\Pi \times \alpha}{180^\circ} \times R1$$

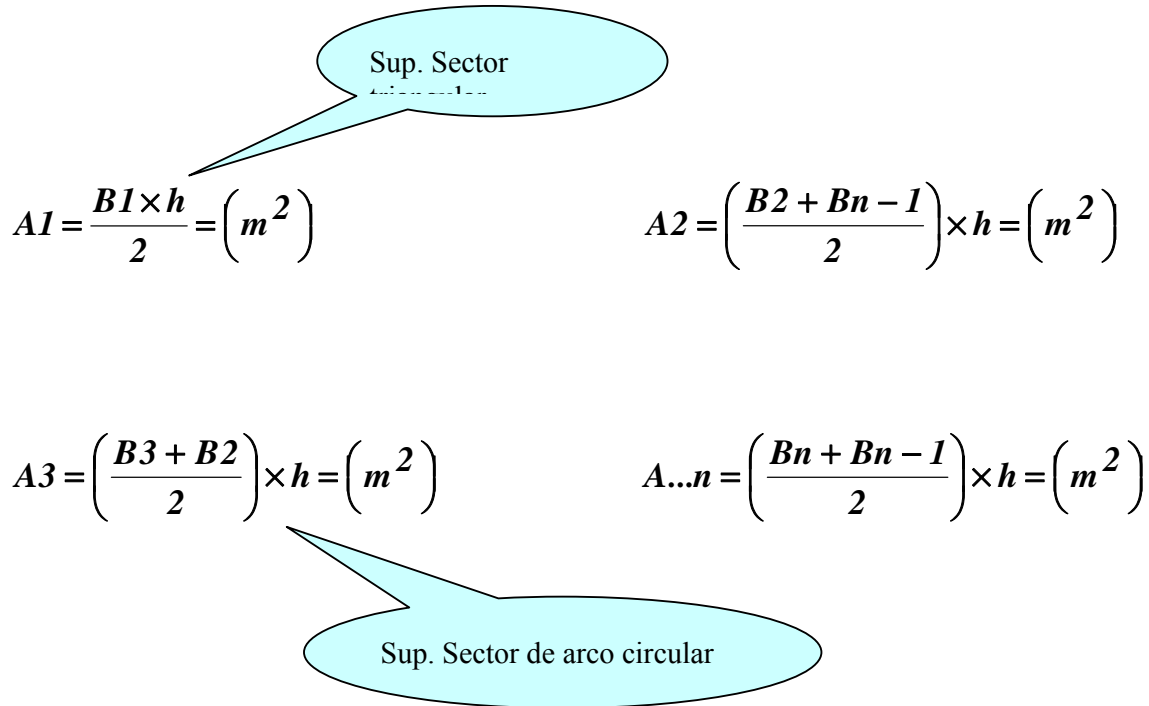
$$B2 = \frac{\Pi \times \alpha}{180^\circ} \times R2$$

Es una constante

$$B3 = \frac{\Pi \times \alpha}{180^\circ} \times R3$$

$$B...n = \frac{\Pi \times \alpha}{180^\circ} \times Rn$$

Superficie de los sectores.



$$A1 = \frac{B1 \times h}{2} = (m^2)$$

$$A2 = \left(\frac{B2 + Bn - 1}{2} \right) \times h = (m^2)$$

$$A3 = \left(\frac{B3 + B2}{2} \right) \times h = (m^2)$$

$$A...n = \left(\frac{Bn + Bn - 1}{2} \right) \times h = (m^2)$$

Análisis de cargas propiamente dicho.

$$P1 = A1 \left(m^2 \right) \times q \left(\frac{Kg}{m^2} \right) = Kg$$


$$P2 = A2 \left(m^2 \right) \times q \left(\frac{Kg}{m^2} \right) = Kg$$

$$P3...n = A...n \left(m^2 \right) \times q \left(\frac{Kg}{m^2} \right) = Kg$$

Hay que resolver cómo descarga esa fuerza sobre la lámina, produciendo tensiones internas que se canalizan hacia los apoyos.

En un sector cualquiera de la cúpula tendremos una carga \mathbf{P} que se descompone en una tensión interna que actúa tangencialmente en el sentido de los meridianos y otra que lo hace horizontalmente, en el sentido de los paralelos (ya sea hacia adentro o hacia fuera, según se trate de un esfuerzo de tracción o de compresión).

Esta última fuerza horizontal \mathbf{H} actúa sobre la base media del sector correspondiente al meridiano considerado, reduciéndola en función del perímetro de esta base media a una fuerza horizontal $\mathbf{H'}$ distribuida por metro.

Teoría de la envolvente cilíndrica:

“Una fuerza radial produce una tensión anular que es igual al producto de dicha fuerza por el radio de curvatura respectivo”.

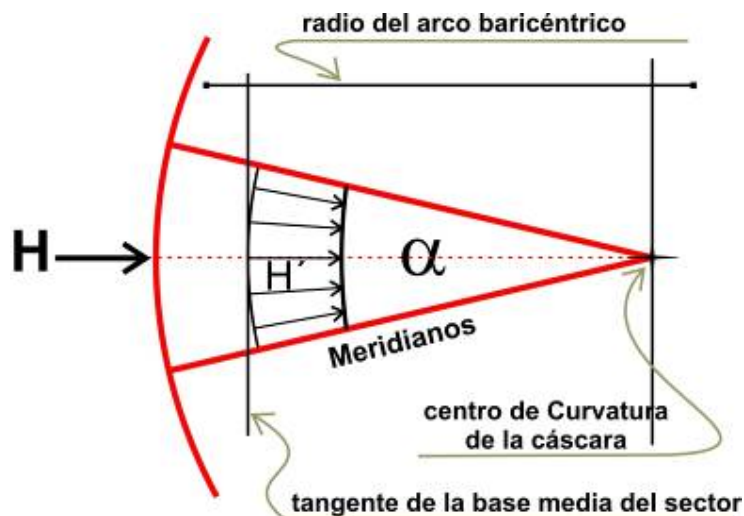


Figura 8

$H' = H / \text{base media del sector (Kg/m)}$

$T_{pn} = H' \cdot n \times \text{radio del arco baricéntrico (Kg)}$

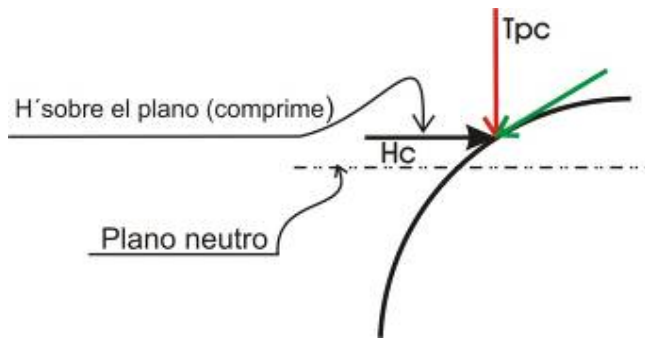
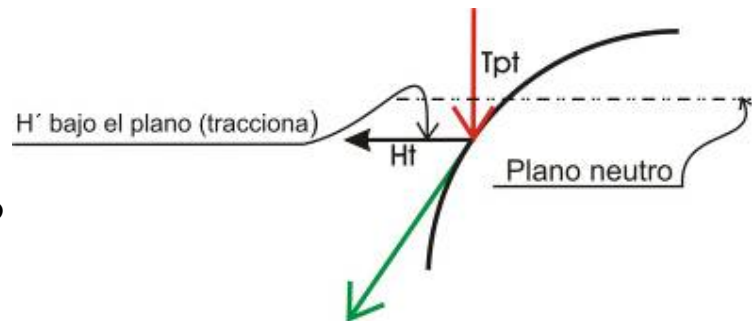


Fig. 9 -Por sobre el plano neutro

Fig. 10 -Por debajo del plano neutro



Determinación de los esfuerzos internos en meridianos y paralelos

Polígono Funicular

Con paralelas a la tangente de la curva en los puntos de incidencia de cargas obtenemos los esfuerzos tangenciales en la lámina.

Cada fuerza es la carga total de todos los sectores por encima de ese punto. Por lo que en el apoyo a la carga total = total de las cargas.

En donde:

o **H1, 2, 3...** es la Tensión en los paralelos

o **Hb** es la tensión en el borde

o **T1, 2,...** es la tensión en los meridianos

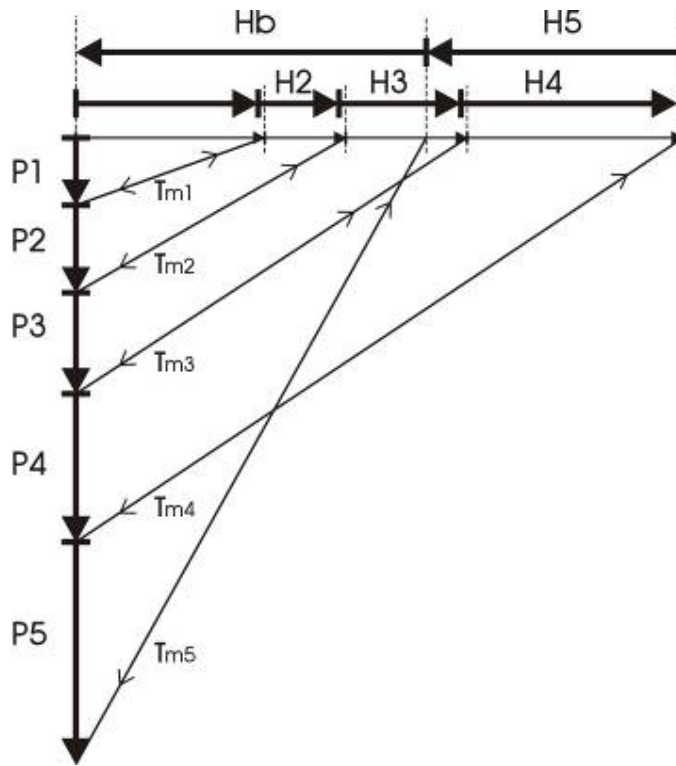


Fig. 11 -funicular de las cargas

Vemos en determinado momento que las tangentes se superponen y eso determina un valor inverso de la acción de las fuerzas horizontales. O sea, que la fuerza horizontal ya no empuja hacia adentro sino hacia fuera.

Si la sumatoria de fuerzas horizontales (**H**), según los principios de la estática, debe ser igual a cero (0). Esto exige que haya una fuerza horizontal (**Hb**) que produzca un equilibrio y que será resistida, lógicamente, por el borde de la cáscara.

En el punto de cambio de dirección de las fuerzas, el esfuerzo es nulo; es aquí por donde pasa el Eje Neutro (según el ángulo de $51^{\circ} 49'$, constante en una cúpula esférica).

b. Determinar los **Arcos Baricéntricos** ($Bg1, \dots, n$) sobre los que actuarán las fuerzas, teniendo como datos los **Radios Baricéntricos** tomados del gráfico: $r1, r2, r3, r4, r5$ y $h1, h2, h3, h4, h5$

Luego:

$$Bg1 = \frac{\pi \times \alpha}{180^{\circ}} \times R1 \qquad Bg2 = \frac{\pi \times \alpha}{180^{\circ}} \times R2$$

$$Bg...n = \frac{\Pi \times \alpha}{180^\circ} \times R...n$$

c. Determino gráficamente la carga H que soportan los paralelos (**tomados del funicular y en su escala de fuerza**)

d. Distribuyo la carga en Bgn (arco baricéntrico)

$$H' 1 = \frac{H 1 (m)}{Bg 1 (m)}$$

$$H' 2 = \frac{H 2 (m)}{Bg 2 (m)}$$

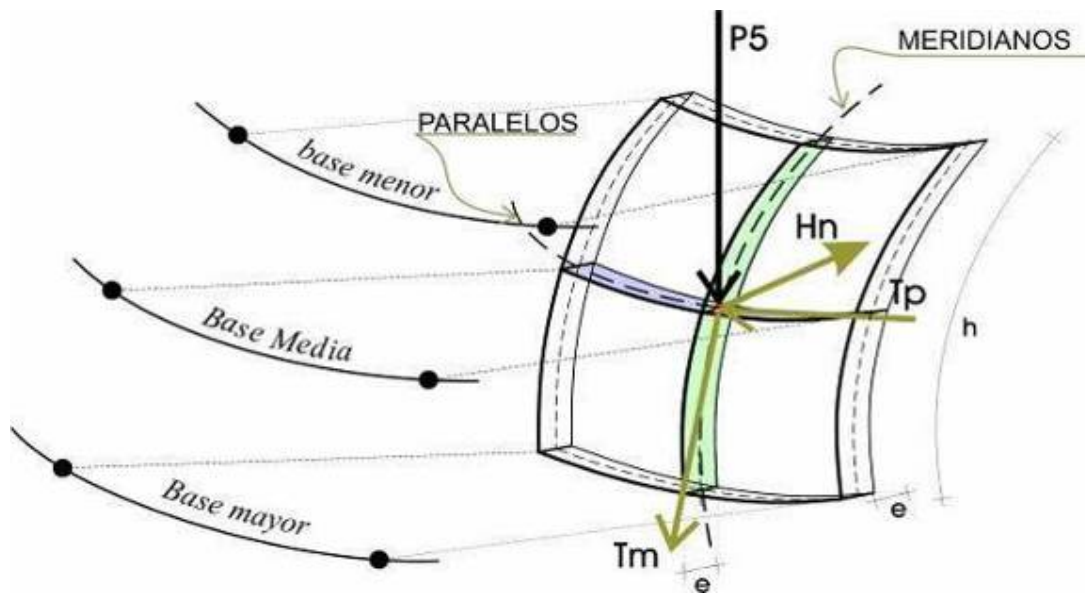
$$H' n = \frac{H n (m)}{Bgn (m)}$$

e. Tensión de los paralelos según la teoría de la envolvente cilíndrica

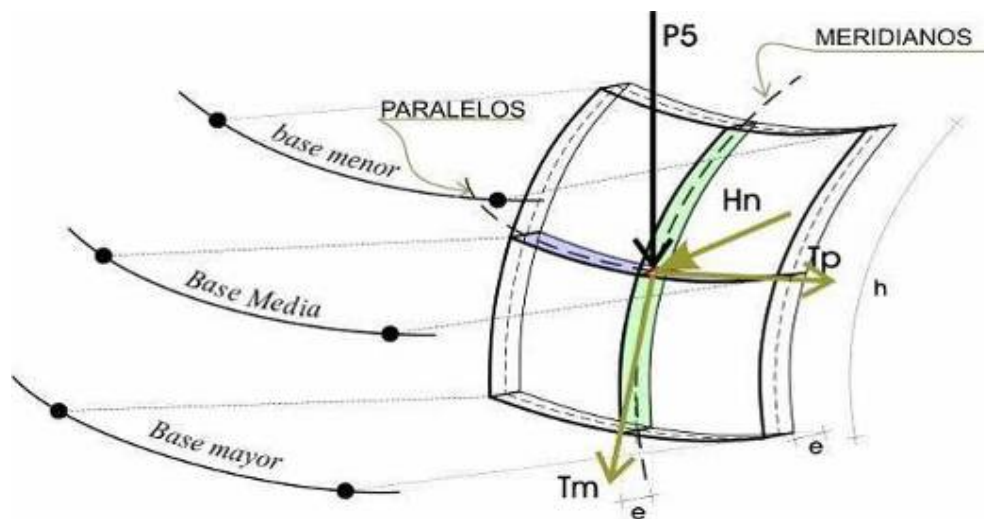
$$Tpn = H' 1...n \times r 1...n (Kg)$$

RECORDEMOS QUE: la fuerza P se descompone en una fuerza normal a la lámina (según la teoría de la envolvente cilíndrica) y que esta fuerza P está en función del radio.

Esta es la tensión de los paralelos y hay que distribuirla en la base media (o arco baricéntrico) de cada sector.



SECCIÓN POR ARRIBA DEL EJE NEUTRO



SECCIÓN POR DEBAJO DEL EJE NEUTRO

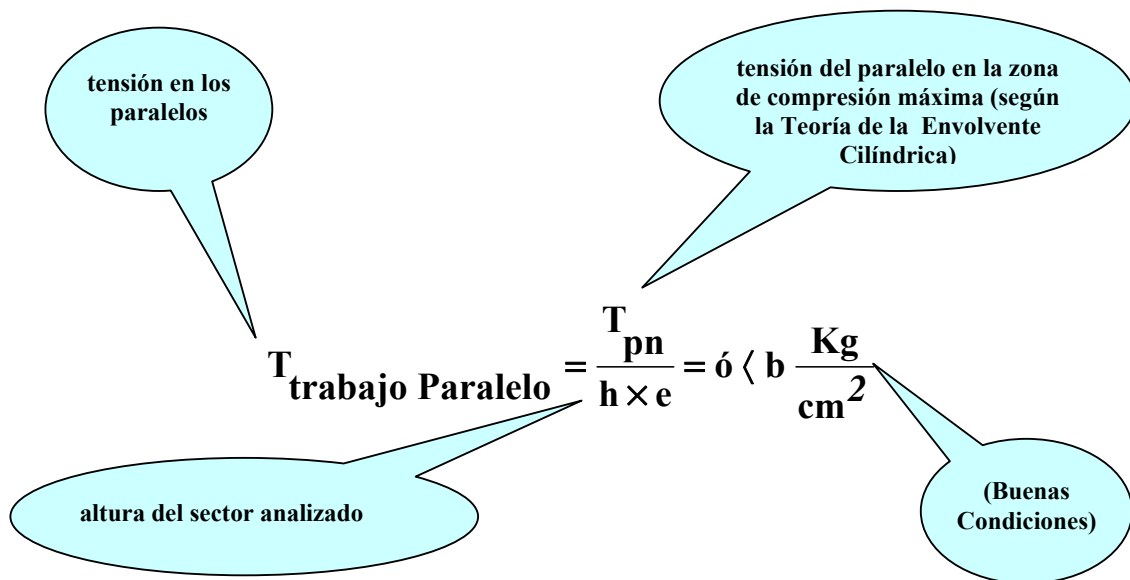
Figura 12

Verificación del espesor

- Hay que dividir la fuerza P por la sección correspondiente y el resultado debe ser menor a la tensión admisible del
- Hormigón ($\sigma_{b adm}$)

- En los paralelos verificamos con la tensión máxima en la zona de compresión y con el $\sigma_{b adm}$
- En la zona de tracción verificamos con la tensión admisible del acero ($\sigma_{a adm}$) y se distribuyen los hierros a lo largo del sector correspondiente.

a. Verificación del espesor según el paralelo más solicitado



4. Espesor en el paralelo

$$\therefore = \frac{T_{pn}}{b \times h} (cm)$$

SI LA TENSIÓN DE TRABAJO SUPERA LA TENSIÓN ADMISIBLE HAY QUE REDIMENSIONAR EL ESPESOR DE LA CÁSCARA.

5. Tensión en los meridianos

$$T_{\text{trabajo Meridiano}} = \frac{T_m(\text{max})}{e \times B....} = \text{ó} < b \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2}$$

dato que se obtiene del

(Buenas)

base del sector correspondiente a la Tensión en el Meridiano máxima

6. Dimensionamiento de la armadura

a. Armadura en cada uno de los paralelos

$$Fe_{p...n} = \frac{T_p...n}{a} (cm^2)$$

$$\Phi = \frac{\sqrt{F_{ep...n} \times 4}}{a} (cm)$$

b. Cálculo de anillos de borde

$$\text{Perímetro en planta} = \Pi \times D$$

$$H'b = \frac{Hb (\text{fuerza horizontal que completa el funicular})}{\text{Separación entre meridianos}} \left(\frac{\text{Kg}}{m} \right)$$

$$\therefore \text{Separ. de Meridianos} = \text{Per.} \alpha = \frac{\text{perímetro}}{n^\circ \text{ de meridianos}} (m)$$

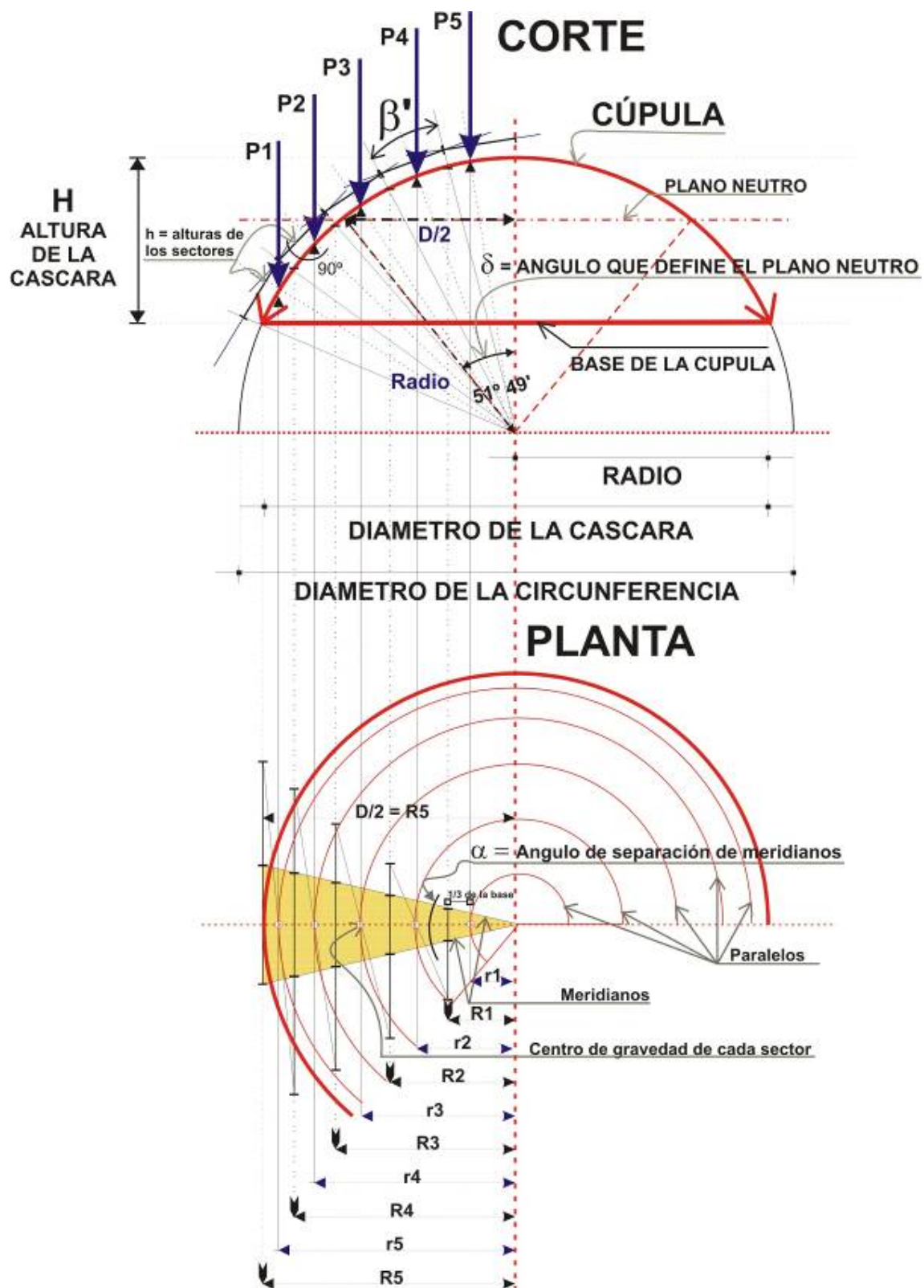
$$Tb = H'b \times D/2 (Kg)$$

distribución de cargas

tensión de borde

$$Fe_{\text{borde}} = \frac{Tb(Kg)}{\sigma_{adm} \left(\frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} \right)} = (cm^2)$$

armadura de borde



“Tipos estructurales con componentes superficiales rígidos”

3.4. SISTEMA ESTRUCTURAL DE CURVATURA TOTAL NEGATIVA

3.4.1. PARABOLOIDE HIPERBÓLICO

“En este módulo estudiaremos una familia muy particular de las estructuras laminares, principalmente por su aplicación en múltiples soluciones de cubiertas de grandes luces conformadas con superficies de curvatura total negativa: los paraboloides hiperbólicos”.

Introducción

El Paraboloide Hiperbólico (PH) es una superficie de doble curvatura negativa, generado por parábolas (generatriz y directriz), cuya característica principal está en la relación de éstas entre sí, al estar contenidas en planos normales entre sí, y cuyas concavidades son opuestas, lo que significa que los respectivos radios de curvatura, en el punto de confluencia de ambas curvas, están contenidos en cada uno de los sectores en que divide la superficie al espacio, respectivamente.

El caso genérico de PH es aquél generado por dos parábolas iguales (generatriz y directriz). Si a la superficie así lograda, la intersectamos por dos planos normales entre sí, de tal manera que ambos formen, cada uno, un ángulo de 45° con respecto al plano base de la superficie, la traza o intersección entre ésta y los planos considerados será un sector del PH de planta cuadrada, conocido con el nombre de cuadrilátero Gausso (en relación con Gauss, quién fuera un científico estudioso de este tipo de superficies).

Dada la característica muy particular de esta superficie, de ser generada indistintamente por rectas (parábolas) o rectas, el *cuadrilátero Gausso* no sólo se inserta en una planta cuadrada, sino que sus lados respectivos son rectas (precisamente las rectas que intervienen en la generación de la superficie).

En la Unidad 1 ya hemos estudiado suficientemente esta superficie, por lo que entendemos que no hay razón para extenderse en ello, aún cuando el lector quiera abundar en detalle, puesto que tiene a su disposición los documentos cargados oportunamente en la plataforma.

La construcción de un cuadrilátero Gausso es muy simple, partiendo de una planta cuadrada (ABCD), sobre la que se traza una cuadrícula. Se elevan dos de los vértices opuestos (A y C), mientras los otros dos (B y D) permanecen en su sitio, apoyados sobre el plano (Figura 1), de modo que el vértice A pase a la posición A' y el C a la C'. Luego se eleva la cuadrícula de la planta, haciendo que se apoye sobre los lados inclinados del cuadrilátero, logrando así la conformación de la superficie del PH.

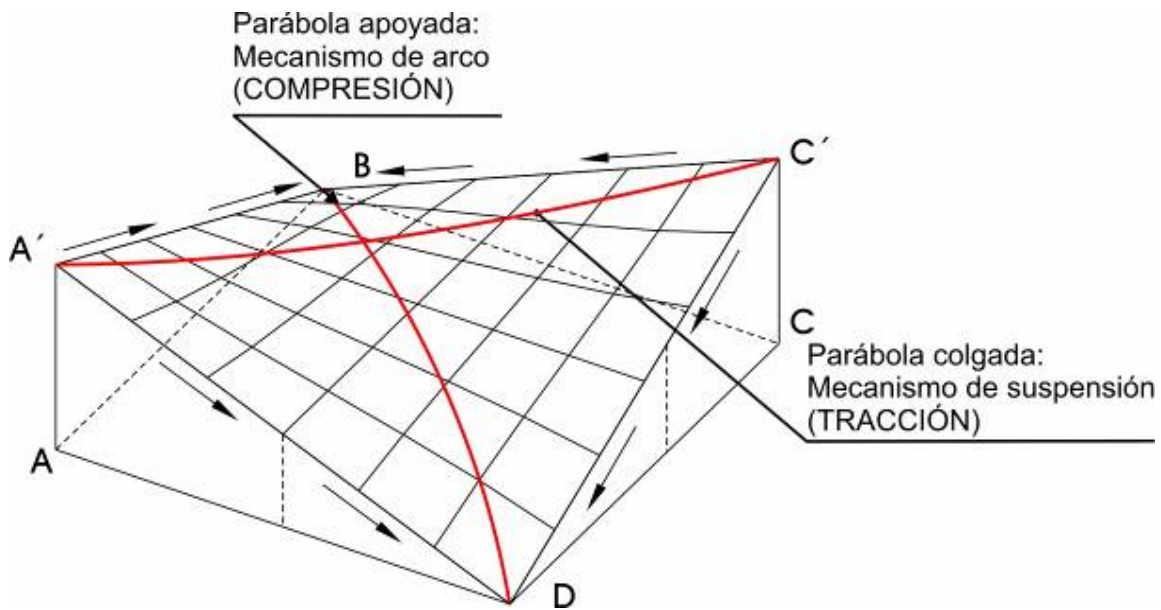


Figura 1

Las secciones de la superficie con planos normales a la planta y paralelos a las diagonales, son siempre parábolas con concavidades opuestas (positiva y negativa), correspondientes a la generatriz y la directriz, respectivamente, cuando construimos la superficie a partir de curvas en lugar de rectas.

Estas condiciones geométricas tan particulares de la superficie hacen posible la construcción de la estructura a partir de un encofrado relativamente sencillo resuelto con elementos rectilíneos aprovechando la dirección de las generatrices rectas.

En el PH, las cargas se transmiten a los bordes en la dirección de las parábolas principales, en las que se destaca, por un lado un mecanismo de arco (parábolas comprimidas), y por el otro un mecanismo de suspensión (parábolas traccionadas).

La resultante de las tensiones superficiales actúa en la dirección del borde, por lo que éste permanece libre de flexiones, soportando un esfuerzo de compresión que va en aumento desde el inicio del borde hasta el apoyo, donde la tensión es máxima.

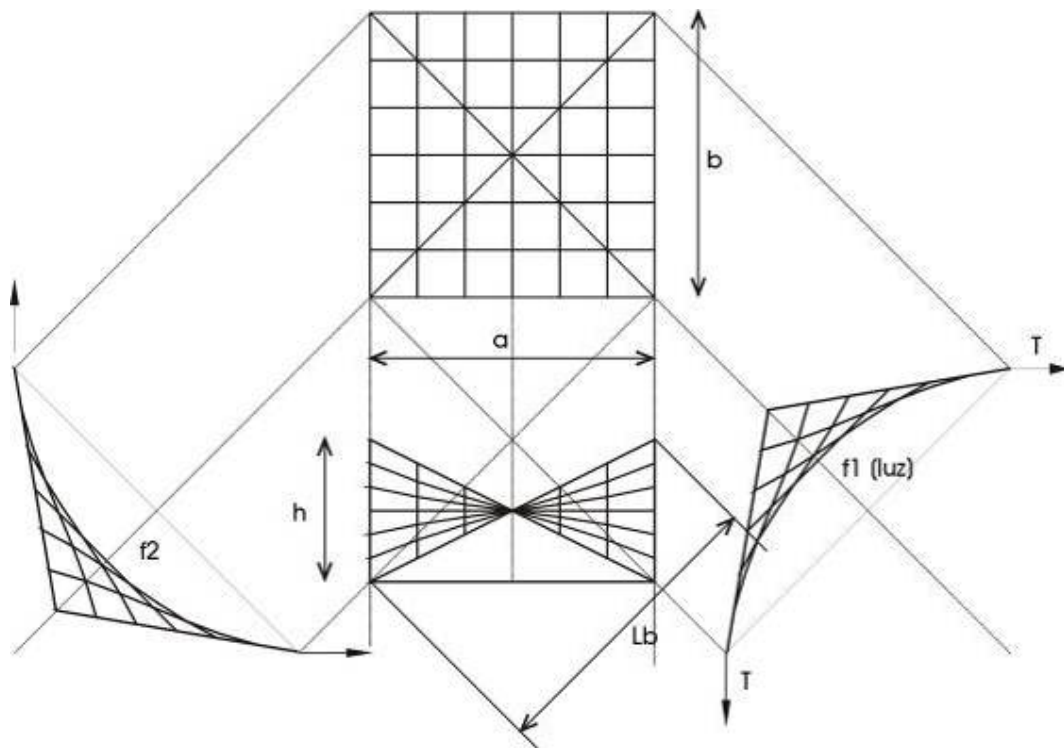


Figura 2

GUÍA DEL TRABAJO PRÁCTICO

Procedimiento para el cálculo.

1. Análisis de Cargas.
2. Calculo de Tensiones: H, V y T.
3. Verificación de la compresión y dimensionamiento de la armadura.
4. Verificación y dimensionamiento de los bordes.
5. Dimensionamiento del tensor.

Para el cálculo de esfuerzos se considera a la superficie del P.H. dividida en dos series de arcos parabólicos que siguen la dirección de las parábolas principales y forman un ángulo de 45° con las generatrices rectas.

Cuando la relación entre la flecha y la luz de las parábolas principales está dentro de ciertos límites

$F/l \leq 0,15$ se puede considerar que la carga "q" (Kg./m²) de la cáscara, está uniformemente repartida en su proyección horizontal y, por lo tanto, las parábolas actuarán como forma de equilibrio de la carga.

La carga se distribuye por mitades entre ambas series de parábolas (comprimidas y traccionadas), ya que ambas familias de curvas poseen igual curvatura.

Datos

a = b = lado de la proyección en planta del paraboloide hiperbólico (m)	α = ángulo que forma el borde del P.H. con respecto a la horizontal
f = flecha de las parábolas principales que, por tratarse de una superficie simétrica, es igual para cada una (m)	e = espesor de la lámina (m)
	σ_a = tensión admisible del acero (Kg/cm²)
	σ_b = tensión admisible del hormigón (Kg/cm²)
h = 2f = altura total del paraboloide hiperbólico que, por igual motivo anterior, es igual a dos veces la flecha (m)	γ = peso específico del hormigón (Kg/m³)
	sob = sobrecarga (Kg/m²)
	$l = \sqrt{a^2 + b^2}$

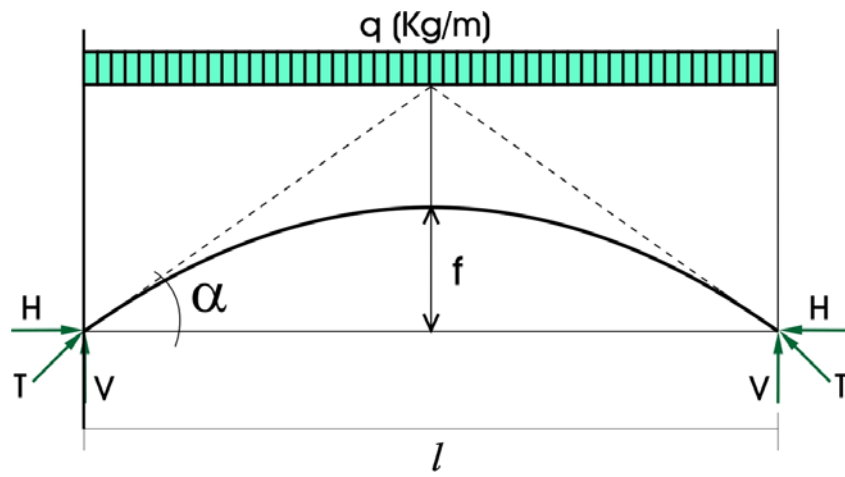
Análisis de cargas

$$g \text{ (Kg/m}^2\text{)} = d \text{ (Kg/m}^3\text{)} \times e \text{ (m)}$$

$$\text{sob (Kg/m}^2\text{)} + g \text{ (Kg/m}^2\text{)} = "q" \text{ (Kg/m}^2\text{)} \times 1\text{m} = q \text{ (Kg/m)} \text{ carga actuando por metro}$$

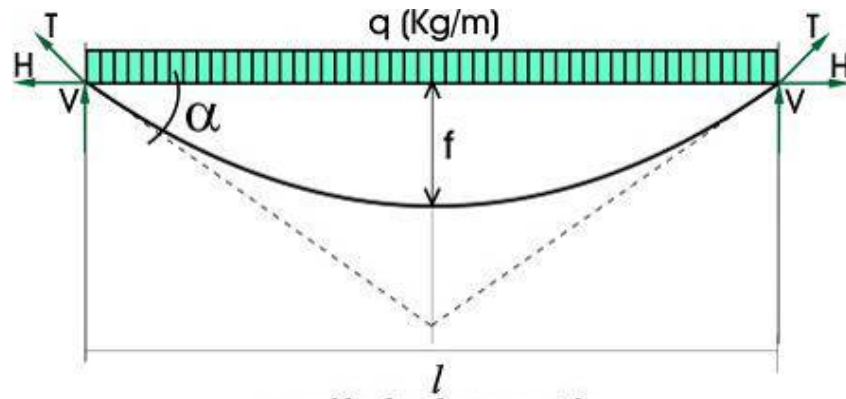
La carga **q** actuante sobre la cáscara, se reparte proporcionalmente en ambas direcciones: **q₁** (carga actuante sobre las parábolas comprimidas) y **q₂** (carga actuante sobre las parábolas traccionadas).

En razón de que el paraboloide hiperbólico es simétrico, resulta: **q₁ = q₂ = q/2**



parábola de compresión

Figura 3



parábola de tracción

Figura 4

Calculo de las tensiones

$$H \text{ (Kg)} = \frac{q \left(\frac{\text{Kg}}{\text{m}} \right) \times l^2 \text{ (m}^2\text{)}}{8 \times f \text{ (m)}} \quad V \text{ (Kg)} = \frac{q \left(\frac{\text{Kg}}{\text{m}} \right) \times l \text{ (m)}}{2} \quad T \text{ (Kg)} = \sqrt{H^2 \text{ (Kg}^2\text{)} + V^2 \text{ (Kg}^2\text{)}}$$

Verificación a la compresión

$$\sigma_b \left(\frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} \right) = \frac{T \text{ (Kg)}}{F \text{ (cm}^2\text{)}} < \sigma_{adm}$$

$$F \text{ (cm}^2\text{)} = e \text{ (cm)} \times 100 \text{ cm}$$

Dimensionamiento de la armadura: con respecto a la distribución de la armadura hay dos posibilidades, colocando los hierros siguiendo la dirección de las parábolas traccionadas o en dirección de los bordes.

Si se ubica la armadura de tracción en forma paralela a los bordes se simplifica mucho el aspecto constructivo, ya que es más simple colocar hierros rectos que curvarlos en la dirección de las parábolas, sobre todo teniendo en cuenta el pequeño espesor de este tipo de estructuras.

$$F_a \text{ (cm}^2\text{)} = \frac{T \text{ (Kg)}}{\sigma_a \left(\frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} \right)}$$

$$F_a \text{ se distribuye en una faja de 1 metro: } \frac{F_a}{1 \text{ m}}$$

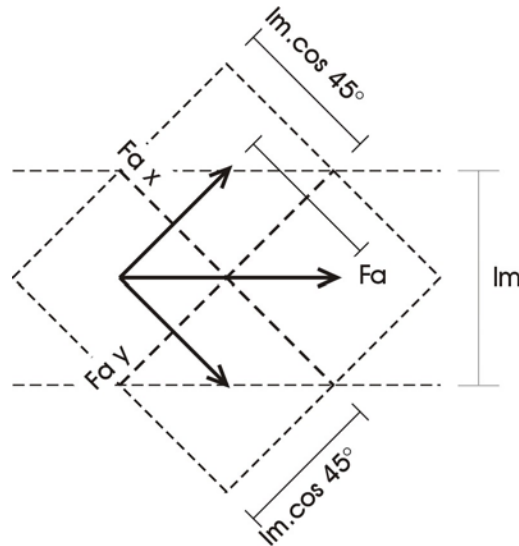
$$F_{ax} = F_{ay} = F_a \times \cos 45^\circ$$

$$F_{ax} \text{ y } F_{ay} \text{ se distribuyen en una faja de 1 metro } \times \cos 45^\circ: \frac{F_{ax}}{1 \text{ m} \times \cos 45^\circ}$$

$$F_{ax} = F_{ay} = \frac{F_a \times \cos 45^\circ}{1 \text{ m} \times \cos 45^\circ} = \frac{F_a}{1 \text{ m}}$$

En definitiva, se está colocando igual sección de armadura, pero ahora en ambas direcciones.

Si prestamos atención, este sistema de colocación de la armadura, siguiendo direcciones paralelas a los bordes, exige el doble de sección de hierro que en el caso de optar por colocar la armadura siguiendo la curvatura de las parábolas de tracción.



Figr 5

Verificación y dimensionamiento de los bordes:

En este tipo de P.H. los bordes pueden compararse a una columna solicitada a compresión, en consecuencia deben estar dimensionados para absorber dichas tensiones.

Las fuerzas de compresión que se canalizan en el borde varían desde un valor cero en el vértice superior (donde la parábola de compresión es nula) hasta un valor máximo en el vértice inferior (donde la parábola de compresión es máxima).

Calculamos el esfuerzo máximo de compresión en el apoyo y dimensionamos el borde.

Analicemos ahora qué pasa en el borde:

El esfuerzo de borde T_b es el resultado de la acción que le transmiten al mismo las parábolas de tracción en un sentido, y las de compresión en el otro. La resultante de ambas es una carga que se canaliza axialmente, comprimiendo el borde en un valor creciente desde el vértice superior hasta el apoyo.

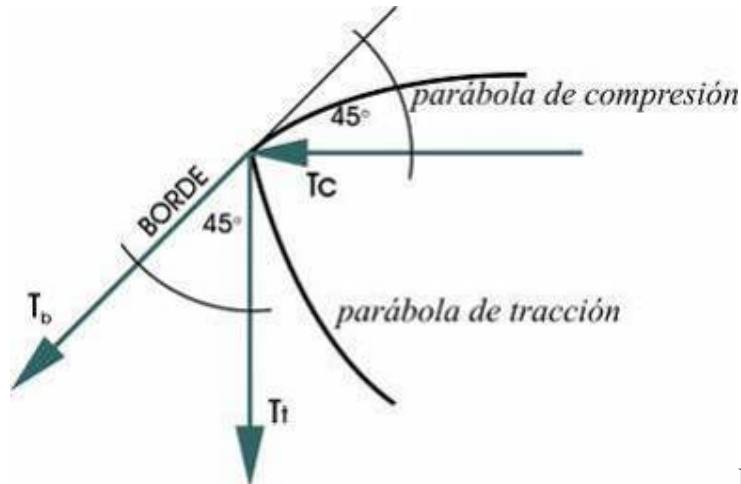


Figura 6

Esto permite dimensionar el borde con sección variable desde un mínimo en el vértice superior hasta un máximo en el apoyo.

Vemos como actúan los esfuerzos de Compresión (T_c) y de tracción (T_t) debidos a la concurrencia de ambas parábolas en el borde.

Tratándose de una superficie simétrica, ambas parábolas son iguales y reciben la misma cantidad de cargas (según ya vimos en el análisis de carga realizado oportunamente).

Estudiando el caso particular de la parábola máxima (correspondiente a la luz "L"), tenemos:

Para la parábola de compresión:

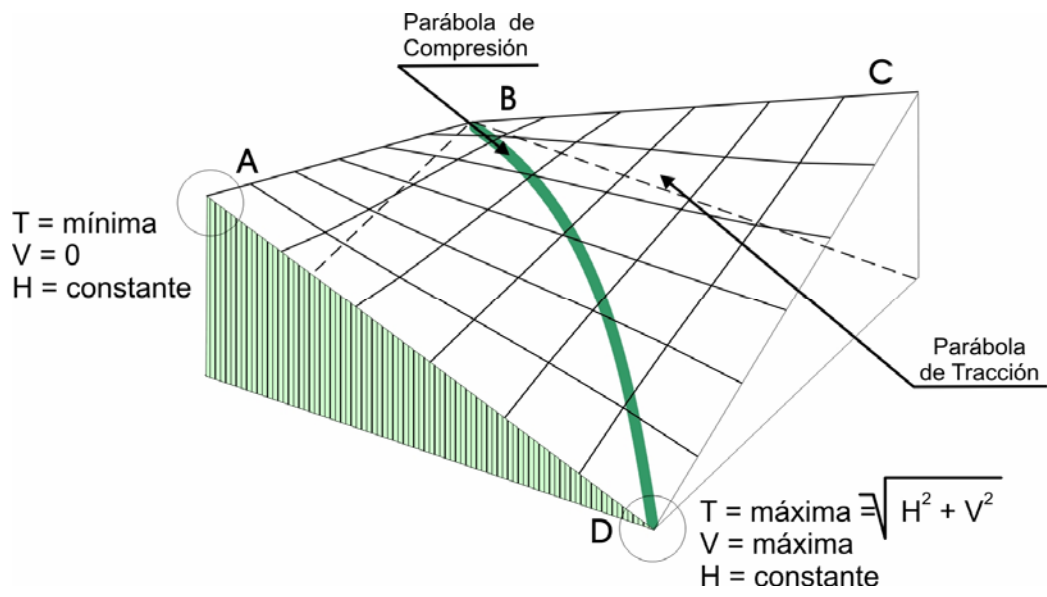
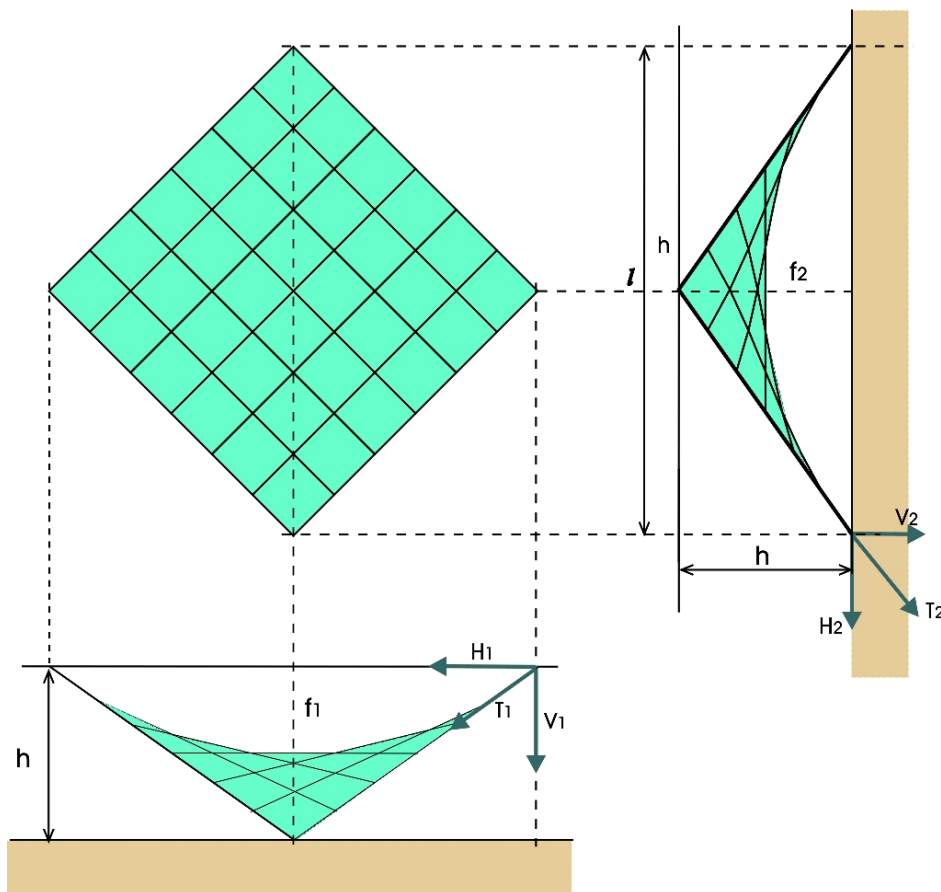


Figura 7



Y para la parábola de tracción:

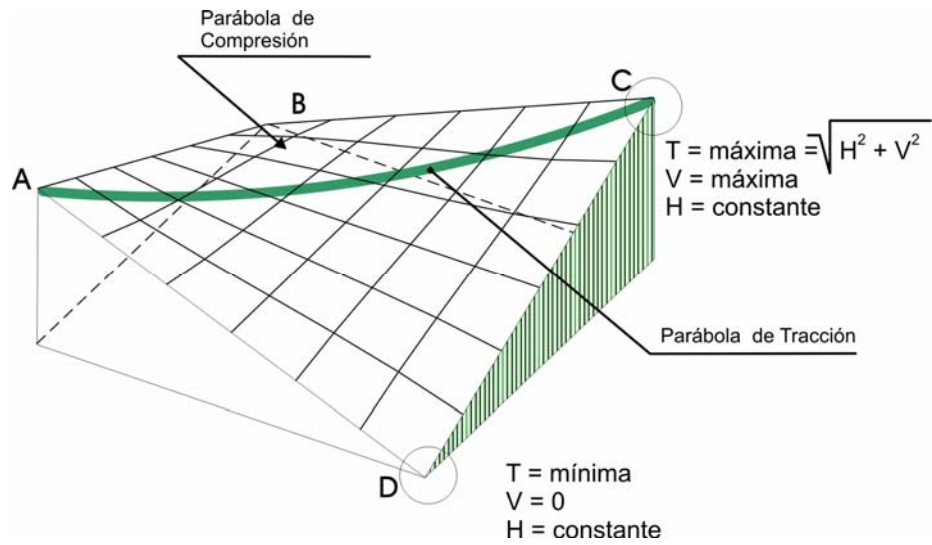
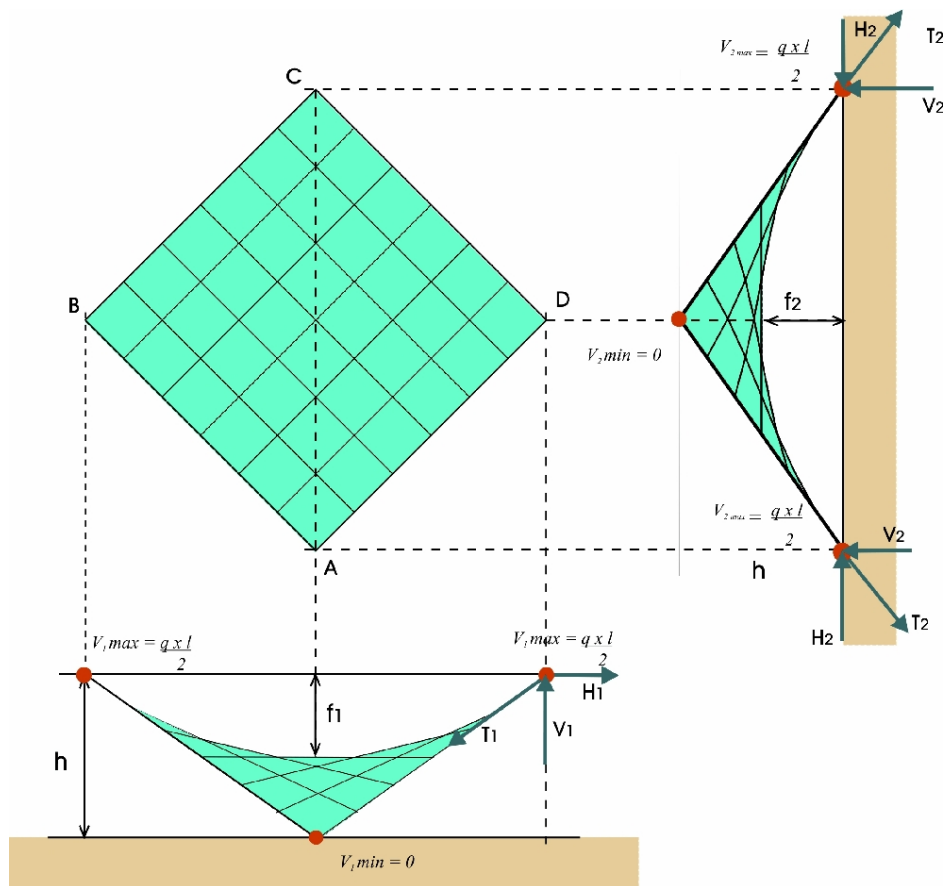


Figura 8



Ubicamos estos gráficos en el Paraboloide. Para las distintas posiciones de cada parábola en su desplazamiento desde el centro hacia cualquiera de los extremos, la luz

varía entre 1 y 0, sabemos además, que mientras H se mantiene constante (vale: $\frac{q \times l^2}{8 f}$

en cualquier punto de la parábola), V varía entre un máximo ($V_{\max} = \frac{q \times l}{2}$) y un mínimo ($V_{\min} = 0$).

Consideremos ahora lo que sucede en un borde cualquiera del Paraboloide: H_1 y H_2 se mantiene constante en todos los puntos, siendo $H_1 = H_2$.

Es decir que la fuerza horizontal en el borde equivale a la fuerza horizontal de cualquiera de las parábolas principales, aplicada cada metro de borde.

V_1 y V_2 en cambio, varían linealmente desde un mínimo (0), en un vértice, hasta un máximo, en el otro, lo que podemos graficar de la siguiente manera:

En el lado AB tenemos:

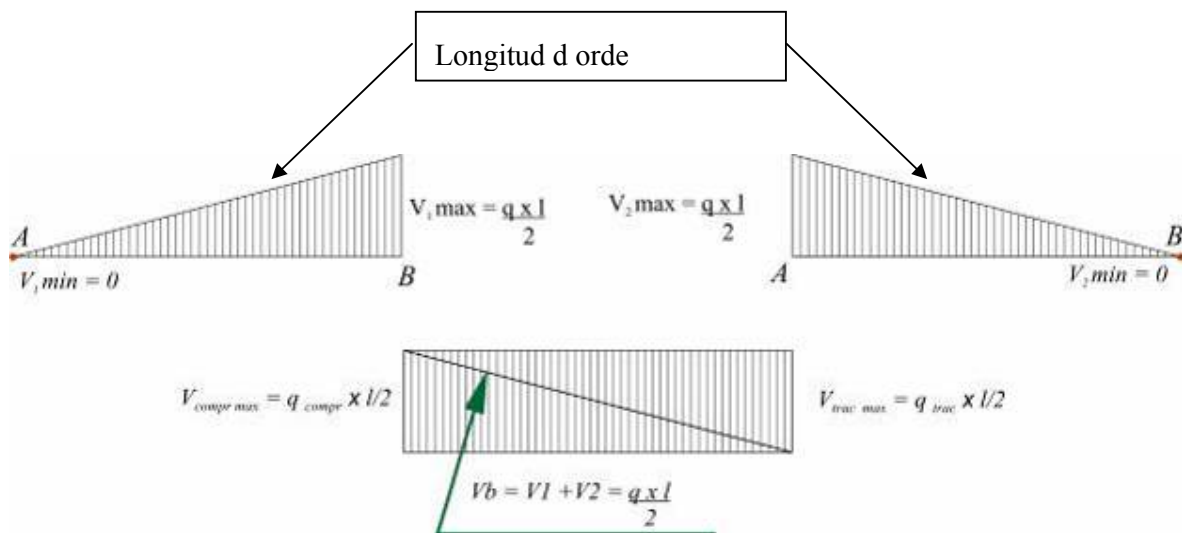


Figura 9

Luego, V_{borde} también se mantiene constante a lo largo de todo el borde.

Componiendo H_{borde} y V_{borde} obtenemos: $T_b = \sqrt{(V_b^2 + H_b^2)}$

Esto significa que el valor de la tensión de borde (T_{borde}) es igual a la tensión máxima en cualquiera de las parábolas principales pero distribuida por metro. De esta manera, podemos calcular el esfuerzo máximo del borde, en el apoyo, multiplicando

$T_{borde} \left(\frac{Kg}{m} \right)$ por la longitud del borde $l_{borde} (m)$.

$$T_{borde \text{ máx}} (Kg) = T_{borde} \left(\frac{Kg}{m} \right) \times l_{borde} (m)$$

$$\sigma = \sigma_b + 15 \mu \sigma_b$$

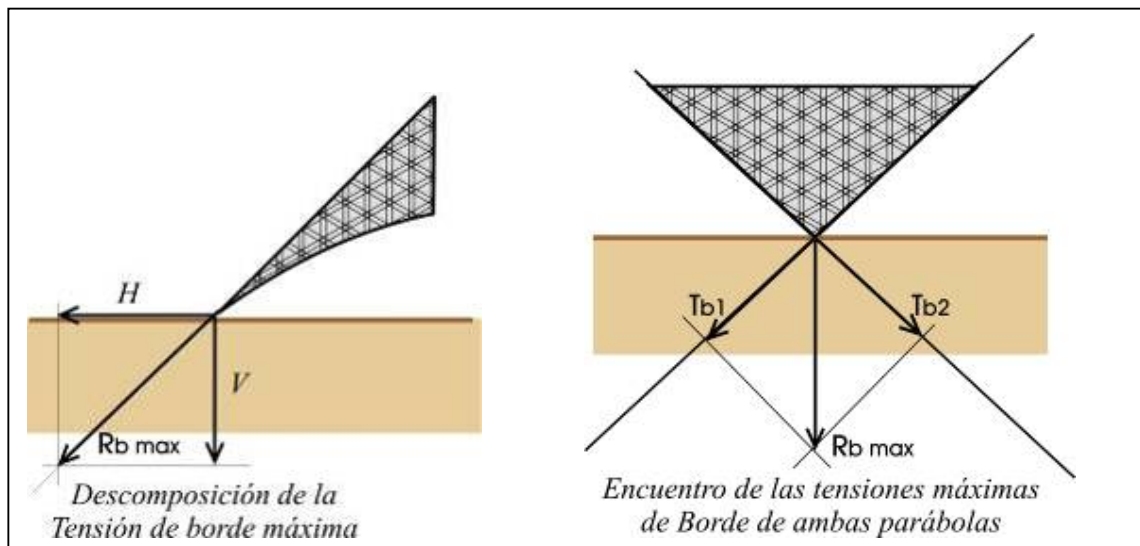
$$l_{borde} = \sqrt{h^2 + a^2}$$

$$F_{e \text{ borde}} = \Omega \times \mu$$

$$\sigma = \sigma_b (1 + 15 \mu)$$

$$\sigma = \sigma_b (1 + 0,15) = 1,15 \sigma_b$$

Los esfuerzos $T_{borde 1}$ y $T_{borde 2}$ concurren al apoyo y se componen en una resultante $R_{borde \text{ máx}}$ que actúa en cada apoyo.



$$R_{apoyo \text{ máx}} (Kg) = \sqrt{T_{borde \text{ máx } 1}^2 + T_{borde \text{ máx } 2}^2} = \sqrt{2 \times T_{borde \text{ máx}}^2} = T_{borde \text{ máx}} \times \sqrt{2}$$

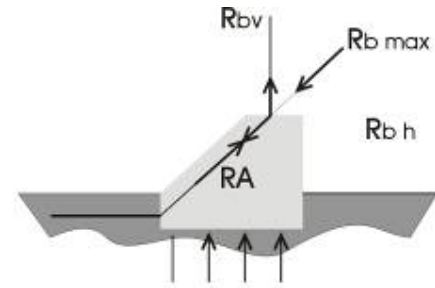
Siendo:

$$T_{\text{borde máx } 1} = T_{\text{borde máx } 2}$$

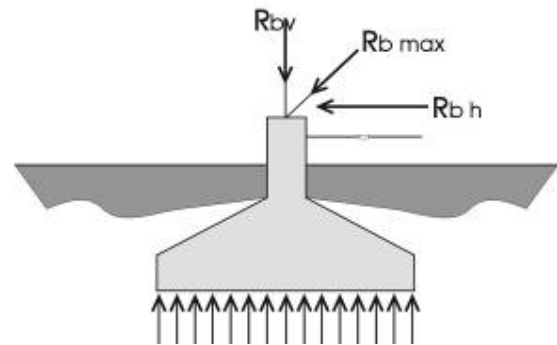
Tenemos: $R_{\text{apoyo máx}} (Kg) = T_{\text{borde máx } 1} \times \sqrt{2} = T_{\text{borde máx } 2} \times \sqrt{2}$

Esta $R_{\text{apoyo máx}}$ debe ser equilibrada con una reacción de igual intensidad y de sentido contrario, para lo cual existen varias soluciones:

a) Con un contrafuerte que recibe las cargas y actúa en dos sentidos, conteniendo la acción de la componente vertical, transmitiéndola al suelo, y resistiendo la componente horizontal por rozamiento en su contacto con el terreno.



b) Descomponiendo $R_{\text{apoyo máx}}$ en dos componentes, una horizontal ($R_{\text{horizontal}}$) y otra vertical (R_{vertical}), de modo que esta última transmita la carga al terreno, mediante una base, y la primera sea absorbida mediante un tensor.



Dimensionamiento del tensor

Una vez calculados los esfuerzos en el apoyo, hemos visto que la componente vertical se absorbe con una base y la componente horizontal con un tensor.

El dimensionamiento del tensor se realiza en función de la tensión admisible del acceso seleccionado para tal fin.

Luego:

$$F_{\text{tensor}} = \frac{R_{\text{horizontal}}}{\sigma_{\text{adm}}}$$

ALGUNOS EJEMPLOS

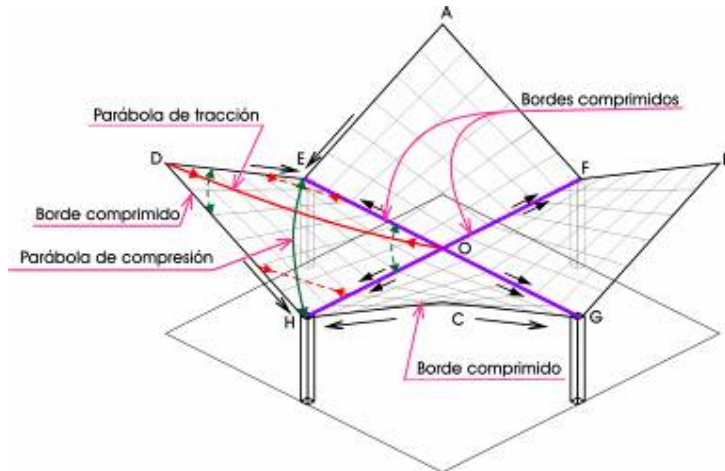


Club Deportivo en La Habana, Cuba

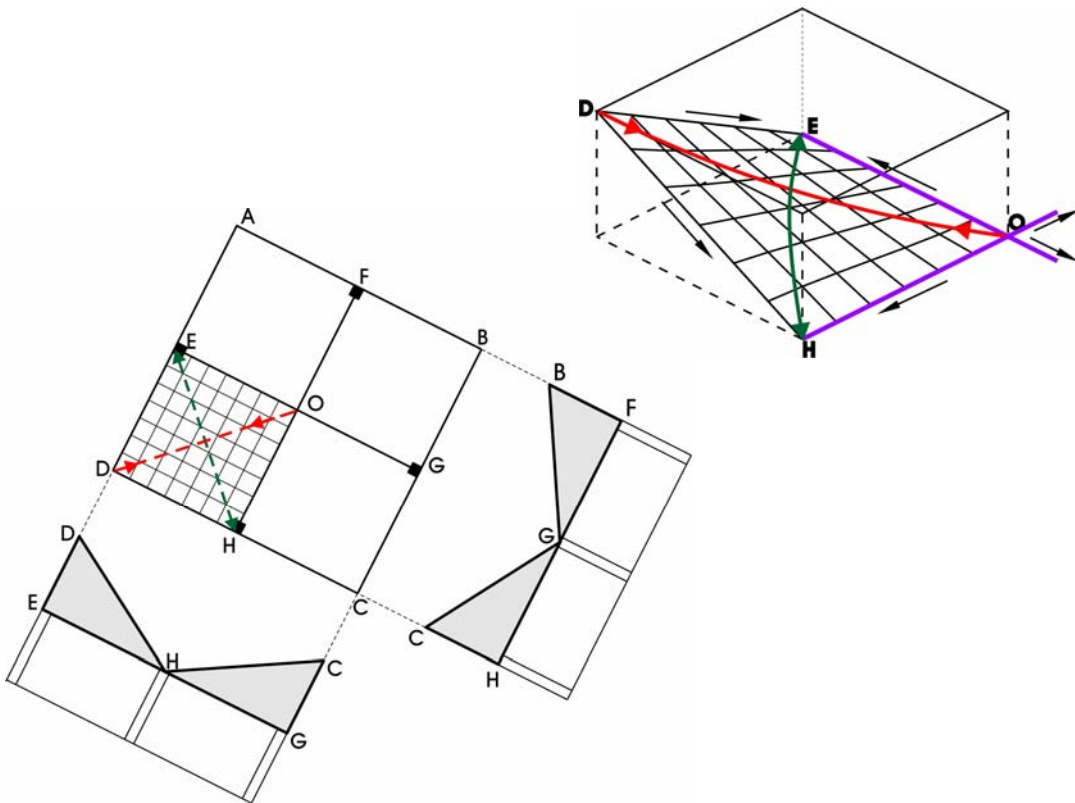


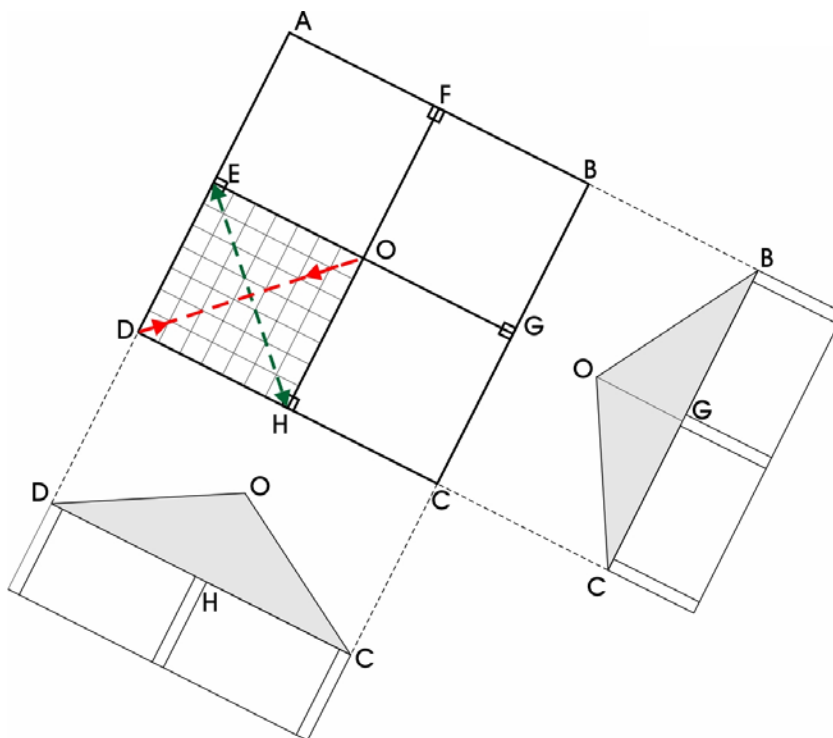
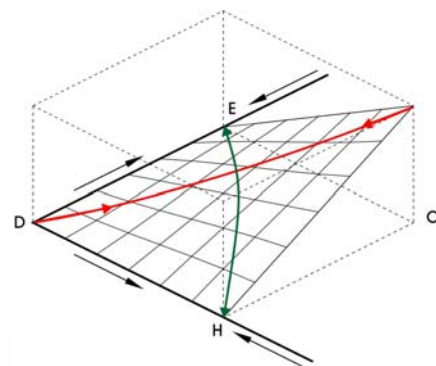
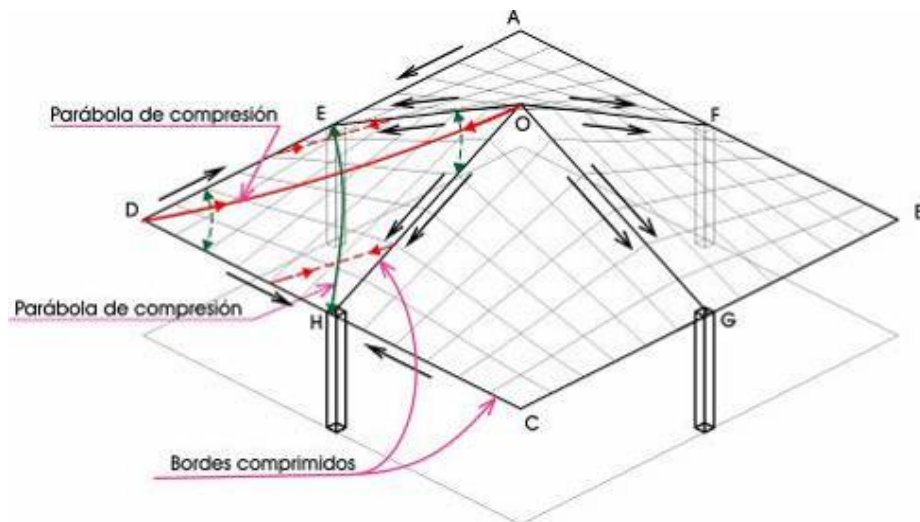
Centro Multideportivo en La Habana, Cuba

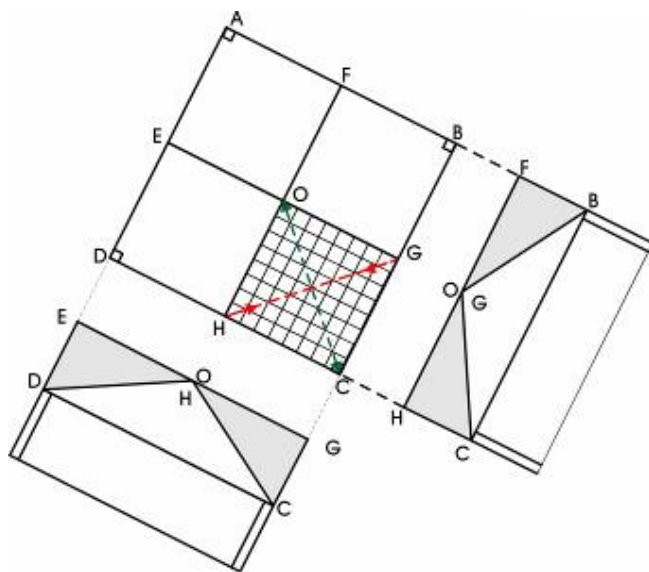
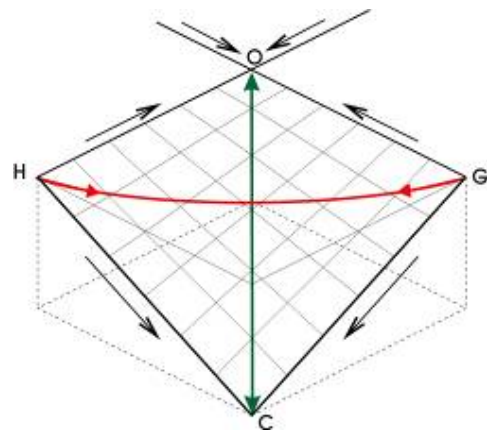
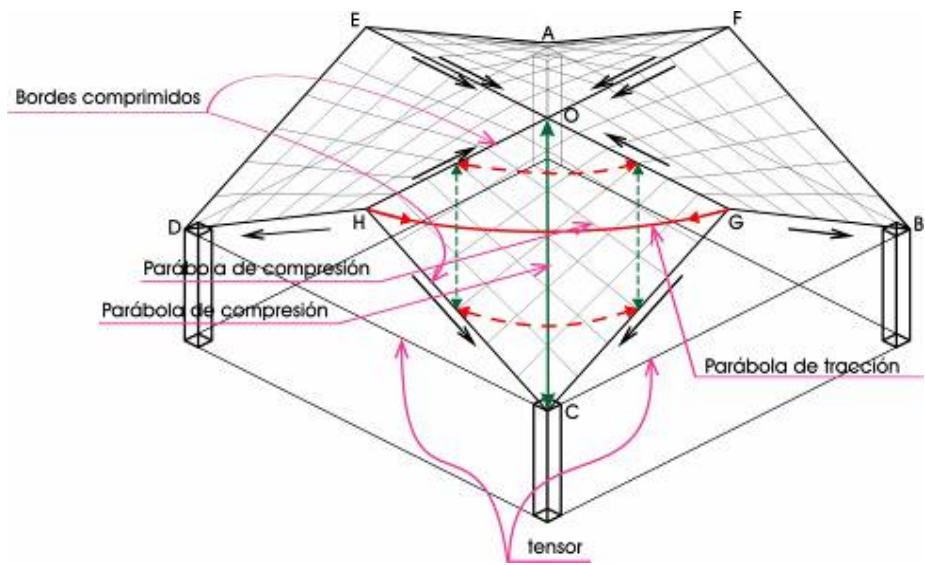
“En esta segunda parte veremos en ejemplos de Paraboloides Hiperbólicos Combinados algunas de las posibilidades de diseño de esta estructura para solucionar Grandes Luces.

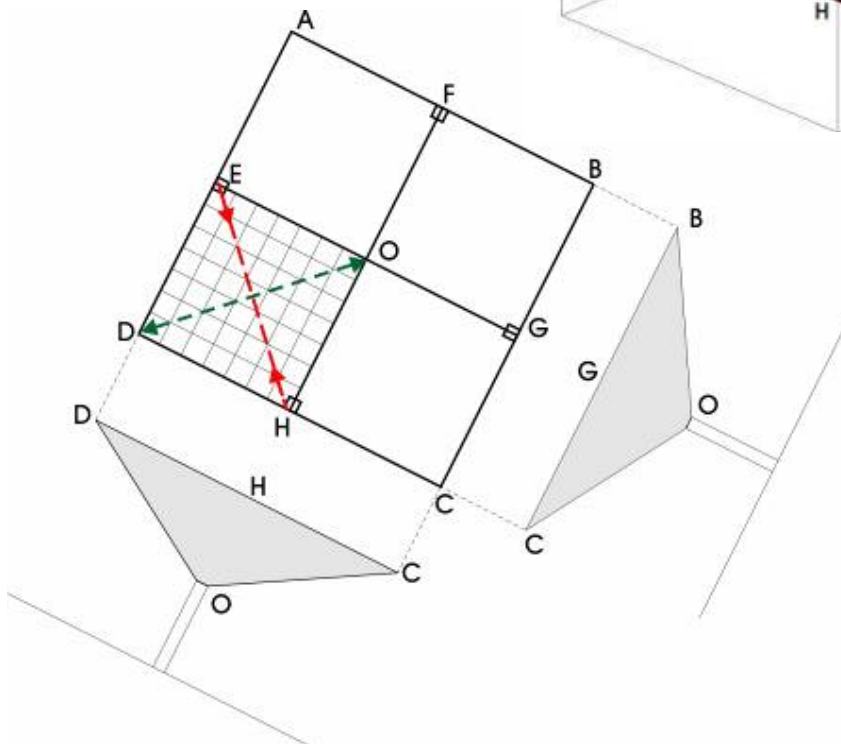
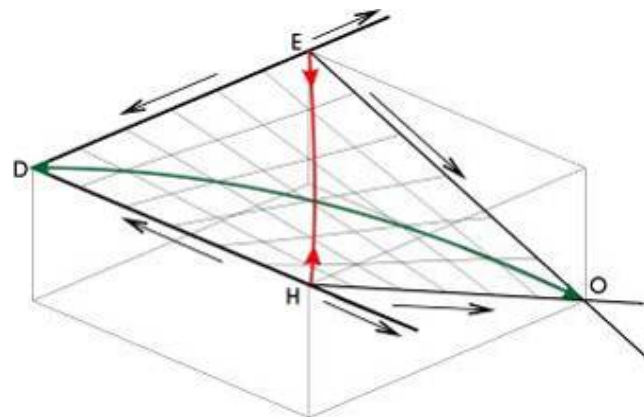
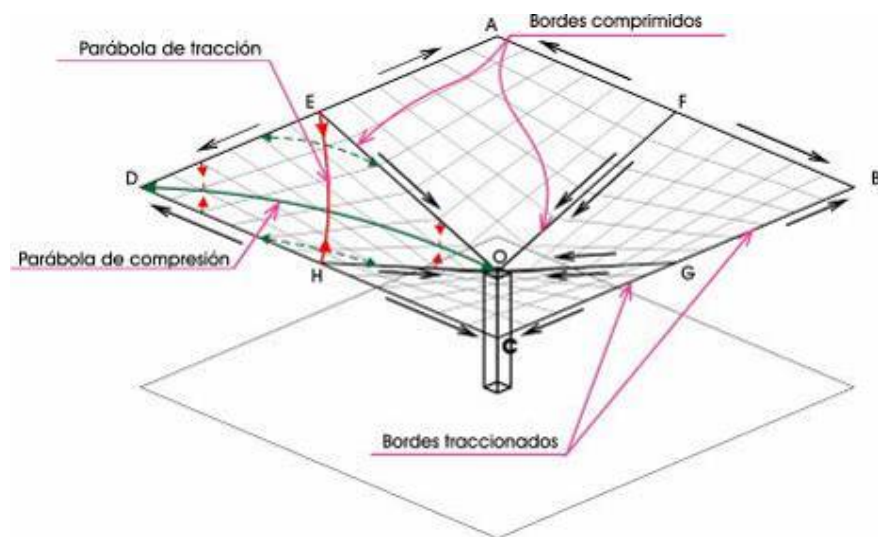


La acción de compresión en los bordes interiores produce un empuje en las columnas que debe ser contrarrestado con un tensor.

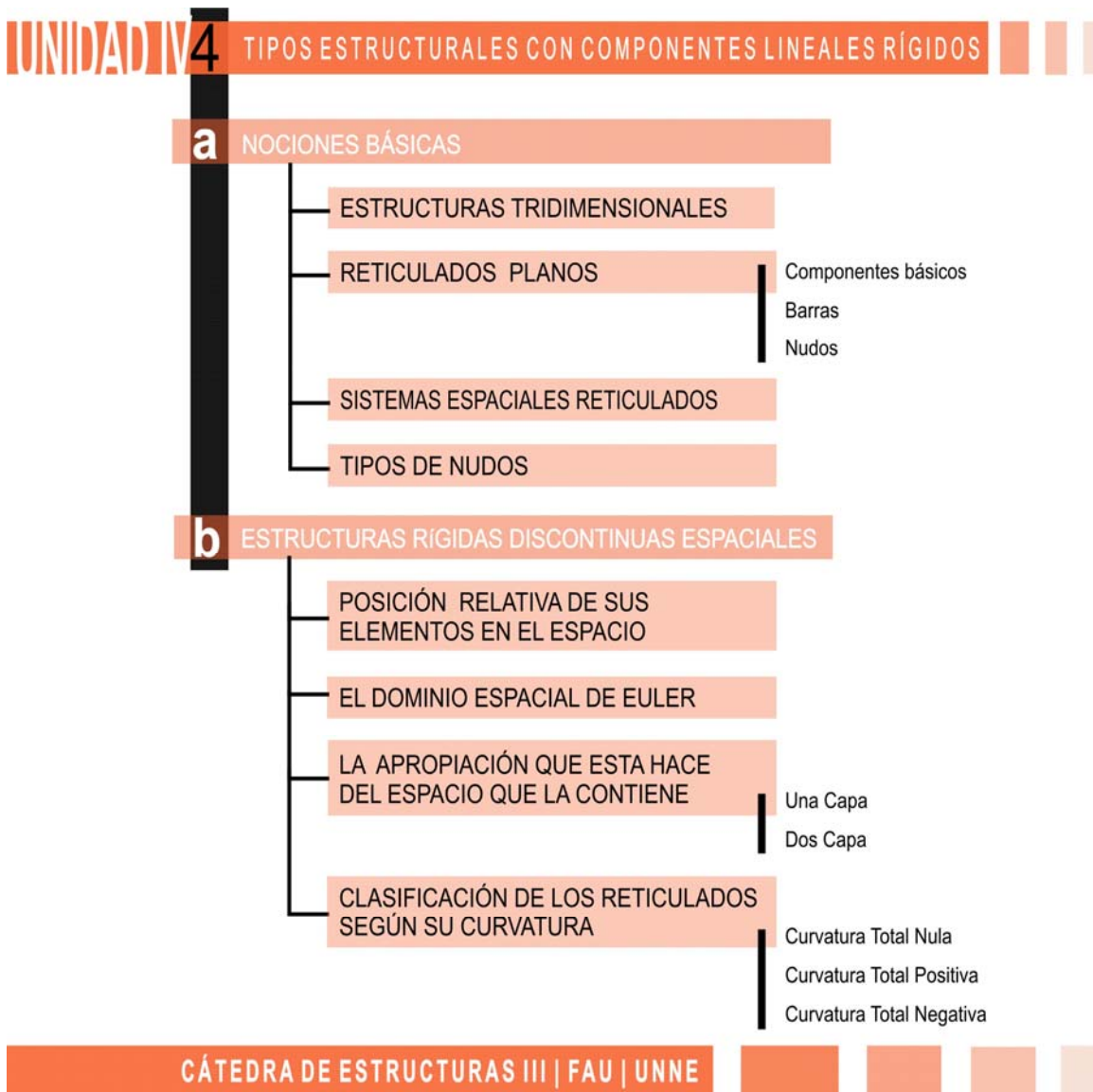








Objetivos de la Unidad: Adiestrar al alumno en el manejo de los principios básicos que rigen el dominio espacial y el comportamiento estructural de los tipos estructurales rígidos discontinuos, también conocidos como estéreoestructuras o reticulados espaciales.



“SISTEMAS ESTRUCTURALES LINEALES RÍGIDOS”

4.1. NOCIONES BÁSICAS

La necesidad de crear espacios cubiertos de dimensiones cada vez más grandes, y adaptarlos a las nuevas exigencias arquitectónicas, la inquietud por aliar la estabilidad a la estética, la obligación de lograr un arreglo entre los tres factores: vano, peso propio y sobrecarga, han llevado a la búsqueda de soluciones estructurales más ambiciosas, y condujeron a la utilización de sistemas estructurales basados en la triangulación del espacio.

Bell, Torroja, Le Ricolais, Buckminster Fuller, Makowski, Frei Otto, Wakchmann y otros, están íntimamente ligados entre sí gracias a este problema.

Estas estructuras, llamadas TRIDIMENSIONALES, se basan en la configuración de tramas trianguladas, por lo que también se las identifica como sistemas discontinuos, reticulados o mallas espaciales.

Los descubrimientos de la Química Orgánica a finales del siglo XIX influyeron notablemente en el desarrollo de los reticulados cuando se comprobó que la configuración tetraoctaédrica es la base de toda su organización estructural. Descubrimientos simultáneos en otros campos, hacen suponer que la estructuración de la naturaleza se logra por coordinación de crecimientos tetraoctaédricos. Por ejemplo: esferas de igual radio reunidas lo más compactamente posible forman tetraedros enteros o truncados y aglomeraciones de este tipo explican todas las formas de la estructura celular del tejido vivo.

Estos reticulados se construyen a partir de barras (elementos de longitud pequeña, comparada con la de la estructura) unidas entre sí en sus extremos (nudos), dando origen a una red tridimensional en la que los elementos siguen determinados principios de organización y una disposición estructural preestablecida.

Estos sistemas, en razón de su geometría y su isotropía, características en ellos, poseen una gran resistencia, poniendo en evidencia la relación de máximo rendimiento con mínima materia.

Este problema es posible enlazarlo, por otra parte, con el de la “partición homogénea del espacio”.

Las tramas que originan las redes tridimensionales se generan básicamente a partir de las figuras geométricas regidas por determinadas leyes de organización, mas más comunes parten de poliedros regulares que equiparticionan el espacio.

La variedad de tipologías en lo que respecta a reticulados espaciales es prácticamente infinita y proporciona por sus características una excepcional libertad de diseño y una simplificación en el aspecto constructivo basado en la posibilidad de yuxtaposición de unidades prefabricadas.

Es importante destacar el empleo de sistemas estructurales resueltos con componentes modulares, porque facilitan la evolución de nuevas formas de expresión arquitectónica, fundamentales para el desarrollo de toda una gama de elementos constructivos intercambiables, de diferentes formas y usos múltiples.

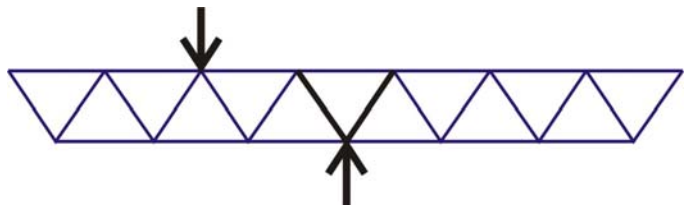
Reticulados planos

Topológicamente describimos un reticulado como una estructura discontinua compuesta de vértices (nudos) y aristas (barras), donde las caras se han convertido en huecos.

Tres NUDOS unidos por tres BARRAS rectas constituyen un sistema indeformable, si agregamos dos barras por cada nudo obtendremos un sistema que se comportará en conjunto como una gran viga calada. En estos sistemas las barras coinciden con el plano de acción de las cargas.

Las cargas actúan en los nudos y las barras están solicitadas sólo a esfuerzos axiales (tracción o compresión).

El conjunto trabaja igual que una viga (flexión), aunque cada barra esté solicitada a un esfuerzo axial.



Entre los reticulados planos cuyo uso es más frecuente, podemos mencionar las cabriadas y las vigas de celosía.

Compuestos básicos

Nudos: la función de estos es:

1. La forma de los nudos estará en función de las barras concurrentes al mismo; éstas se unen generalmente por soldadura pudiéndose unir además por medio de bulones, tornillos o remaches.
 2. Garantizar la transmisión de esfuerzos a lo largo de la estructura; además, por considerar a las barras articuladas en los nudos, solo estarán traccionados o comprimidos a partir de las fuerzas que le transmiten las barras concurrentes.
 3. Facilitar el proceso constructivo de la estructura y absorber la inevitable dispersión en las longitudes de las barras con respecto a los valores teóricos de las mismas.
-

Nudos: se deben tener en cuenta las siguientes recomendaciones:

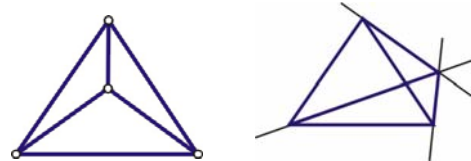
1. Las dimensiones de las barras deben ser preferentemente iguales para facilitar la normalización constructiva y el consecuente abaratamiento.
2. Los ángulos de incidencia de las barras entre sí y en los nudos deben ser, en lo posible, iguales.
3. Las longitudes de barras no deben ser excesivas para evitar problemas de pandeo.

Sistemas espaciales reticulados

También se denominan estereoestructuras o estructuras tridimensionales porque se componen de barras dispuestas según diferentes direcciones en el espacio.

Partiendo de una configuración plana reticulada triangular, agregando tres barras concurrentes a un nudo entre sí, por un extremo, y a cada nudo de la configuración base, habremos obtenido una estructura indeformable espacial reticulada triangular.

Las cargas que actúan en los nudos se distribuyen según diferentes direcciones en el espacio, coincidentes con las barras (resulta una distribución de fuerzas muy racional).



Los reticulados espaciales están capacitados para salvar grandes luces y a una determinada escala resultan más económicos que los reticulados planos.

El material usual es el acero (tubos o perfiles), aunque también pueden realizarse en aluminio y madera.

Estas estructuras tienen la característica de ser altamente hiperestáticas dada la gran cantidad de apoyos.

La estructura hiperestática tiene la ventaja sobre la isostática de que una pieza cargada se ayuda en su trabajo por las contiguas; es por eso que el hiperestatismo permite un aprovechamiento más integral y proporciona una mayor economía del conjunto. En caso de rotura de un elemento hay más margen de seguridad en una estructura hiperestática que en una isostática. En lo que sí es más exigente es en las condiciones de sustentación ya que un falso movimiento de un apoyo puede ocasionar la rotura (cosa que no ocurre en la isostática, que no altera su equilibrio por un falso movimiento de un apoyo).

En estas construcciones tridimensionales, en las que la acción de las cargas exteriores se reparte en un gran número de elementos que siguen diferentes direcciones (las barras), la acción de una carga aislada que hace que una barra cualquiera se pandee, permite, gracias a la alta hiperestaticidad del sistema, que los otros elementos se repartan la carga evitando de esa manera la destrucción del conjunto.

Esta igualación de tensiones que se produce en la mayor parte del sistema, constituye un campo de fuerzas homogéneo, sin puntos de sobrecarga grande, que le confiere a la estructura gran resistencia a las sollicitaciones exteriores.

Al ser menores las tensiones internas, disminuyen las secciones necesarias de los elementos (traccionados o comprimidos), lo que genera una importante economía de materiales.

Un antecedente de los reticulados espaciales lo constituye la viga de celosía, que tiende a la triangulación como base de sus generaciones, por ser el triángulo la célula más rígida que puede encontrarse en el plano.

Los reticulados más comunes son los formados por barras tubulares que han generalizado su uso en los últimos 10 años sobre todo en lo concerniente a la arquitectura colectiva que exige grandes luces con poco material.

En las estructuras espaciales se busca la reducción de gasto de material por metro cúbico de espacio edificado. Este será porcentualmente mucho menos que el exigido por la construcción tradicional.

La evolución de la arquitectura, desde la construcción tradicional de los sistemas de dos dimensiones (viga-columna) a los sistemas de tres dimensiones (reticulados espaciales), marca el progreso de las estructuras espaciales cuyas ventajas técnicas y económicas son notorias. Estas estructuras además del poco material que insumen por metro cúbico, correctamente diseñadas y calculadas son sumamente económicas.

La posibilidad del empleo de acero en los reticulados espaciales, nos garantiza la resistencia a la rotura, características de este material.

Por otra parte los progresos de la industria siderúrgica para mejorar sus productos, así como los aceros de alta resistencia que se fabrican actualmente, contribuyen notablemente al porvenir de estas estructuras.

A las ventajas nombradas hay que agregar:

El reducido peso de los elementos (barras y nudos) que le confiere gran ligereza a la estructura, corresponde a una tendencia de la construcción actual de reducir tanto el peso de los elementos como el de la estructura entera.

La rigidez de la estructura y la mejor adaptación a leyes estáticas hace que las deformaciones sean menores que en las estructuras tradicionales equivalentes.

La economía de materiales, sumada a la menor mano de obra que requieren y a la seriación de los elementos, permite pensar en un abaratamiento considerable. Comparando los sistemas de este tipo con los tradicionales la economía es ventajosa, sin embargo no hay que considerar sólo el costo de

construcción, sino también el gasto de conservación, la vida útil, la facilidad de montaje y desmontaje, etc.

La posibilidad de crecimiento o decrecimiento, ligada a la posibilidad de montaje de elementos y por otra parte al hecho de que los reticulados trabajan con todas las barras simultáneamente, repartiendo cualquier perturbación de una manera más uniforme a lo largo y a lo ancho de la estructura.

Otra ventaja comparando con los sistemas tradicionales, es que al producirse un daño local en el reticulado, éste difícilmente conduzca al derrumbamiento de toda la estructura. La reacción en cadena, muy común en los sistemas tradicionales, no se producirá en los reticulados.

La acústica mejora notablemente en los locales con estructuras reticuladas gracias a la compartimentación relativamente tupida de las barras (muy útiles en iglesias, salas de espectáculos, etc.)

“SISTEMAS ESTRUCTURALES LINEALES RÍGIDOS”

4.2. CLASIFICACIÓN

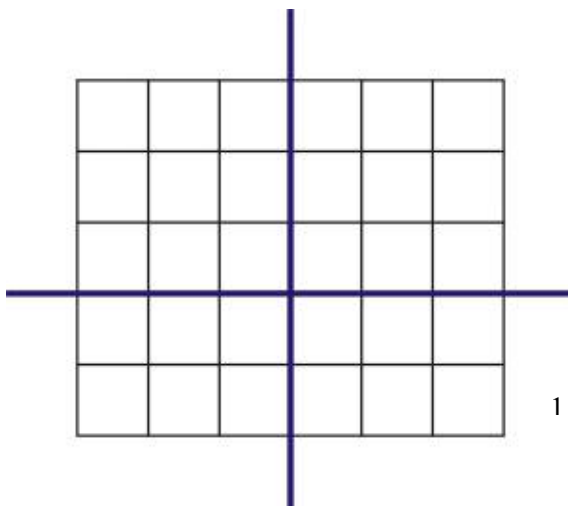
Estructuras de barras o reticuladas

La combinación de elementos resistentes lineales rígidos, da origen a una numerosa familia de estructuras llamadas de *Barras o Reticuladas*.

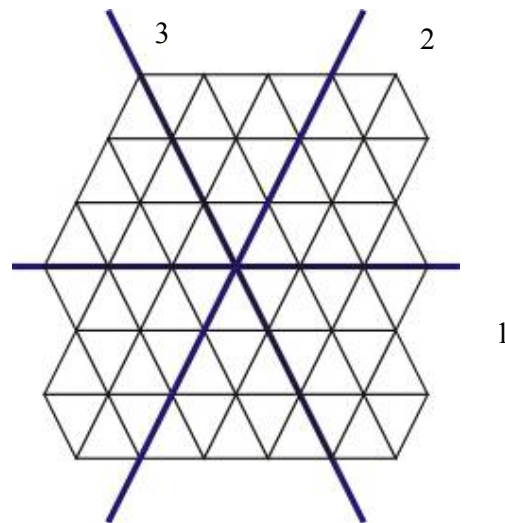
Para una mejor comprensión de sus características resistentes las ordenaremos según tres aspectos diferentes:

La Posición relativa de sus elementos en el espacio

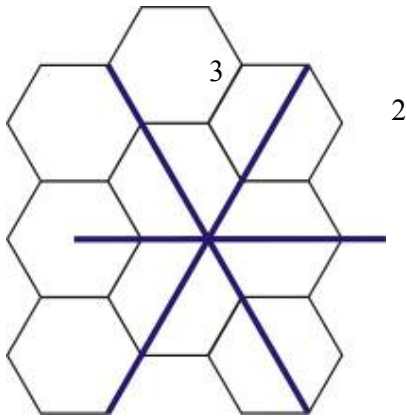
Bajo este aspecto podemos decir que los elementos resistentes que conforman la estructura pueden ordenarse en forma alineada, determinan direcciones predominantes, por lo que las clasificamos como bidireccionales, tridimensionales, tetradireccionales o multidireccionales (este último caso no es propio de las estructuras edilicias, peor puede presentarse en otro tipo de estructuras portantes).



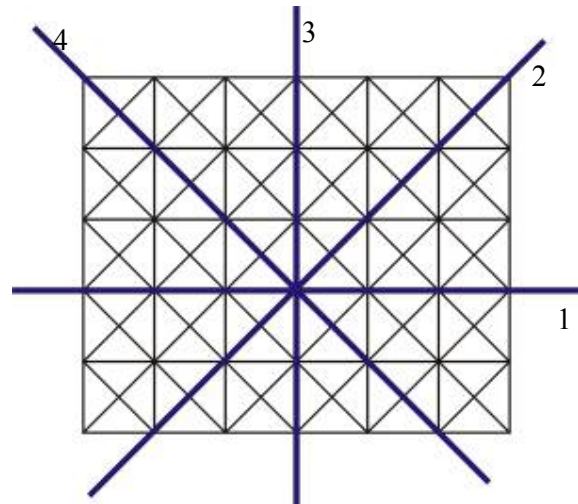
Bidireccionales



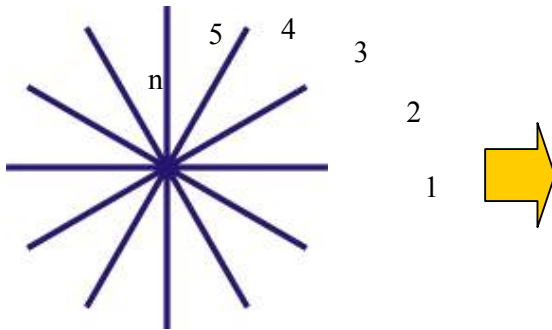
Tridireccionales



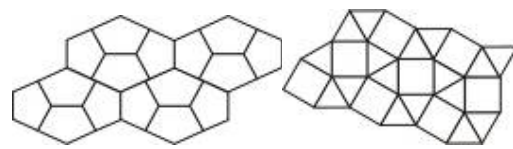
Tridireccionales



Tetradireccionales



Multidireccionales



El dominio espacial de la configuración (Número de EULER)

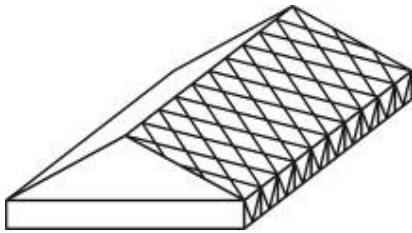
Este aspecto está referido a las relaciones existentes entre las partes entre sí (barras y nudos), de acuerdo al criterio sustentado por la constante de EULER para los individuos geométricos de una misma familia topológica (aquí no se consideran las regiones, puesto que estas son huecas debido a la discontinuidad de las estructuras reticuladas). Debido a la complejidad que adquiere, en función del infinito número de situaciones que pueden producirse a partir de la simple combinación de barras y nudos, no lo vamos a considerar en este trabajo.

La apropiación que ésta hace del espacio que la contiene

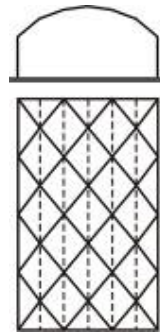
Por último, la apropiación del espacio que hace la configuración permite clasificarlas, dentro de los límites de nuestro mundo perceptible, en estructuras bidimensionales o planas, y tridimensionales o estéreos.

De esta manera, ampliamos nuestra clasificación considerando los reticulados espaciales según se organicen en *una capa*, en *dos capas* o en forma múltiple.

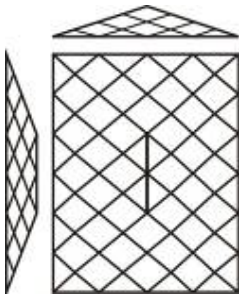
De una capa



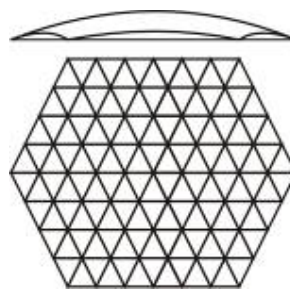
caso **a**: Reticulado de una capa para cubierta a dos aguas.



caso **b**: Reticulado de una capa para cubierta cilíndrica.



caso **c**
Reticulado de una capa para cubierta a cuatro aguas



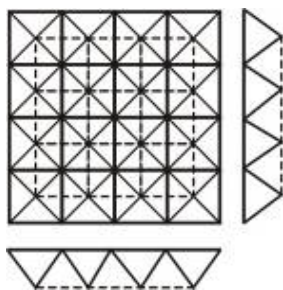
caso **d**
Reticulado de una capa para cubierta en forma de cúpula

De dos capas

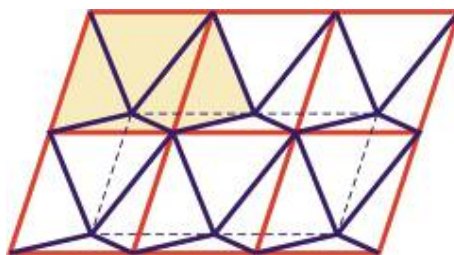
En estos reticulados las barras se disponen en dos capas paralelas entre sí separadas a una cierta distancia; en general son planas, aunque también pueden estar curvadas.

Cada una de las capas forma una retícula de triángulos equiláteros, cuadrados (eventualmente rectángulos), o hexágonos en la que la proyección de los nudos de una capa puede coincidir o estar desplazada con relación a los de la otra, en cuyo caso se sitúan en el centro de los triángulos, cuadrados o hexágonos de la retícula.

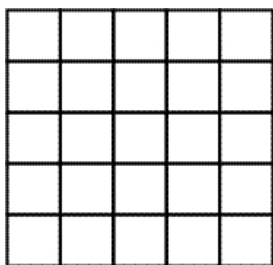
Las barras diagonales unen los nudos de ambas capas siguiendo diferentes direcciones en el espacio (esas direcciones coinciden con las aristas de los poliedros que dan origen al reticulado espacial).



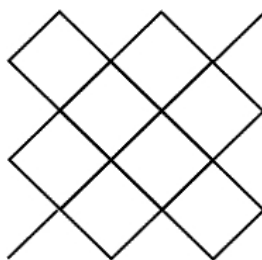
Planta



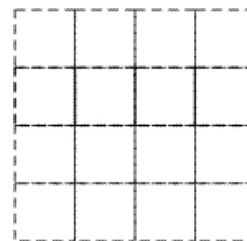
Perspectiva



Capa superior



Diagonales

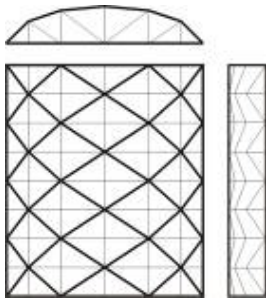


Capa inferior

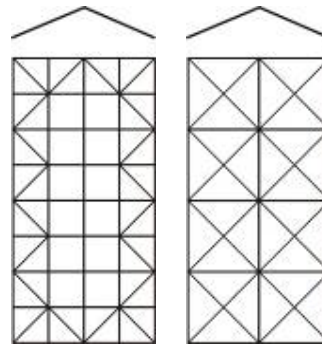
Del mismo modo, según su conformación externa (dado que en su conjunto definen espacialmente una superficie, aunque discontinua), podemos clasificar los reticulados según su curvatura total en: **nulas, positivas o negativas.**

Curvatura total nula

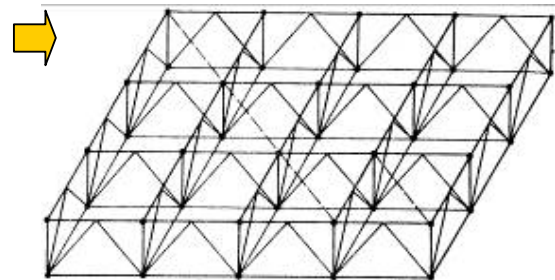
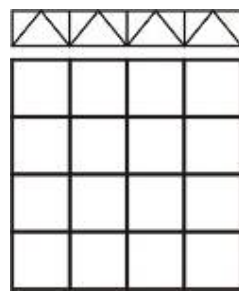
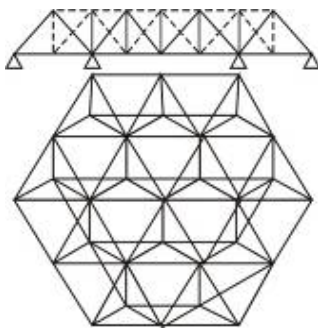
Los sistemas estructurales discontinuos de curvatura total nula, de una o de dos capas están representados por las estereos estructuras y los sistemas reticulados plegados y cilíndricos. En este último caso cuando las dimensiones son grandes se debe tratar de aumentar el número de mallas (tramas más tupidas), utilizar dos capas unidas por barras diagonales o plisar el conjunto en el sentido longitudinal.



Ejemplo de distribución de barras en reticulado cilíndrico de **una** capa



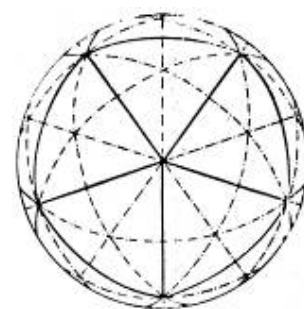
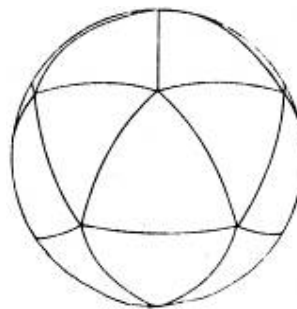
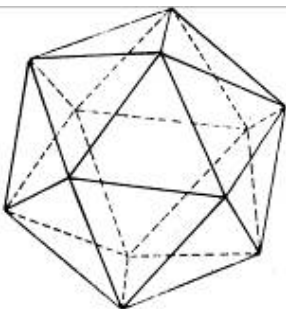
Ejemplo de distribución de barras en reticulado plegado triangular de **una** capa



Reticulados estéreos de **dos** capas, cuyas barras forman en un caso una retícula de triángulos equiláteros y en el otro una retícula de cuadrados.

Curvatura total positiva

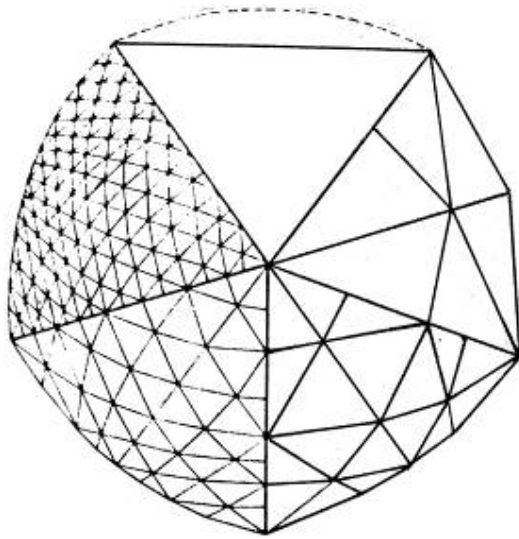
El diseño y construcción de sistemas estructurales discontinuos de curvatura total positiva, de los cuales la cúpula constituye el ejemplo más representativo, se logran a partir de la división geodésica de la superficie de la esfera a través de la proyección en ella de poliedros o tramas poligonales regulares.



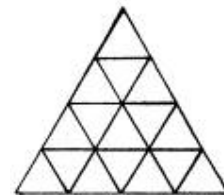
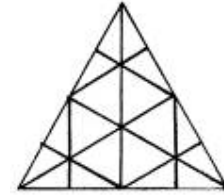
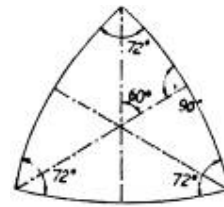
Icosaedro

Proyección del Icosaedro en una esfera.

División de la superficie de la esfera por 3 redes de circunferencias máximas

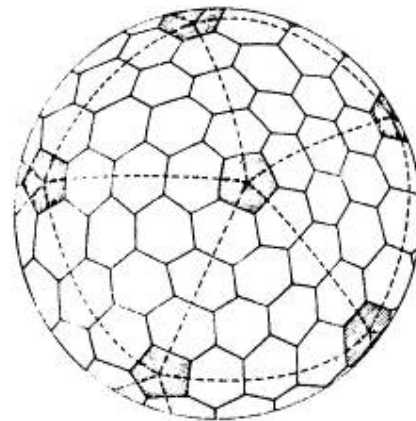
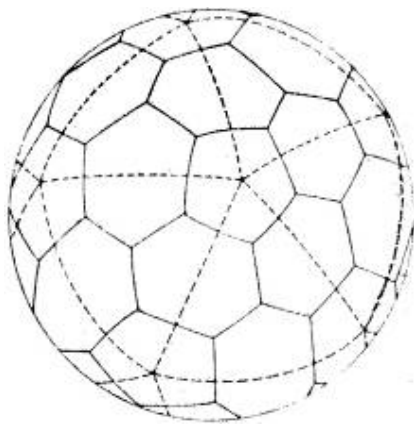


cara del icosaedro
esférico

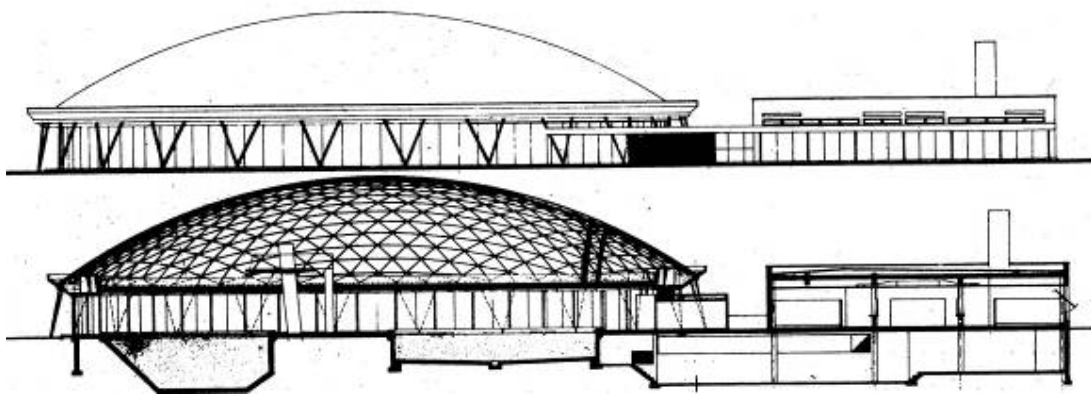


frecuencia:
es la división de la arista
en "n" partes

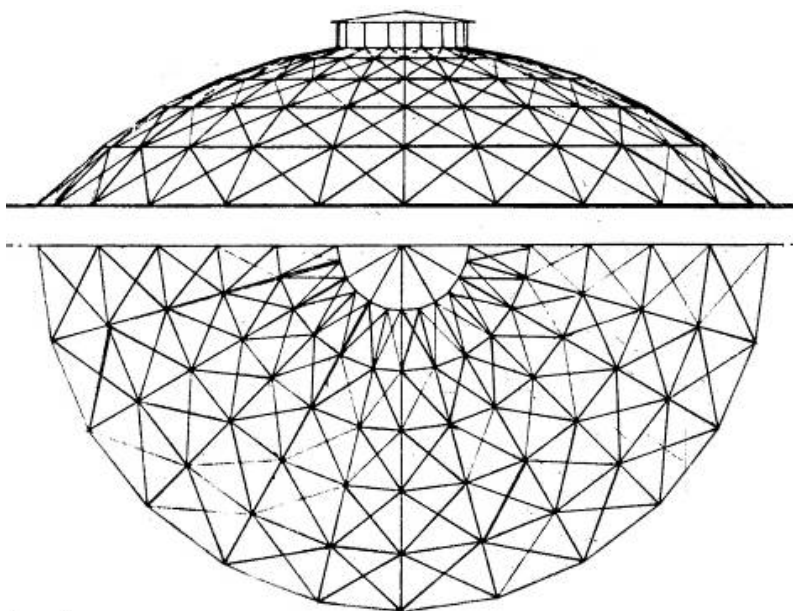
División geodésica de la esfera icosaédrica en base a diversas frecuencias que proporcionan variantes en la distribución de las barras



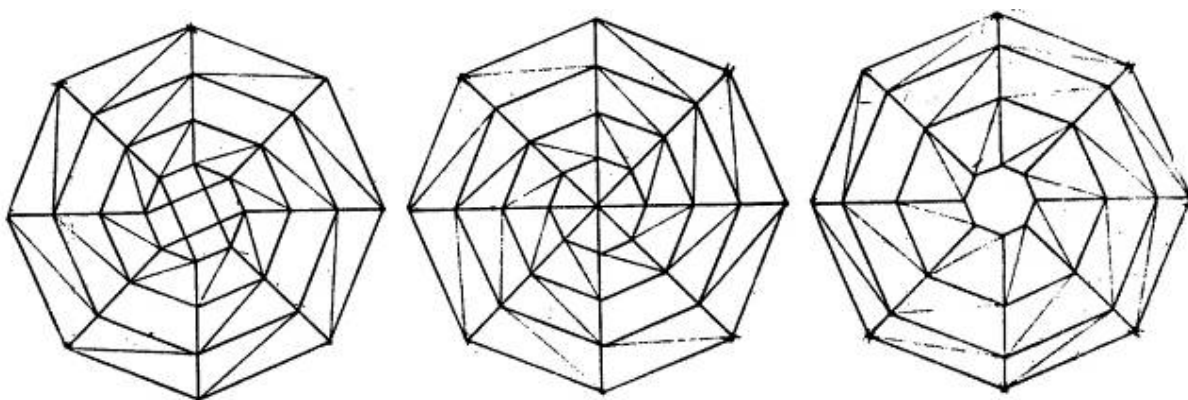
División geodésica de la superficie de la esfera a partir de una trama de pentágonos y hexágonos



Ejemplos de **cúpula esférica** de **una** sola capa, generada a partir de una disposición de las barras según una trama triangular



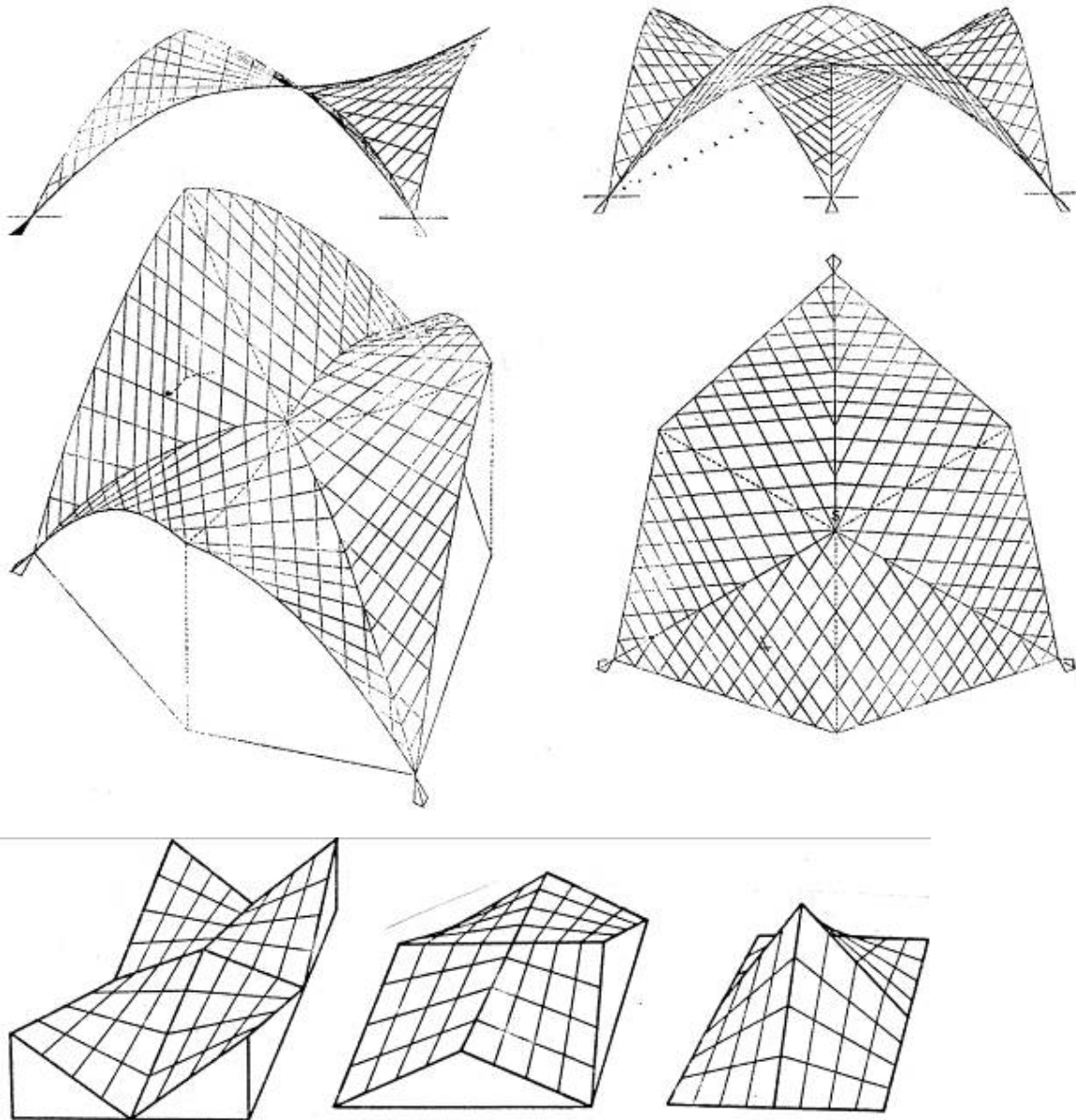
Entre las cúpulas reticuladas una de las que más difusión alcanzó es la conocida como **cúpula Schwedler**. En la figura inferior plantas de las principales cúpulas Schwedler.



CURVATURA TOTAL NEGATIVA

El uso de sistemas estructurales discontinuos de curvatura total negativa no es tan frecuente.

Constructivamente dada la característica de superficie reglada del Paraboloide Hiperbólico y el Hiperboloide de 1 Hoja, es posible una distribución de barras en coincidencia con la recta generatriz que se despega en forma paralela a los bordes en el caso del Paraboloide Hiperbólico y apoyada en 2 circunferencias directrices en el otro.



ESTUDIO TOPOLÓGICO

MODULO DE CRECIMIENTO

Pirámide de Base Cuadrada + Tetraedro

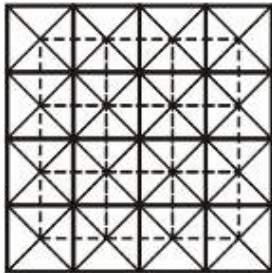
Unidades Intervinientes



Módulo de Crecimiento



1 TETRAEDRO + ½ OCTAEDRO



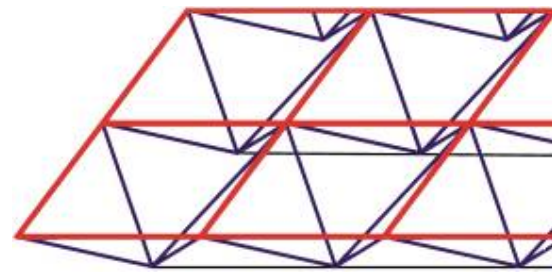
$$P - L + R = 6 - 11 + 7 = 2$$

Configuración Continua

P = 6 (vértices)

L = 11 (aristas)

R = 7 (caras)



Configuración Discontinua

P = 6 (vértices)

L = 11 (aristas)

R = 0 (caras)

Con respecto a la indeformabilidad de sistemas espaciales tenemos: $B = 3N - 6$

Aplicamos esta fórmula al módulo de crecimiento del retículo considerado.

N = 6 (nudos)	Configuraciones Continuas	N = 6 (nudos)	Configuraciones Discontinuas
B = 11 (barras)		B = 11 (barras)	
R = 7 (regiones)		R = 0 (regiones)	

Reemplazando en 1: $11 = 3 * 6 - 6$

$$11 < 12 = \square \text{ (no se cumple la ecuación de indeformabilidad)}$$

Para que el módulo sea indeformable habría que agregar una barra triangulando la cara cuadrada (base de la pirámide).

“SISTEMAS ESTRUCTURALES LINEALES RÍGIDOS”

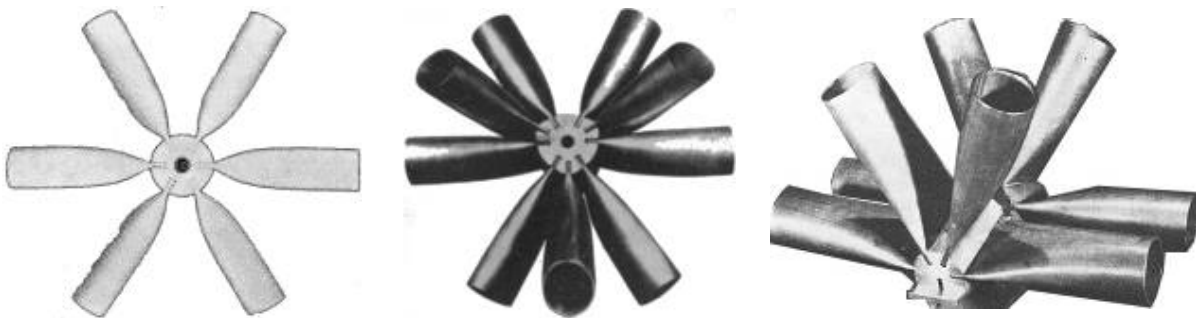
4.3. TECNOLOGÍA DE LOS SISTEMAS

Tipos de nudo utilizados por los sistemas

Nudo Trio-detic

Este sistema originario de Canadá, es para un reticulado de tres direcciones. Las barras aplanadas en sus extremos se introducen a presión en ranuras dentadas que existen en los nudos. La característica principal es que la unión de las barras se realiza sin soldadura, sin pernos y sin remaches.

La distribución de las barras que concurren al nudo nos determina la forma del mismo.



Nudo de la cúpula Makowski

Los nudos son casquetes metálicos a los que se sujetan las barras tubulares por medio de pasadores.

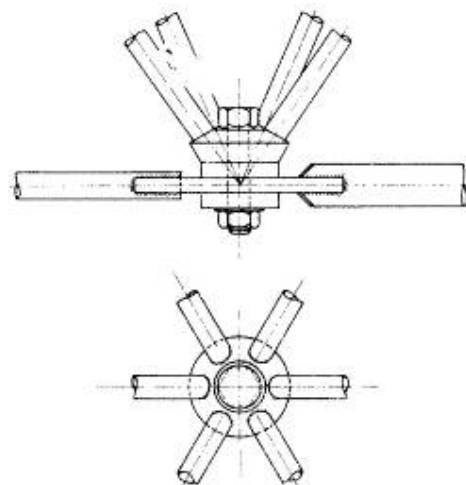


Nudo Pyramitec

Está formado por un cuerpo cilíndrico central, que puede recibir las barras de una capa de la malla, y por un tronco de cono, donde sueldan las barras diagonales. Este sistema es factible de hacerlo prefabricado. El montaje es fácil y se hace preferentemente en el suelo y levantándose luego del ensamblado.

El sistema PYRAMITEC se caracteriza por el empleo de pirámides prefabricadas.

Para comenzar se dispone la capa inferior sobre las cuales se ubican luego las pirámides prefabricadas (invertidas), tres



pirámides ensambladas son estables se pueden seguir agregando en cualquier sentido para construir una estructura continua.

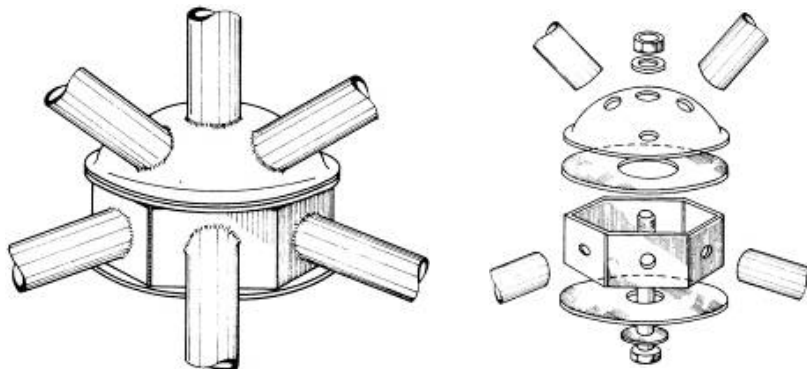
Estas estructuras utilizadas como cubiertas, pueden adoptar formas planas, inclinadas, ligeramente curvas y en ciertos casos pueden conformar cúpulas.

1. Aplicación del sistema PYRAMITEC a tramas tridireccionales compuestas de pirámides de base triangular.
2. Aplicación del sistema PYRAMITEC a tramas de base hexagonal, tridireccional.
3. Aplicación del sistema PYRAMITEC a tramas de base cuadrada, bidireccional.

Nudo Segmo

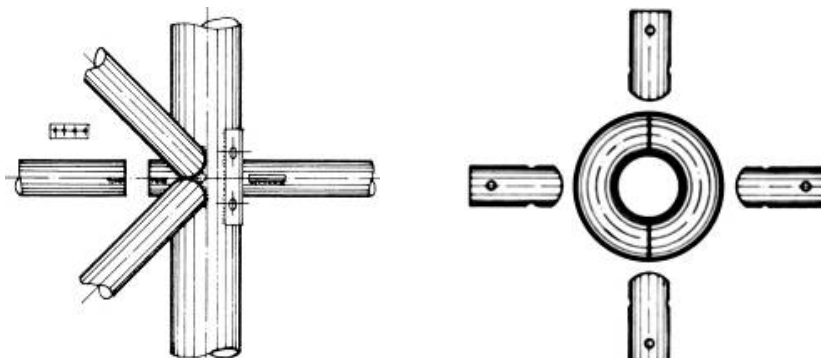
Los nudos son de acero soldado, se componen de dos partes: una esférica y otra prismática. Las barras se fijan por soldadura o por otro medio mecánico cualquiera.

Es una variante del anterior, los tubos tienen en sus extremos un vástago que se introduce en orificios existentes en el nudo. Permite la unión por remaches y bulones. El disco anular de ambas partes.



Nudo Tubaccord

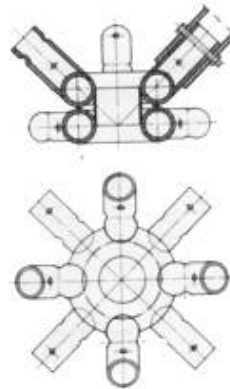
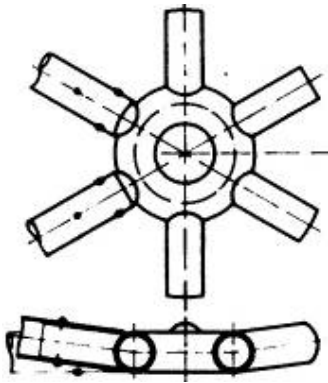
Las barras tubulares se sueldan directamente o bien se fijan por medio de pasadores que encajan en ranuras ubicadas en los extremos de las barras y en un manguito soldado previamente a la barra de mayor diámetro concurrente al nudo.



Nudo Bourquardez

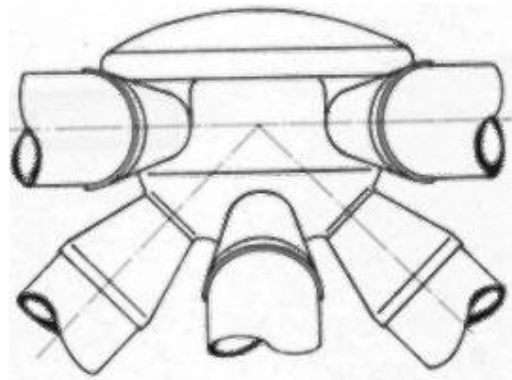
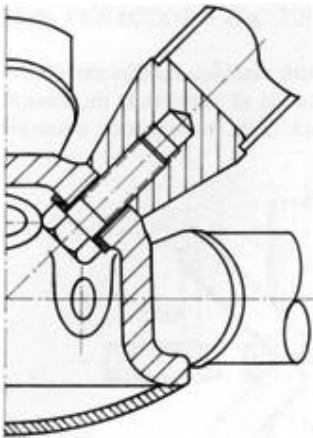
Esta compuesto por uno o varios toros, obtenidos por unión de dos codos de 180° y manguitos tubulares soldados a dichos toros. Las barras concurrentes en el nudo se unen a los manguitos por medio de roblonado.

En la figura se representa un nudo preparado para mallas de una sola capa y un nudo para mallas de dos capas.



Nudo Begue

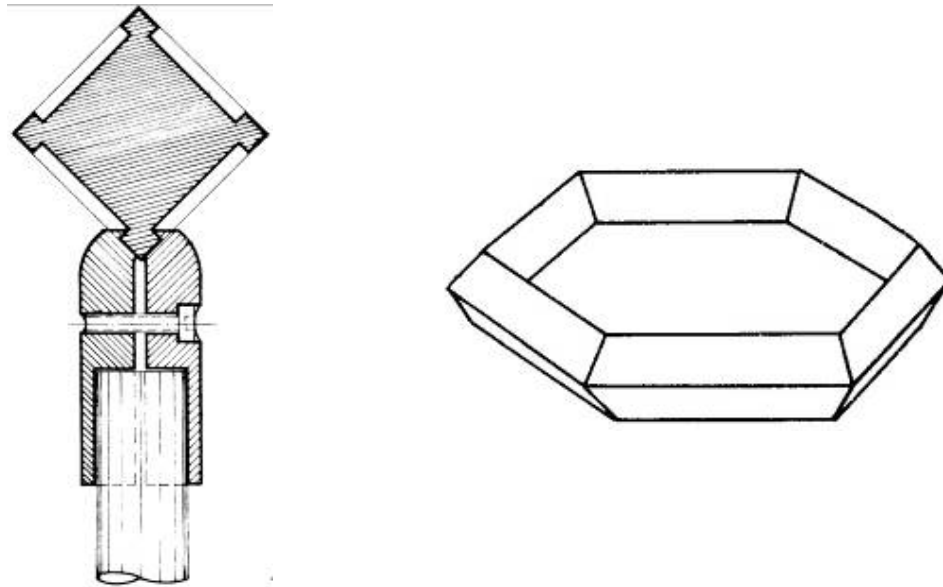
Este nudo está formado por un núcleo al que se atornillan las barras con extremidades troncocónicas.



Nudo Chamayou

Estos nudos pueden ser planos, con rebordes a lo largo de una línea poligonal cerrada, o tener forma cúbica o tetraédrica, con los mismos rebordes en cada una de las aristas. Los rebordes con sección cuadrada, poligonal o con la forma de una superficie de revolución (cilindro, toro, etc.), y a ellos se fijan las barras tubulares mediante mordazas.

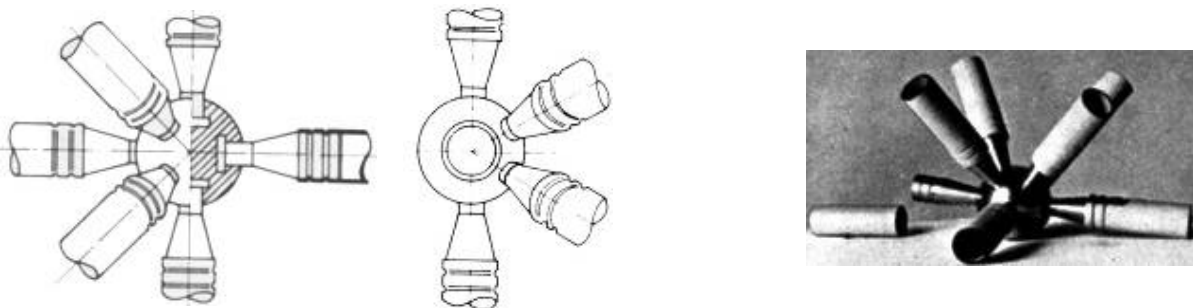
En la figura se representa a un nudo plano de forma hexagonal.



Nudo Begue-kieffer

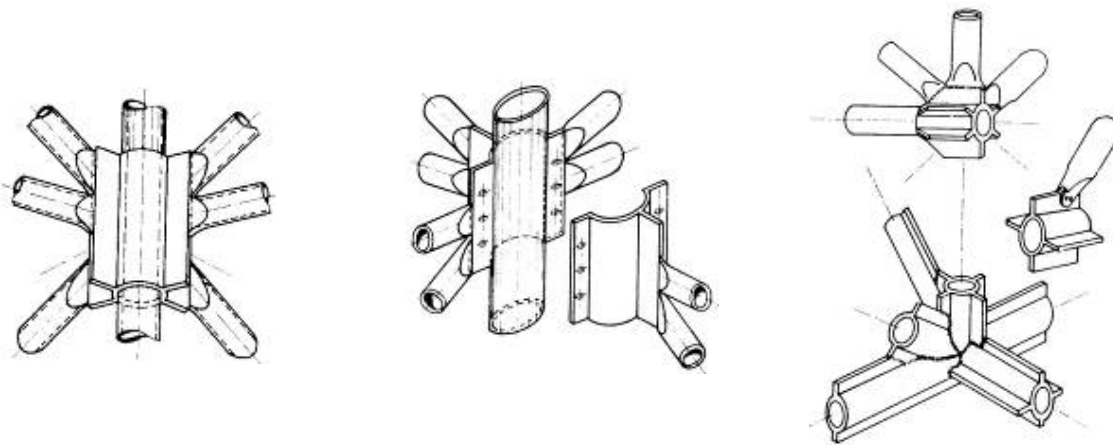
Está formado por una esfera con unos arranques en los cuales hay dos ranuras destinadas a fijar los tubos.

Esta fijación se realiza mediante un grupo hidráulico, situado en el suelo, que presiona un collar dispuesto alrededor del tubo y sobre las ranuras del arranque, previamente introducidas en él. Así queda encajada la barra en el arranque a través de las ranuras.



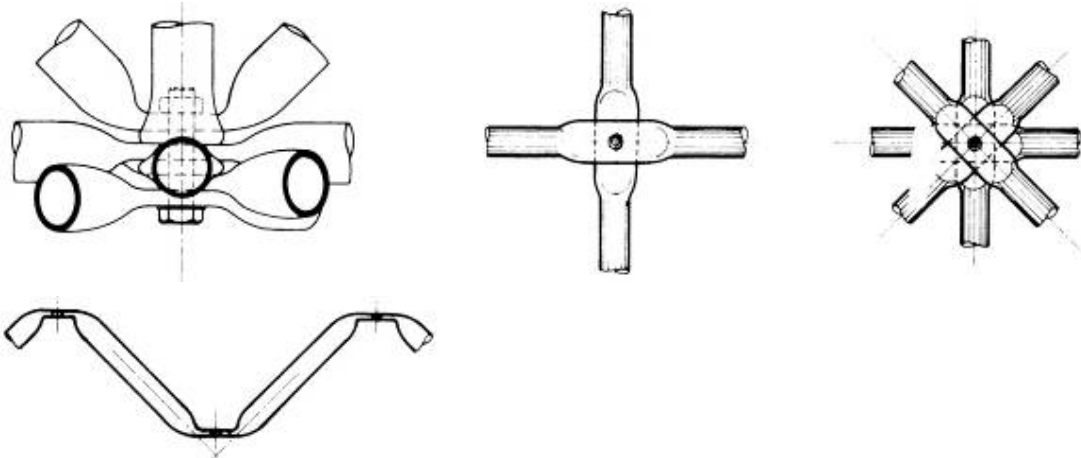
Nudo Delacrix - glotin - monier - sejournet

Este nudo está formado por uno o dos semitubos con aletas soldadas que indican las direcciones de las barras concurrentes. Estos (o este) semitubos se unen mediante roblonado o soldadura a la barra de mayor diámetro concurrente en dicho nudo. La fijación de las restantes barras se realiza aplastando sus extremos y uniéndolos, mediante soldadura o pasadores, a las aletas.



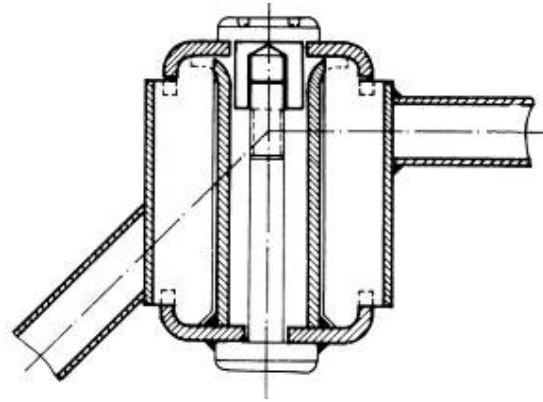
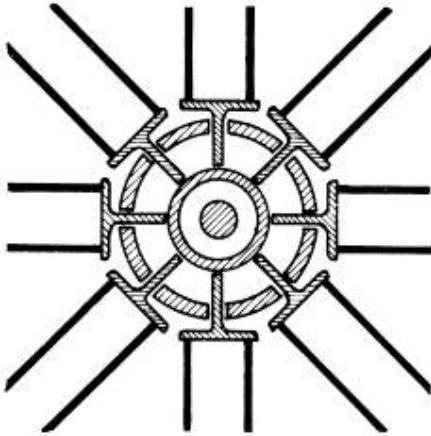
Nudo Sarton

El procedimiento para obtenerlo consiste en aplanar los tubos en los puntos correspondientes a un nudo, con el fin de poderlos cruzar cómodamente y colocar un pasador con rosca de fijación.



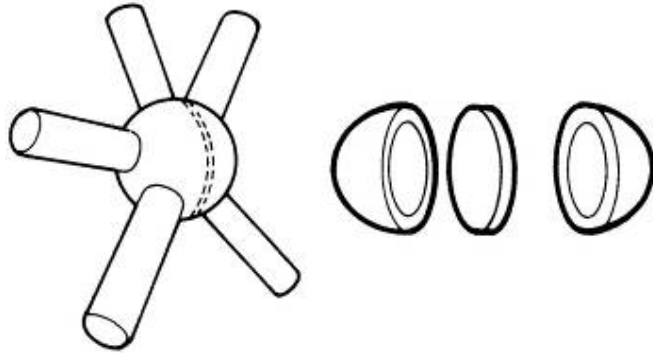
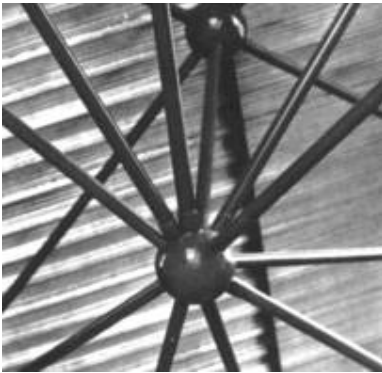
Nudo Kieffer

Está formado por un cilindro central macizo que hace de pasador de todo el nudo, el cual consiste en dos cilindros concéntricos, el exterior con ranuras que sujetan las nervaduras soldadas en los extremos de las barras concurrentes.



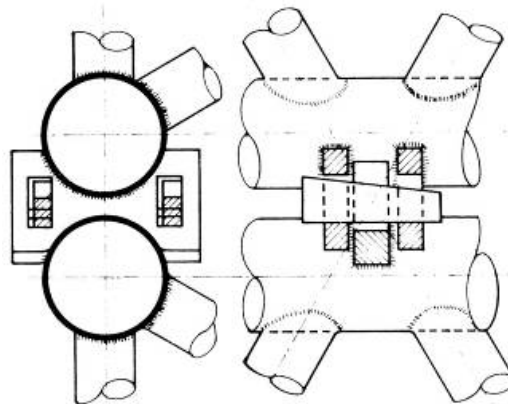
Nudo Esférico

Constituido por una esfera a la que se unen, por soldadura, barras en cualquier dirección. Para absorber diferencias en las longitudes de los tubos se sueldan en el nudo manguito de diámetro superior al de aquellos. La esfera suele rellenarse de mortero como seguridad a posibles pandeos de la misma.



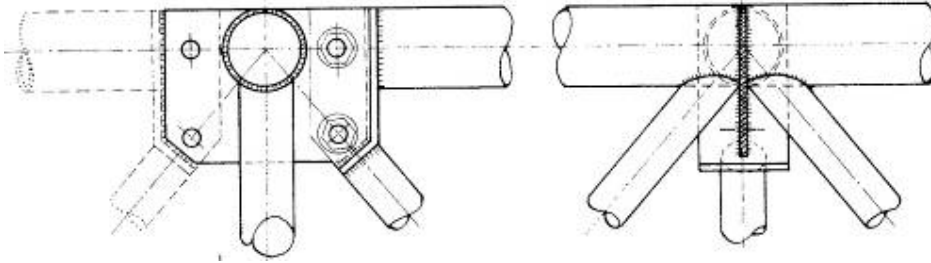
Nudo Bitubular

Está constituido por dos tubos, unidos paralelamente, a los cuales van soldadas las barras concurrentes.



Nudo Tesep

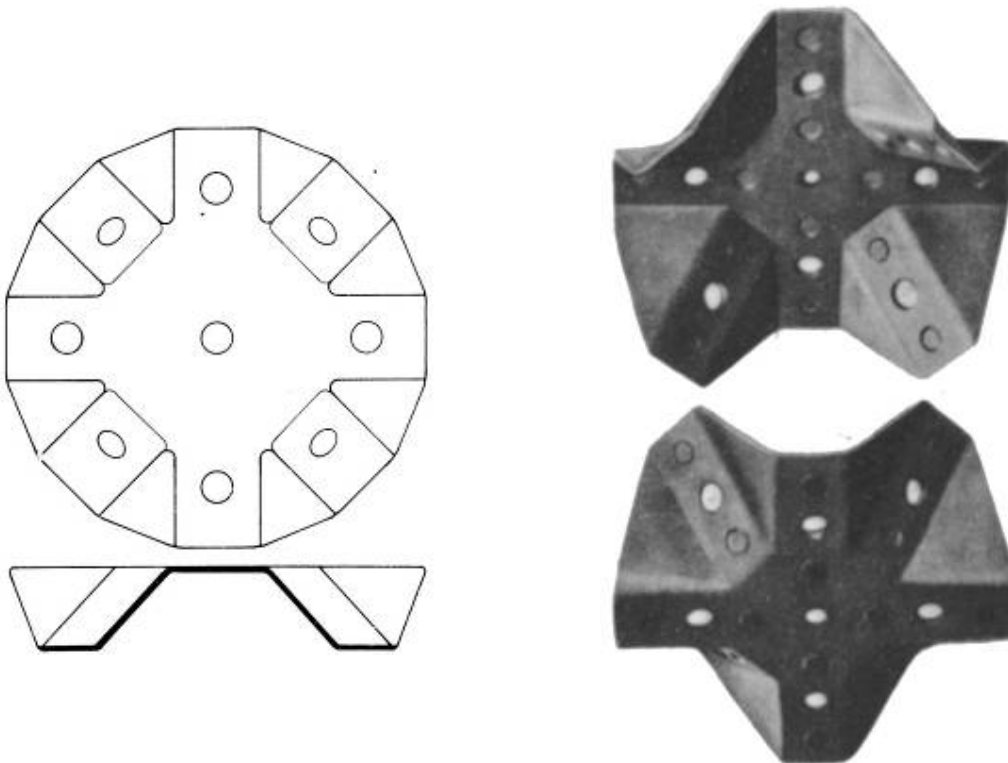
Las barras concurrentes en el nudo se unen directamente por soldadura a la de mayor diámetro o mediante el atornillado de nervaduras, soldadas en sus extremos, a una pletina asimismo soldada y perpendicular al tubo central.



Nudo Unistrut

Consiste en la utilización de dos piezas de chapa plegada que se superponen y a las que se unen las barras mediante pasadores.

Las barras son perfiladas y los nudos de chapa estampada. En este sistema todos los elementos utilizados tienen la misma longitud y van unidos por dispositivos idénticos.



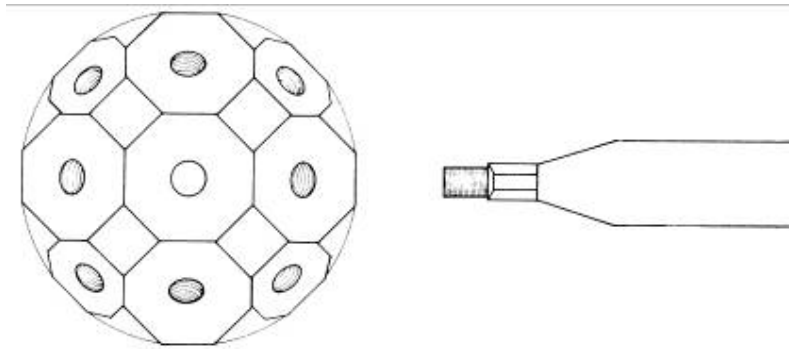
Nudo Mero

El sistema estructural Mero se emplea en construcciones tubulares de acero para obras fijas y de tipo provisional (naves fijas, estructuras aporticadas, andamios, soportes, et.). Está formado por octógonos, inscriptos en una esfera, en cada uno de los cuales puede roscarse una barra previamente preparada.

El sistema MERO fue utilizado por Mengerinhausen antes de la Segundo Guerra Mundial.

Sus 2 elementos básicos son: las **esferas de conexión** en las que se encuentran inscriptos 18 octógonos con 1 agujero roscado por cada uno y las **barras** que se insertan a rosca en dichos agujeros. Las barras deben ser de igual longitud.

Cada nudo puede agrupar sin excentricidad los extremos de las 18 barras. Es un sistema ligero que permite un máximo de prefabricación y en el montaje no es necesaria la presencia de personal especializado.



Las mallas usuales son:

- Las cuadradas de 0,5; 1,0; 2,0 m de lado y las correspondientes diagonales.
- Las formadas por triángulos equiláteros de 0,7; 1,4 o 2,8 m de lado.

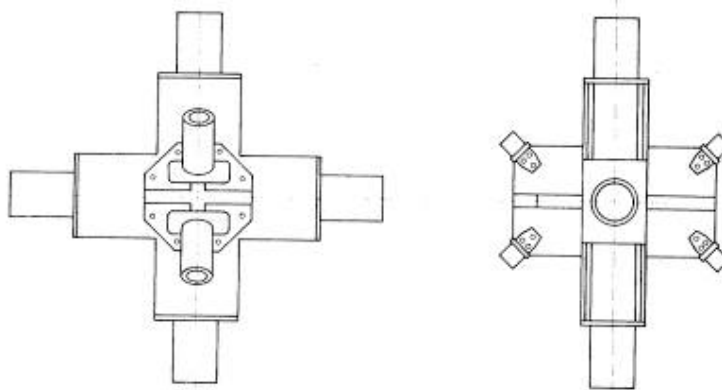
Resultan con ello ángulos de 45°, 60° o 90° respectivamente, entre las barras.

Las estructuras Mero pueden ser ensambladas rápidamente con mano de obra no especializada. El transporte de los elementos es fácil y poco costoso. El sistema es muy flexible en cuanto a la variedad de formas geométricas que permita adoptar.

Nudo Tridimatec

Compuesto por un sistema en cruz de donde parten cuatro manguitos a los que se sueldan otras tantas barras.

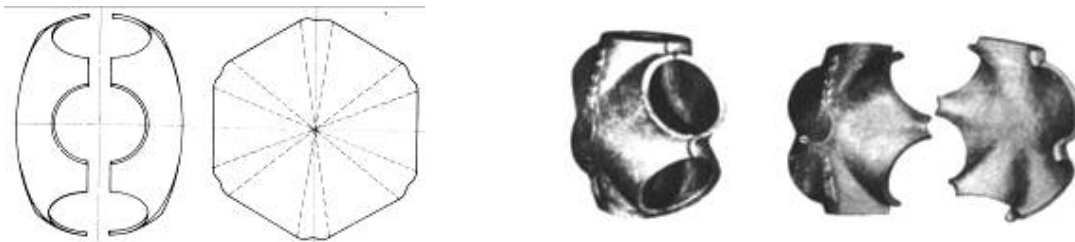
Con un accesorio formado por dos placas cruzadas se aumenta el número posible de barras concurrentes en este nudo.



Nudo S.D.C.

Nudos para mallas de una sola capa, preparados para el ensamblaje y soldadura de las barras concurrentes. Se han empleado también en mallas de dos capas, uniendo las barras diagonales a los caparazones.

Las barras de tubos son soldadas a los nudos después del ajuste del conjunto de la estructura.



Nudo Wupperman

Se utiliza en sistemas espaciales reticulados de una capa, está formado por un hexágono al que se atornillan las barras concurrentes en seis direcciones posibles. Las barras son perfiladas.

